جامعة حلوان
جهاز نشر وتوزيع الكتاب الجامعى

رياضيات الإستثمار

الطبعة الثالثة

دكتورة
عفاف على حسن الدش
رئيس قسم الرياضة و التأمين و الإحصاء التطبيقى
كلية التجارة - جامعة حلوان

القاهرة
٢٠٠٨

كتاب

رياضيات الاستثمار

الطبعة الثالثة

الدكتورة : **عفاف على حسن الدش**

أستاذ ورئيس قسم الرياضة والتأمين والإحصاء التطبيقي

كلية التجارة - جامعة حلوان

الطبعة اولى : جهاز نشر وتوزيع الكتاب الجامعى - جامعة حلوان - القاهرة

رقم الايداع : ٢٠٠٠/٢٣٦٧

الترقيم الدولى : I.S.B.N. 977-5061-23-7

الطبعة الثانية : جهاز نشر وتوزيع الكتاب الجامعى - جامعة حلوان - القاهرة

رقم الايداع : ٢٠٠١/١٦٤٥

الترقيم الدولى : I.S.B.N. 177-5061-28-8

الطبعة الثالثة : جهاز نشر وتوزيع الكتاب الجامعى - جامعة حلوان القاهرة

رقم الايداع : **٢٠٠٢/٣٧٩٥**

الترقيم الدولى : **I.S.B.N. 977-5061-38-5**

بسم الله الرحمن الرحيم

" وقل ربى زدني علمـــا "

صدق الله العظيم

فهرس الكتاب

الصفحة	الموضوع

لمى

الباب الأول
الفـائـدة البسيطــة وأنواعها
Simple Interest and its Types

(1-1) تعريف الفائدة Interest's Definition

عادة تقوم الهيئات أو الأفراد بإيداع المبالغ النقدية التى تزيد عن احتياجاتهم فى المؤسسات المالية والمصرفية أو استثمارها فى مشروع أو أكثر لمدة معينة. وإيداع هذه المبالغ فى المؤسسات المالية والمصرفية أو استثمارها فى المشروعات يتيح الاحتفاظ بهذه المبالغ بالإضافة الى نموها خلال هذه الفترة. أما اذا تم الاحتفاظ بهذه المبالغ لديهم أو وضعها فى حسابات جارية فأن ذلك يتيح لهم السحب فى أى وقت ولكنه لا يؤدى الى نمو هذه المبالغ خلال هذه المدة.

وتلعب المؤسسات المالية والمصرفية مثل البنوك التجارية ، أو البنوك الأستثماريه دور أساسى فى الاستثمار والتوظيف المالى - حيث يكون لها دور كبير فى تمويل وإنشاء المشروعات عن طريق المبالغ التى يضعها المودعين فى هذه المؤسسات مقابل حصول هؤلاء المودعين على فائدة مقابل حق هذه المؤسسات المالية والمصرفية لاستخدام مبالغ المودعين لفترة معينه.

كذلك تقوم هذه المؤسسات المالية والمصرفية بإقراض الأفراد أو الهيئات مبالغ نقديه مقابل حصول هذه المؤسسات المالية والمصرفية على فائده مقابل حق استخدام هؤلاء الأفراد أو الهيئات المبالغ المقترضة لفترة معينة. وعادة تسمى الجهة (سواء أفراد أو هيئات) التى تودع المبلغ (أو المبالغ) لمدة معينة بهدف الحصول على فائدة فى خلال (أو نهاية) هذه المدة بالمقرض lender والجهه الأخرى التى تملك حق استخدام أو حيازه المبلغ فى هذه المدة بالمقترض borrower مقابل دفعها فائدة للمقرض.

ومما هو جدير بالذكر أن عملية الأقتراض لا تمثل أى مشاكل للمقترض طالما أنه فى حاجة اليها وأن سدادها فى حدود أمكانياته ، كما أن أستخدام الأموال المقترضه بكفاءة يعود بالمنفعه على كل من المقرض والمقترض. فبالنسبه للمقرض فأنه يستفيد بنمو المبلغ المقترض عن طريق حصوله على الفائدة ، وبالنسبه للمقترض فأنه يستفيد بالحصول على أحيتاجاته العاجله أو بأستثمار المبلغ المقترض بكفاءة بحيث يستطيع تسديد المبلغ المقترض وفائدته بالأضافه الى تحقيق أرباح أضافيه.

الفائـــدة Interest

مما سبق يمكن تعريف الفائدة بأنها المبلغ الذى يدفعه المقترض للمقرض نظير حيازته أو حق أستخدام المقترض للقرض (المبلغ) فترة معينة. أو بعبارة أخرى فأن الفائدة هى ثمن (أو أجر) استخدام المبلغ المقترض (القرض) ، وسوف نشير للفائدة بالرمز **ف** . ومن هذا التعريف للفائدة نجد أن تحديد قيمة الفائدة يعتمد على ثلاثة عناصر هى:

(أولا) المبلغ المقترض (أو رأس المال المستثمر)

ويسمى المبلغ المقترض (القرض) أو رأس المال المستثمر بالأصل principal وأحيانا يسمى بالقيمة الحاليه present value of loan وسوف نشير له بالرمز **م**.

(ثانيا) معدل الفائدة (أو سعر الفائدة)*

ومعدل الفائدة interest rate هو ثمن أو عائد أو أجر أستخدام وحدة النقود عن وحـدة زمنية ، وسوف نشير لمعدل الفائدة بالرمز **ع** . فمثلا يقال

أن معدل الفائدة 0.05 كل ثلاثة شهور أى أن فائدة الجنيه الواحد عن مدة ثلاثة شهور تساوى 0.05 جنيه (أى 5 قروش)، كذلك يقال أن معدل الفائدة 0.13 كل سنه أى أن فائدة الجنيه الواحد عن مدة سنه تساوى 0.13 جنيه (أى 13 قرش)، أو بعبارة أخرى فائدة 100 جنيه عن مدة سنه تساوى 13 جنيه.

وعادة يذكر معدل الفائدة لكل مائه وحدة من النقود فى السنه ويسمى بالمعدل المئوى السنوى ويكتب المعدل فى هذه الحالة متبوعا بعلامة النسبه المئوية (%). فمثلا اذا كان معدل الفائدة 15% سنويا فهذا يعنى أن مقدار الفائدة عن كل 100 جنيه لمدة سنه تساوى 15 جنيه ، أى أن المبلغ الذى يساوى 100 جنيه يستحق فائدة مقدارها 15 جنيه بعد سنه.

(ثالثا) المـــــدة

المدة time هى الفترة الزمنيه من تاريخ الأقتراض (أو أيداع المبلغ المستثمر) حتى تاريخ انتهاء سداد القرض وفوائده (أو تاريخ سحب المبلغ وفوائدة) وسوف نشير لعدد الوحدات الزمنية المتساوية لطول الفترة بالرمز **ت**.

ملحوظة : لابد أن تكون الوحدة الزمنية وفقا للمعدل فمثلا اذا كان معدل الفائدة 15% كل ربع سنه فأن الوحدة الزمنية فى هذه الحالة تكون ربع سنه أى ثلاثة شهور. أما اذا كان معدل الفائدة 15% سنويا فأن الوحدة الزمنية فى هذه الحالة تكون سنه كاملة وهكذا.

* د. عبد الله الهلباوى (1998): رياضيات الاستثمار - مكتبة عين شمس - القاهرة.

ويوجد نوعين من الفائدة هما :

1- الفائدة البسيطة . 2- الفائدة المركبة.

أولا : الفائدة البسيطـة

وهى الفائدة التى تحسب على أصل المبلغ وهى متساوية عن الوحدات الزمنية المتتالية المكون منها المدة. طالما أن المبلغ ومعدل الفائدة ثابتين لا يتغيرين من وحدة زمنية لأخرى - أو بعبارة أخرى أن الفائدة البسيطة فى أى وحدة زمنية لا تستثمر فى الوحدات الزمنية التالية لها.

فمثلا اذا أودع شخص مبلغ 100 جنيه فى أحد البنوك بمعدل فائدة 15% سنويا ، فنجد أن الفائدة عن السنه الأولى تساوى 15 جنيه ، والفائدة عن السنه الثانية تساوى 15 جنيه أيضا ، ... وهكذا أى أن الفائدة فى السنه الأولى تم حسابها على المبلغ 100 جنيه ، والفائدة فى السنه الثانيه تم حسابها على المبلغ 100 فقط ولم يتم حسابها على المبلغ مضاف اليه الفائدة عن السنة الاولى أى لا تحسب على 115 جنيه - أى لا تعطى فائدة على الفائدة المتحصله عن الفترة السابقة ، وهكذا بالنسبه للسنه الثالثة ، الرابعة ... الخ.

ثانيا : الفائدة المركبة

أما الفائدة المركبة فهى إضافة الفائدة فى نهاية الوحدة الزمنية (لكل وحدة زمنية فى المدة) الى أصل المبلغ (المبلغ المودع أو المقترض) وتستثمر معه فى الوحدة الزمنية التالية - أو بعبارة أخرى إعطاء فائدة عن الفوائد التى تم الحصول عليها فى الوحدات الزمنية السابقة - أى أن فى نهاية كل وحدة زمنية تصبح الفائدة جزء من الأصل. فمثلا فى المثال السابق نجد أن الفائدة بعد سنه 15 جنيه تضاف الى أصل المبلغ ويصبح المبلغ فى بداية السنة الثانية يساوى 115 جنيه وتكون الفائدة عن هذا المبلغ وبنفس المعدل الـ 15% تساوى فى هذه الحالة 17.15 جنيه. فنجد أن الفائدة عن العام الأول تساوى 15 جنيه وعن العام الثانى 17.25 جنيه أى أن قيمة الفائدة تزيد من عام الى

آخر نظرا لزيادة أصل المبلغ نظرا لإضافة الفائدة المتحصلة فى نهاية العام الى أصل المبلغ وبالمثل نجد أن أصل المبلغ فى بداية السنه الثالثة يصبح 132.25 (17.25+115) وهكذا نجد أن أصل المبلغ يتزايد من عام الى آخر وبالتالى تزيد الفائدة من عام الى آخر أيضا.

وفى الأبواب التالية (الثانى، الثالث، الرابع) من هذا الجزء سوف نتناول بالتفصيل طرق حساب وأنواع الفائدة البسيطة وأهم تطبيقاتها.

أما الفائدة المركبة وأهم تطبيقاتها سوف نتناولها بالتفصيل فى الجزء الثانى من هذا الكتاب.

(2-1) طريقة حساب الفائدة البسيطة

Arithmetic Method of Simple Interest

عادة يتم حساب الفائدة البسيطة بالنسبة للاستثمارات (القروض) قصيرة الأجل - حيث يتم حساب الفائدة (العائد) على المبلغ الأصلى فقط ولا يتم إضافة الفائدة (العائد) على الأصل فى الوحدات الزمنيه التاليه (فى مدة الاستثمار أو القرض). ووفقا لذلك تكون الفائدة (العائد) فى الوحدات الزمنيه متساويه طالما لم يحدث تغيير فى أصل المبلغ أو معدل الفائدة.

فاذا فرضنا أن :

م : أصل المبلغ المستثمر (أو المقترض)

ع : معدل الفائدة السنوى

ت : الفترة الزمنيه بالسنوات - وهى مدة الاستثمار أو القرض بالسنوات.

ف : الفائدة (العائد) من استثمار (أقتراض) المبلغ م بمعدل فائدة ع لفترة زمنية ت .

فأنه يتم حساب الفائدة البسيطة ف بأستخدام المعادلة التالية :

الفائدة = أصل المبلغ × معدل الفائدة × المدة الزمنية

ف = م × ع × ت (1-1)

والمعادلة (1-1) توضح أن العلاقة بين الفائدة ف وكل من أصل المبلغ م ، ومعدل الفائدة ع ، والفترة الزمنيه ت علاقة طرديه بمعنى أن قيمة الفائدة

تزيد بزيادة واحد على الأقل من العناصر الثلاثة المتمثله فى المبلغ أو سعر الفائدة أو الفترة الزمنية والعكس صحيح أى أن قيمة الفائدة تنقص بنقص واحد على الأقل من العناصر الثلاثة المذكورة. وسوف يتضح ذلك من الأمثلة التالية.

وتصبح جملة المبلغ المستثمر (أو المقترض) فى نهاية المدة عبارة عن أصل المبلغ م مضافا اليه الفائدة ف التى تم الحصول عليها عن الفترة ت. فاذا اشرنا الى جملة المبلغ المستثمر (أو المقترض) بالرمز جـ فان :

جملة المبلغ = أصل المبلغ + الفائدة

جـ = م + ف

= م + م × ع × ت

= م (1 + ع ت) (2-1)

وباستخدام المعادلة (1-2) يمكن الحصول على أصل المبلغ م اذا علمت جملة المبلغ ومعدل الفائدة والمدة على النحو التالى:

$$م = \frac{جـ}{1 + ع\ ت} \qquad (3-1)$$

مثال (1-1):

أستثمر أحمد مبلغ 5000 جنيه بمعدل فائدة 15% سنويا - أوجد مايلى:

1- الفائدة وجملة المبلغ بعد سنة واحدة.

2- الفائدة وجملة المبلغ بعد سنتين.

3- الفائدة وجملة المبلغ بعد ثلاثة سنوات.

الحـــل :

بما أن م = 5000 ، ع = 15% = $\frac{15}{100}$ = 0.15

اذا فرضنا أن $ف_ر$ ، $ح_ر$ تشير الى الفائدة وجملة المبلغ فى السنة ر على الترتيب حيث ر = 1 ، 2 ، 3

1- فى نهاية السنه الأولى نجد أن ت = 1 ، وبالتالى فإن :

$ف_1$ = م × ع × ت

= 5000 × $\frac{15}{100}$ × 1 = 750 جنيه (1)

$ح_1$ = م + $ف_1$ = 5000 + 750 = 5750 جنيه (2)

2- بما أن م = 500 ، ع = $\frac{15}{100}$ ، ت = 2 ، فإن :

$ف_2$ = 5000 × $\frac{15}{100}$ × 2 = 1500 جنيه (3)

$ح_2$ = 5000 + 1500 = 6500 جنيه (4)

3- $ف_3$ = 5000 × $\frac{15}{100}$ × 3 = 2250 جنيه (5)

$ح_3$ = 5000 + 2250 = 7250 جنيه (6)

من (1) ، (3) ، (5) نجد أن:

$ف_3$ = 3 $ف_1$ = 3 (750) = 2250 جنيه (7)

كذلك :

$ف_2$ = 2 $ف_1$ = 2 (750) = 1500 جنيه (8)

من (7) ، (8) يتضح أن الفائدة عن السنه الأولى تساوى الفائدة عن السنه الثانيه تساوى الفائدة عن السنه الثالثه تساوى 750 جنيه. أى أن الفائدة فى الوحدات الزمنيه المتتاليه متساويه.

مثال (1-2)

أقترض أحد الأشخاص مبلغ معين من أحد البنوك لمدة 6 شهور بمعدل فائدة 14%. أوجد قيمة المبلغ المقترض اذا كانت جملة المبلغ الذى دفعه الشخص للبنك فى نهاية المدة يساوى 1070 جنيه.

الحـــل

بما أن حـ = 1070 ، ع = 14% ، ت = $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

فباستخدام المعادلة (1-3) نجد أن:

$$\text{المبلغ} = \text{م} = \frac{\text{حـ}}{1+\text{ع ت}} = \frac{1070}{1+\frac{14}{100}\times\frac{6}{12}}$$

$$= \frac{1070}{1+0,07} = \frac{1070}{1,07} = \frac{107000}{107} = 1000 \text{ جنيه}$$

اذن المبلغ المقترض 1000 جنيه وفائدته لمدة 6 شهور 70 جنيه بمعدل فائدة 14%.

مثال (1-3)

اذا أستثمر شخص مبلغ س فى أحد المشروعات الأستثمارية بمعدل فائدة 5% كل ثلاثة شهور. فاذا كانت الفائدة التى حصل عليها الشخص بعد 2.5 سنه تساوى 5500 جنيه. أوجد المبلغ المستثمر.

الحـــل

بما أن م = س ؟ ، ع = 5% ، ت = 4 × 2.5 = 10 وحدات زمنيه - حيث أن الوحدة الزمنيه ثلاثة شهور.

ف = م × ع × ت = س × $\frac{5}{100}$ × 10

5500 = س + 0.5 ←

س = $\frac{10 \times 550}{5}$ = 11000 جنيه

مثال (1-4)

أستثمر شخص مبلغ 10000 جنيه وبعد 9 شهور أصبحت جملة المبلغ 11000 جنيه ، أوجد المعدل السنوى للفائدة البسيطة.

الحـــل

حـ = 11000 ، م = 10000 ، ت = $\frac{9}{12}$ ، ع = ؟

ف = حـ - م = 11000 - 10000 = 1000 جنيه

وبما أن

ف = م × ع × ت

1000 = 10000 × ع × $\frac{9}{12}$ ←

ع = $\frac{12 \times 1000}{9 \times 1000}$ = $\frac{4}{30}$ = 0.1333 = 13.33%

مثال (1-5)

أستثمر شخص مبلغ 19000 وبعد 9 شهور أصبحت جملة المبلغ المستثمر 25000 جنيه. أوجد المعدل السنوى للفائدة البسيطة.

الحــل

حـ = 25000 جنيه ، م = 19000 جنيه ، ت = $\frac{9}{12}$ سنه ، ع = ؟

بما أن

حـ = م (1 + ع ت)

25000 = 19000 (1+ ع $\frac{9}{12}$)

$\frac{25}{19}$ = 1 + $\frac{3}{4}$ ع ←

$\frac{25}{19}$ - 1 = $\frac{3}{4}$ ع ← $\frac{6}{19}$ × $\frac{4}{3}$ = ع ←

ع = $\frac{8}{19}$ = 0.421 = 42.10% سنويا.

مثال (1-6)

أقترضت أحدى الشركات مبلغ 285000 من أحدى البنوك لمدة عدة شهور بسعر فائدة بسيطة 25% سنويا لنقص السيوله بالشركة. فاذا كانت جملة المبلغ المطلوب سداده للبنك 300000 جنيه - أحسب مدة القرض.

الحــل

م = 285000 جنيه ، ع = 25% ، حـ = 300000 جنيه

ف = حـ - م = 300000 - 285000 = 15000 جنيه

وبما أن

ف = م × ع × ت ←

$$15000 = 285000 \times \frac{25}{100} \times ت$$

$$ت = \frac{100 \times 15000}{25 \times 285000} = 0.211$$ سنه = 2.53 شهر.

أى مدة شهرين ، 16 يوم تقريبا.

مثال (1-7)

أستثمر شخص ثلاثة مبالغ أ ، ب ، حـ فى ثلاثة مشروعات لمدة سنتين بمعدل فائدة بسيطة 2هـ% ، 3هـ% ، 5هـ% سنويا فى المشروعات الثلاثة على الترتيب. فإذا كان مجموع الفوائد التى تحصل عليها الشخص فى نهاية المدة تساوى 1560 جنيه ، فإذا كان المبلغ المستثمر موزع على المشروعات الثلاثة بالنسب 1 : 4 : 5 ، المطلوب :

1- أوجد أصل المبلغ المستثمر.
2- أوجد أصل المبلغ المستثمر فى كل مشروع ، اذا كانت جملة المبلغ فى نهاية المدة 11560 جنيه.
3- أوجد قيمة المقدار الثابت هـ.

الحـــل

اذا فرضنا أن س هى المبلغ المستثمر فى المشروعات الثلاثة ، بالتالى فأن:

المبلغ المستثمر فى المشروع أ = $\frac{1}{10}$ س ،

والمبلغ المستثمر فى المشروع ب = $\frac{4}{10}$ س ،

والمبلغ المستثمر فى المشروع حـ = $\frac{5}{10}$ س ،

كذلك اذا فرضنا أن ف$_1$ ، ف$_2$ ، ف$_3$ هى الفائدة المتحصلة من المشاريع الثلاثة على الترتيب.

1- بما أن :

ف$_1$ + ف$_2$ + ف$_3$ = 1560 جنيه (1)

حيث

ف = م × ع × ت ←

ف$_1$ = $\frac{1}{10}$ س × $\frac{\text{2هـ}}{100}$ × 2 = $\frac{\text{4هـ س}}{1000}$ (2)

ف$_2$ = $\frac{4}{10}$ س × $\frac{\text{3هـ}}{100}$ × 2 = $\frac{\text{24هـ س}}{1000}$ (3)

ف$_3$ = $\frac{5}{10}$ س × $\frac{\text{5هـ}}{100}$ × 2 = $\frac{\text{50هـ س}}{1000}$ (4)

وبمساواة الطرف الأيسر فى (1) بمجموع الطرف الأيسر فى (2) ، (3) ، (4) نجد أن :

1560 = $\frac{\text{4هـ س}}{1000}$ + $\frac{\text{24هـ س}}{1000}$ + $\frac{\text{50هـ س}}{1000}$ ←

1560 = $\frac{\text{78هـ س}}{1000}$ (5)

وبما أن

حـ = م + ف

$$11560 = \text{س} + \frac{78\text{هـ س}}{1000} \qquad (6)$$

من المعادلة (5) نجد أن:

$$\text{هـ} = 1560 \times \frac{1000}{78\ \text{س}} = \frac{20000}{\text{س}} \qquad (7)$$

وبما أن: حـ = س + ف ←

11560 = س + 1560 ←

س = 11560 - 1560 = 10000 جنيه (8)

بالتعويض بقيمة س فى المعادلة (7) نجد أن :

-2 $\text{هـ} = \frac{20000}{10000} = 2$

-3 أصل المبلغ المستثمر فى المشروع أ = $\frac{1}{10}$ س

= $\frac{1}{10}$ × 10000 = 1000 جنيه

أصل المبلغ المستثمر فى المشروع ن = $\frac{4}{10}$ × 10000 = 4000 جنيه ،

أصل المبلغ المستثمر فى المشروع حـ = $\frac{5}{10}$ × 10000 = 5000 جنيه

مثال (1-8)

أقترض أحد السائقين مبلغ 24000 جنيه من أحد البنوك لشراء سيارة تاكسى على أن يسدد هذا المبلغ على أقساط شهرية ، قيمة القسط الذى يسدده

فى نهاية الشهر 500 جنيه مضافا اليه فائدة بسيطة بمعدل 2% شهريا على الرصيد غير المسدد فى بدايه ذلك الشهر.

أحسب مجموع الفوائد التى يسددها هذا السائق عن هذا القرض.

الحــل

بما أن أصل المبلغ يساوى 24000 جنيه ويسدد على أقساط شهريه قيمة القسط 500 جنيه.

اذن :

مدة القرض = $\frac{24000}{500}$ = 48 شهرا = 4 سنوات

وبالتالى فأن عدد الأقساط التى يقوم السائق بدفعها تساوى 48 قسط.

فاذا فرضنا أن فـر هى قيمة الفائدة التى تدفع مع القسط رقم ر حيث ر=1، 2، ... ، 48 ، كذلك أر هو قيمة الرصيد فى بداية الشهر رقم ر ، ر=1،2، ...، 48. فان:

$أ_1 = 24000$

$أ_2 = 24000 - 500 = 23500$

$أ_3 = 23500 - 500 = 23000$

$\vdots \qquad \vdots$

$أ_{48} = 1000 - 500 = 500$

بالتالى فان :

$ف_1 = أ_1 \times ع \times ت = 24000 \times \frac{2}{100} \times 1 = 480$ جنيه (1)

قيمة القسط الأول = $ح_1$ = 500 + 480 = 980 جنيه

$$ف_2 = أ_2 \times ع \times ت = 23500 \times \frac{2}{100} \times 1 = 470 \text{جنيه} \qquad (2)$$

قيمة القسط الثانى = $ح_2$ = 500 + 470 = 970 جنيه

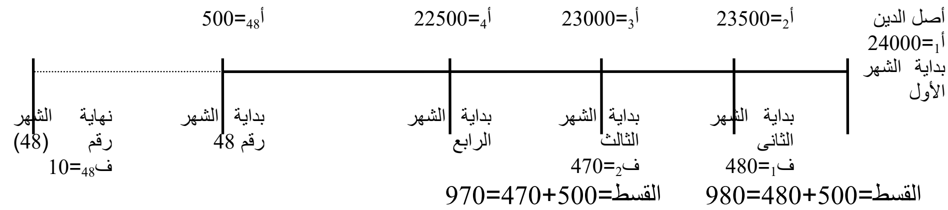
وبنفس الطريقة يمكن ايجاد $ف_3$ ، $ف_4$ ، ... ، $ف_{48}$. ونلاحظ أن $ف_ر$ ، ر=1،2،...، 48 تمثل متواليه عدديه (أنظر ملحق رقم (1)) حدها الاول $ف_1$=480 ، وحدها الأخير $ف_{48}$ = 10 ، كما هو موضح بشكل (1-1).

وبالتالى فأن مجموع الفوائد (ف) حيث :

$$ف = \sum_{ر=1}^{48} ف_ر = \frac{\text{عدد الحدود}}{2} (\text{الحد الأول} + \text{الحد الأخير})$$

$$= \frac{ن}{2} (ف_1 + ف_{48})$$

$$= \frac{48}{2} (480 + 10) = 11760 \text{ جنيه}$$



شكل (1-2)

حل آخر

بما أن $أ_ر = أ + (ر - 1) د$

$$أ_ر = 24000 - 500 (ر - 1) \qquad (3)$$

$$\text{ف}_\text{ر} = \text{أ}_\text{ر} \times \frac{2}{100} \times 1 = [24000-500(\text{ر}-1)] \times \frac{2}{100}$$

$$= 480 - 10\ (\text{ر}-1)$$

بالتعويض المتتالى بقيم ر فى (3) نجد أن:

$\text{أ}_1 = 24000 - 500\ (1-1) = 24000$ جنيه

$\text{أ}_2 = 24000 - 500\ (2-1) = 23000$ جنيه

⋮ ⋮ ⋮

$\text{أ}_{48} = 24000 - 500(48-1) = 500$ جنيه

بالمثل بالتعويض المتتالى بقيم ر فى المعادلة رقم (4) نجد أن:

$\text{ف}_1 = 480 - 10\ (1-1) = 480$ جنيه

$\text{ف}_2 = 480 - 10\ (2-1) = 470$ جنيه

⋮ ⋮ ⋮

$\text{ف}_{48} = 480 - 10\ (48-1) = 10$ جنيه

$$\text{ف}_0 = \sum_{\text{ر}=1}^{48} \text{ف}_\text{ر} = \frac{\text{ن}}{2}(\text{ف}_1 + \text{ف}_{48}) = \frac{48}{2}(480+10) = 11760 \text{ جنيه}$$

(9-1)

أقترض شخص 288000 لأقامت أحد المشروعات ، بمعدل فائدة 10% سنويا. فإذا كان قيمة القسط الشهرى الذى يدفعه المقترض 3000 جنيه، أحسب :

1- ما يتم تسديده من أصل المبلغ فى نهاية الشهر الأول.

2- ما يتم تسديده من أصل المبلغ والفائدة فى نهاية الشهر الثانى.

الحــل

1- الفائدة عن الشهر الأول = ف$_1$ ،

ف$_1$ = $288000 \times \frac{10}{100} \times \frac{1}{12} = 2400$ جنيه (1)

ما يتم تسديده من أصل فى نهاية الشهر الأول

$=3000-2400=600$ جنيه (2)

الرصيد فى بداية الشهر الثانى=$288000-600=287400$ جنيه

2- الفائدة المستحقة فى نهاية الشهر الثانى = ف$_2$

= الرصيد فى بداية الشهر الثانى × $\frac{10}{100} \times \frac{1}{12}$

$= 287400 \times \frac{10}{100} \times \frac{1}{12} = 2395$ جنيه (3)

ما يتم تسديده من أصل المبلغ فى نهاية الشهر الثانى

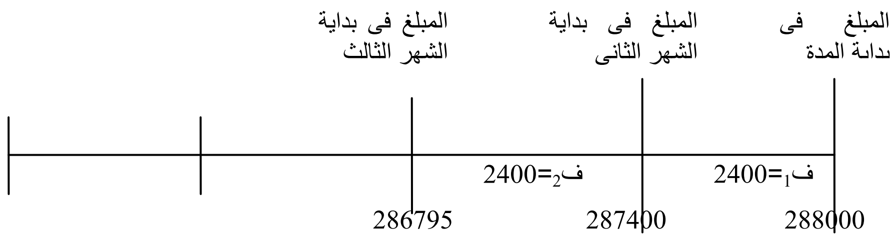
$= 3000 - 2390 = 605$ جنيه (4)

ملحوظة :

1- من (1) ، (3) يتضح أن الفائدة عن الشهر الأول تقل عن الفائدة المستحقة عن الشهر الثانى نظرا لآن الرصيد فى بداية الشهر الأول (288000) أكبر من الرصيد فى بداية الشهر الثانى (287400).

2- من (2) ، (4) يتضح أن ما يتم تسديده من أصل المبلغ فى نهاية الشهر الثانى (605) أكبر من ما يتم تسديده من أصل المبلغ فى نهاية الشهر الأول (600) ، وذلك لنقص ف$_2$ عن ف$_1$.

والشكل التالى يوضح ذلك



شكل (1-2)

(3-1) الفائدة الصحيحة والفائدة التجارية

Exact and Ordinary Interest

اذا كانت مدة القرض (أو الاستثمار) بالأيام ومعدل الفائدة البسيطة معدل سنوى فأنه فى هذه الحالة لابد من تحويل المدة بالأيام الى جزء (كسر) من السنة ويتم حساب المدة كجزء من السنه بطريقتين:

الطريقة الاولى : اذا كانت مدة القرض (أو الاستثمار) بالأيام وعدد هذه الأيام يساوى ى يوم أى أن :

ت = ى يوم

فيتم تحويل المدة ت بالأيام الى جزء من السنه وذلك بقسمه عدد الأيام ى على 360 (أى أعتبار أن عدد أيام السنه تساوى 360 يوم فقط). وبالتالى تصبح المدة ت بحيث :

$$ت = \frac{ى}{360} \text{ سنه} \qquad (4-1)$$

والفائدة البسيطة التى تحسب بحيث تكون المدة ت تساوى $\frac{ى}{360}$ (سنه). أى أعتبار عدد أيام السنه 360 يوم ، تسمى بالفائدة التجارية أو الفائدة العادية ordinary interest ، وسوف نشير لها بالرمز ف′ أى أن:

$$ف' = م \times ع \times \frac{ى}{360} \qquad (5-1)$$

الطريق الثانية : وهذه الطريقة تأخذ العدد الفعلى لأيام السنه حيث تعتبر عدد أيام السنه 365 يوم اذا كانت السنه بسيطه ، 366 يوم اذا كانت السنه كبيسة، وبالتالى تصبح المدة ت على النحو التالى:

$$ت = \begin{cases} \frac{ى}{365} \text{ سنه} & \text{، اذا كانت السنه بسيطة} \\ \frac{ى}{366} \text{ سنه} & \text{، اذا كانت السنه كبيسة} \end{cases} \qquad (6-1)$$

والفائدة البسيطة التى تحسب بحيث تكون المدة تساوى $\frac{ى}{365}$ (أو $\frac{ى}{366}$)- أى أعتبار عدد أيام السنه الفعلية تسمى بالفائدة الصحيحة exact interest، وسوف نشير لها بالرمز (ف") ، وبالتالى فأن:

$$ف'' = \begin{cases} م \times ع \times \frac{ى}{365} \text{ سنه} & \text{، اذا كانت السنه بسيطة} \\ م \times ع \times \frac{ى}{366} \text{ سنه} & \text{، اذا كانت السنه كبيسة} \end{cases} \qquad (7-1)$$

ملاحظات :

1- السنوات الكبيسه هى السنوات التى يكون فيها عدد أيام شهر فبراير 29 يوم ، وتكون السنه كبيسه عندما تقبل القسمه على 4 بدون باقى ، وتكون السنه بسيطه عندما يكون عدد أيام شهر فبراير 28 يوم وتكون السنه بسيطه عندما يكون عدد أيام شهر فبراير 28 يوم وتكون السنه بسيطه عندما لا تقبل القسمه على 4 بدون باقى.

فمثلا السنوات 1999 ، 1998 ، 1982 تعتبر سنوات بسيطه فى حين تعتبر السنوات 1980 ، 1992 ، 1984 سنوات كبيسة. ويستثنى من ذلك السنوات القرنيه وهى السنوات التى تنتهى بصفرين على اليمين. وتكون السنه القرنيه كبيسة اذا كانت تقبل القسمه على 400 بدون باقى، فيما عدا ذلك تكون السنه القرنية سنه بسيطة. فمثلا سنه 1900 تعتبر سنه قرنيه بسيطة فى حين تعتبر سنه 2000 سنه قرنيه كبيسة.

2- من المعادلتين (1-5) ، (1-6) يتضح أن الفائدة التجارية أكبر من الفائدة الصحيحة. وعادة تستخدم الفائدة التجارية فى البنوك والأوساط التجارية، واذا لم يذكر نوع الفائدة هل هى فائدة صحيحة أم فائدة تجارية فأننا نعتبر الفائدة فائدة تجارية.

مثال (1-10)

اذا أودع أحد الاشخاص مبلغ 100000 جنيه لمدة 75 يوم بسعر فائدة بسيطه 15% سنويا ، علما بأن عمليتى الأيداع والسحب قد تمت فى سنة 1999.

والمطلوب :

1- أوجد الفائدة الصحيحة. 2- أوجد الجملة الصحيحة.

3- أوجد الفائدة التجارية. 4- أوجد الجملة التجارية.

الحـــل

1- بما أن سنه 1999 لا تقبل القسمة على 4 بدون باقى ، أى أن سنه 1999 سنه بسيطه وبالتالى فأن:

$$ت = \frac{ى}{365} = \frac{75}{365} \text{ سنه}$$

وبالتالى فأن الفائدة الصحيحة تصبح على النحو التالى:

ف" = م × ع × ت

$$= 100000 \times \frac{15}{100} \times \frac{75}{365} = 3082.19 \text{ جنيه} \qquad (1)$$

2- الجملة الصحيحة = حـ" = م + ف"

$$= 100000+3082.19 = 103082.19 \text{ جنيه} \qquad (2)$$

3- بما أن الفائدة فائدة تجاريه ، فنجد أن :

$$ت = \frac{75}{360} \text{ سنه}$$

وبالتالى فأن:

الفائدة التجارية = ف' = م × ع × ت

$$= 100000 \times \frac{15}{100} \times \frac{75}{360} = 3125 \text{ جنيه} \qquad (3)$$

4- الجملة التجارية = حـ' = م + ف'

$$= 100000 + 3125 = 103125 \text{ جنيه} \qquad (4)$$

من (1) ، (3) نجد أن الفائدة التجارية تساوى 3125 جنيه والفائدة الصحيحة 3082.19 جنيه أى أن الفائدة التجارية أكبر من الفائدة الصحيحة. كذلك من (2) ، (4) يتضح أن الجملة التجارية أكبر من الجملة الصحيحة. حيث أن الجملة التجارية تساوى 103125 جنيه والصحيحة 103082.19 جنيه.

مثال (1-11)

استثمرت إحدى الشركات مبلغ س لمدة 85 يوما بمعدل فائدة 20% سنويا. أوجد المبلغ س المستثمر اذا كانت الفائدة التى حصلت عليها الشركة:

(أ) 9444.44 جنيه (ب) 1463.89 جنيه

الحــل

بما أنه لم يذكر نوع الفائدة ، اذن الفائدة فائدة تجارية. وبما أن:

م = س ؟ ، ع = $\frac{20}{100}$ ، ت = $\frac{85}{360}$

(أ) ف' = م × ع × ت

9444.44 = س × $\frac{20}{100}$ × $\frac{85}{360}$ ←

س = $\frac{9444.44 \times 100 \times 360}{20 \times 85}$ = 200000 جنيه

(ب) ف' = م × ع × ت

1463.89 = س × $\frac{20}{100}$ × $\frac{85}{360}$

س = $\frac{1463.89 \times 100 \times 360}{20 \times 85}$ = 31000 جنيه

(4-1) المدة الصحيحة والمدة التقريبية

Exact and Approximated Time

عند حساب الفائدة البسيطة لمبلغ تم ايداعه فى أحد البنوك فى تاريخ معين (تاريخ الأيداع) وتم سحب المبلغ فى تاريخ لاحق (تاريخ السحب)، فأن المدة التى تحسب عليها الفائدة يتم حسابها بطريقتين هما:

1- **الطريق الصحيحة :** وهذه الطريقة تعتبر المدة هى عدد الأيام الفعليه أبتداء من اليوم التالى لتاريخ الأيداع (أو تاريخ الأقتراض) حتى يوم السحب (أو يوم تسديد القرض). أى أن المدة الصحيحة لا تتضمن يوم الأيداع وتتضمن يوم السحب.

مثال (1-12)

اذا أودع شخص مبلغ معين فى 20 مارس سنة 1992 وقام بسحبه يوم 25 مايو سنه 1992.

ففى هذه الحالة تكون المدة الصحيحة ت بحيث :

ت = (11 يوم من مارس) + (30 يوم من أبريل) + (25 يوم من مايو)

= 66 يوم

وتوجد جداول بملحق رقم (3)" صفحة 267" تعطى تسلسل الأيام فى حالتى السنه البسيطة والسنه الكبيسة ، فباستخدام هذه الجداول يمكن حساب المدة الصحيحة باعتبارها الفرق بين رقم تاريخ السحب ورقم تاريخ الأيداع.

ففى المثال السابق نجد أن سنه 1992 سنه كبيسة وباستخدام الجدول بملحق رقم (3) نجد أن :

رقم تاريخ الأيداع بالجدول = 80

رقم تاريخ السحب بالجدول = 146

وبالتالى فأن:

ت = 146 - 80 = 66 يوم.

أى نفس المدة التى حصلنا عليها بالحساب المباشر.

2- **الطريقة التقريبية :** وهذه الطريقة تعتبر أن كل شهر كامل ثلاثون يوما بغض النظر عن عدد الأيام الفعليه بكل شهر.

وبالتالى تعتبر المدة الصحيحة أكبر من المدة التقريبية.

مثال (1-13)

اذا كان تاريخ الأيداع 1990/1/25 وتاريخ السحب 990/8/15. فان المدة التى تحسب عليها الفائدة بالطريقة التقريبية هى:

	يوم	شهر	سنه
تاريخ السحب	15	8	1990
تاريخ الايداع	25	1	1990
	20	6	-

المدة التقريبية = 6 شهور + 20 يوم

= 6(30) + 20 = 180 + 20 = 200 يوم

أما اذا تم حساب هذه المدة بالطريقة الصحيحة فنجد من ملحق رقم (3) أن:

رقم تاريخ الإيداع = 25

رقم تاريخ السحب = 228

المدة الصحيحة = 228 - 25 = 203 يوم

ومما سبق نجد أنه يمكن حساب الفائدة البسيطة بأربع طرق هى:

1- طريقة الفائدة الصحيحة لمدة صحيحة.
2- طريقة الفائدة الصحيحة لمدة تقريبية.
3- طريقة الفائدة التجارية لمدة تقريبية.
4- طريقة الفائدة التجارية لمدة صحيحة.

وتعتبر الطريقة الأخيرة أى طريقة الفائدة التجارية (ف') لمدة صحيحة هى الطريقة الأكثر أستعمالا فى المعاملات التجارية. وهى الطريقة المتبعه فى البنوك التجاريه لذا تسمى بقاعدة الصيارفة* banker's rule - وفى حالة عدم تحديد طريقة معينه لحساب الفائدة البسيطه ، ففى هذه الحالة تتبع هذه الطريقة (طريقة الفائدة التجارية لمدة صحيحة).

مثال (1-14)

أودعت أحدى الشركات مبلغ 200000 جنيه بأحد البنوك فى 1992/1/4 بمعدل فائدة بسيطه 14% سنويا. فاذا تم سحب المبلغ وفائدة فى 1992/7/12. أوجد الفائدة وجملة المبلغ المسحوب بأستخدام كل طريقة من الطرق التالية:

* Robert cissell, Helen Cissell, and David C.F. lospobler (1990): "Mathematics of Finance - Eighth Edition". Houghton Mifflin Company, Boston.

1- طريقة الفائدة الصحيحة لمدة صحيحة ،
2- طريقة الفائدة الصحيحة لمدة تقريبية ،
3- طريقة الفائدة التجارية لمدة صحيحة ،
4- طريقة الفائدة التجارية لمدة تقر يبية.

ثم حدد العلاقة بين قيم الفائدة المسحوبة بكل طريقة من الطرق السابقة.

الحــل

1- بأستخدام طريقة الفائدة الصحيحة لمدة صحيحة. بما أن المدة صحيحة حيث 1992/1/4 تاريخ الأيداع ، 1992/7/12 تاريخ السحب - وسنه الأيداع والسحب سنه كبيسه فأنه من الجدول بملحق رقم (3) نجد أن:

مسلسل تاريخ الأيداع = 4

مسلسل تاريخ السحب = 194

المدة (ى) = 194 - 4 = 190 يوم (1)

وبالتالى فأن:

$$ف" = م \times ع \times \frac{ى}{366}$$

$$= 200000 \times \frac{14}{100} \times \frac{190}{366} = 14530.52 \text{ جنيه} \quad (2)$$

حـ" = 200000 + 14535.52 = 214535.52 جنيه

2- بأستخدام طريقة الفائدة الصحيحة لمدة تقريبية نجد أن:

	يوم	شهر	سنه
تاريخ السحب	12	7	1992
تاريخ الايداع	4	1	1992
	8	6	-

المدة (ى) = 6 شهور + 8 أيام = 6(30)+8=180+8=188يوم (3)

وبالتالى فأن:

$$ف'' = م \times ع \times \frac{ى}{366}$$

$$= 200000 \times \frac{14}{100} \times \frac{188}{366} = 14382.51 \text{جنيه} \qquad (4)$$

$$جـ'' = 200000 + 14382.51 = 214382.51 \text{ جنيه}$$

من المعادلتين (2) ، (4) يتضح أن الفائدة الصحيحة لمدة صحيحة أكبر من الفائدة الصحيحة لمدة تقريبية.

3- بأستخدام طريقة الفائدة التجارية لمدة صحيحة من المعادلة (1) نجد أن:

المدة الصحيحة (ى) = 190 يوم

وبالتالى فأن:

$$ف' = م \times ع \times \frac{ى}{360}$$

$$= 200000 \times \frac{14}{100} \times \frac{190}{360} = 14777.78 \text{ جنيه} \qquad (5)$$

$$حـ' = 200000 + 14777.78 = 214777.78$$

4- بأستخدام طريقة الفائدة التجاريه لمدة تقريبيه من المعادلة (3) نجد أن:

المدة (ى) = 188 يوم

وبالتالى فأن:

$$\text{ف}' = 200000 \times \frac{14}{100} \times \frac{188}{360} = 14622.22 \text{ جنيه} \qquad (6)$$

$$\text{حـ}' = 200000 + 14622.22 = 214622.22 \text{ جنيه}$$

من المعادلتين (5) ، (6) يتضح أن الفائدة التجارية الصحيحة أكبر من الفائدة التجارية التقريبية. ومما سبق يمكن استنتاج العلاقات التالية:

1- الفائدة الصحيحة (سواء لمدة صحيحة أو لمدة تقريبية) عادة أقل من الفائدة التجارية (سواء لمدة صحيحة أو لمدة تقريبية).

2- الفائدة التجارية لمدة صحيحة > الفائدة التجارية لمدة تقريبية > الفائدة الصحيحة لمدة صحيحة > الفائدة الصحيحة لمدة تقريبية.

مثال (1-15)

أودع شخص مبلغ 5240 جنيه بأحد البنوك فى 1999/5/27 بسعر فائدة بسيطة 15% سنويا - وفى 1999/9/18 سحب لمبلغ والفائدة.

1- أحسب الفائدة.

2- أحسب الجملة التى تم سحبها.

الحــل

بما أنه لم يذكر الطريقة التى يتم بها حساب الفائدة - بالتالى فأنه يتم حسابها بأستخدام طريقة الفائدة التجارية لمدة صحيحة.

مسلسل تاريخ الايداع = 147

مسلسل تاريخ السحب = 261

المدة (ى) = 261 - 147 = 114 يوم

$$ف' = م \times ع \times \frac{ى}{360}$$

$$= 5240 \times \frac{15}{100} \times \frac{114}{360} = 248.9 \text{ جنيه}$$

$$حـ' = 5240 + 248.9 = 5488.9 \text{ جنيه}$$

مثال (1-16)

أقترض أحد الاشخاص مبلغ 24000 جنيه من أحد البنوك بمعدل فائدة بسيطه 12% سنويا. بحيث يقوم بسدادها على أقساط شهرية قيمة القسط 500 جنيه من أصل المبلغ مضافا اليه قيمة الفائدة المحسوبه على الرصيد غير المسدد فى بداية ذلك الشهر.

1- أحسب عدد الأقساط التى يدفعها الشخص.

2- أوجد القسط المدفوع عن الشهر الأول والثانى.

3- أوجد أجمالى الفوائد المدفوعة.

الحـــل

1- عدد الأقساط = $\frac{24000}{500} = 48$ قسط

2- بالنسبة للقسط الأول نجد أن:

الرصيد فى بداية الشهر الأول ($م_1$) = 24000 جنيه

الفائدة على رصيد الشهر الأول ($ف_1$) = $م_1 \times ع \times \frac{1}{12}$

$$= 24000 \times \frac{12}{100} \times \frac{1}{12} = 240 \text{ جنيه}$$

قسمة القسط الأول = 500 + ف$_1$

= 500 + 240 = 740 جنيه

بالمثل

الرصيد فى بداية الشهر الثانى (م$_2$)= 24000 - 500 = 23500 جنيه

الفائدة على رصيد الشهر الثانى (ف$_2$) = م$_2$ × ع × $\frac{1}{12}$

= 23500× $\frac{12}{100}$ × $\frac{1}{12}$ = 235جنيه

قيمة القسط الثانى = 500 + 235 = 735 جنيه

وهكذا يكون الرصيد فى بداية الشهر الآخير (م$_{48}$) = 500

ف$_{38}$ = م$_{48}$ × ع × $\frac{1}{12}$

= 500 × $\frac{12}{100}$ × $\frac{1}{12}$ = 5 جنيه

قيمة القسط الأخير = 500 + 5 = 505 جنيه

مما سبق نجد أن الفائدة الشهرية تمثل متوالية عددية على النحو التالى:

240 ، 235 ، 230 ، .... ، 5

وبالتالى يكون اجمالى الفائدة = $\frac{48}{2}$[240 + 5] = 5880 جنيه

(5-1) تارخ استحقاق التزام مالى مدته معلومة

بالنسبة للالتزامات المالية مثل الودائع ، القروض أو الكمبيالات يتم تحديد تاريخ استحقاق الالتزام المالى من خلال مدة الالتزام على النحو التالى:

أولا : اذا كانت مدة الالتزام المالى بالأيام فأننا نستخدم الجداول بملحق رقم (3) لتحديد تاريخ الاستحقاق وذلك عن طريق اضافة مدة الالتزام المالى بالايام الى رقم تاريخ بدء الالتزام المالى فينتج رقم تاريخ الأستحقاق حيث يمكن بأستخدامه تحديد تاريخ الأستحقاق.

مثال (1-17)

أشترى شخص كمبيوتر فى 1999/4/5 بمبلغ 4500 جنيه دفع من الثمن 1500 جنيه وحرر كمبياله بباقى الثمن تستحق السداد بعد 150 يوم بفائدة بسيطه بمعدل 15% سنويا.

1- أوجد تاريخ استحقاق الكمبيالة.

2- المبلغ الذى يسدده ذلك الشخص فى تاريخ الاستحقاق.

الحــل

1- من الجدول بملحق رقم (3) نجد أن:

الرقم المسلسل المناظر للتاريخ 1999/4/5 = 95

وبالتالى يكون الرقم المسلسل المناظر لتاريخ الاستحقاق = 95+150=245

ومن الجدول نجد أن التاريخ المناظر للرقم 245 هو 1999/9/2.

2- بما أن باقى الثمن يساوى = 4500 - 1500 = 3000 جنيه

الفائدة المستحقة عن المبلغ الباقى= $3000 \times \frac{15}{100} \times \frac{150}{360} = 187.5$ جنيه

اذن جملة المبلغ المستحق = 3000 + 187.5 = 3187.5 جنيه

ثانيا : اذا كانت مدة الالتزام بالشهور الكاملة فأننا نحدد تاريخ الاستحقاق بأضافة تلك المدة الى تاريخ بدء الالتزام المالى. فمثلا اذا كان تاريخ بدأ الالتزام هو 1998/12/15 ومدة الالتزام ثلاثة شهور فأن تاريخ الاستحقاق هو 1999/3/15.

ويلاحظ أنه اذا كان تاريخ يوم الاستحقاق المسحوب بهذه الطريقة أكبر من تاريخ آخر يوم فى الشهر الذى يستحق فيه الالتزام المالى ، فأنه يؤخذ آخر يوم فى الشهر على أنه تاريخ الأستحقاق فمثلا اذا كان تاريخ بدأ الالتزام 30 يناير 1999 لمدة شهر واحد فيكون تاريخ استحقاق الالتزام هو 28 فبراير 1999.

مثال (1-18)

أوجد تاريخ الاستحاق فى كل حالة من الحالات التاليه مع حساب الفائدة فى كل حالة.

1- قرض بمبلغ 10000 جنيه تم استلام القرض فى 1997/5/12 ويستحق السداد بعد 5 شهور بمعدل فائدة بسيطة 14%.

2- وديعه بمبلغ 2500 جنيه فى 1991/1/2 تستحق السداد بعد 6 شهور من تاريخ الأيداع بمعدل فائدة 18%.

3- أقترض شخص مبلغ 75000 جنيه فى 1996/1/13 بمعدل فائدة 20% ويستحق السداد بعد 25 يوم من تاريخ الاقتراض.

الحــل

1- تاريخ الاستحقاق للقرض = 12 / 1997/5 + 5 شهور

= 1997/10/12

الفائدة المستحقة = $10000 \times \frac{14}{100} \times \frac{5}{12} = 583.33$ جنيه

2- تاريخ الاستحقاق = 1991/1/2 + 6 شهور = 1991/7/2

الفائدة المستحقة = $2500 \times \frac{18}{100} \times \frac{6}{12} = 225$ جنيه

3- من الجدول بملحق (3) نجد أن:

التسلسل المناظر لتاريخ الاقتراض = 13

التسلسل المناظر لتاريخ الاستحقاق = 13 + 25 = 38

ومن ملحق (3) نجد أن التاريخ المناظر للمسلسل 38 هو 1997/2/7.

الفائدة المستحقة = $75000 \times \frac{20}{100} \times \frac{25}{360}$

= 1041.67 جنيه

(7-1) تمرينـــــات Exercises

(1-1) أحسب الفائدة البسيطة والجملة فى كل حالة من الحالات التالية:

1- مبلغ 15000 جنيه بسعر فائدة 8% سنويا لمدة سنتين.

2- مبلغ 1920 جنيه بسعر فائدة 14.4% كل نصف سنة لمدة 5 شهور

3- مبلغ 2780 جنيه بسعر فائدة 3.5% كل ربع سنه لمدة 14 شهور.

4- مبلغ 156100 جنيه بسعر فائدة 2% شهريا لمدة 3 سنوات.

(2-1) أودع شخص مبلغ 2000 جنيه فى أحد البنوك بسعر فائدة بسيطة 14% سنويا. أحسب:

أ) الفائدة التى يحصل عليها بعد 3 سنوات كذلك جملة المبلغ.

ب) أوجد المدة التى يصبح بعدها جملة المبلغ 3400 جنيه.

ج) أوجد سعر الفائدة التى يجعل المبلغ يتضاعف بعد 5 سنوات.

(3-1) أشترى أحد الأشخاص شقة بمبلغ 150.000 جنيه دفع من ثمنها مبلغ 100.000 جنيه عند التعاقد ووافق على أن يدفع 60.000 جنيه عند الاستلام بعد 6 شهور لسداد باقى الثمن وفائدته.

أحسب معدل الفائدة البسيطة السنويه التى يدفعها ذلك الشخص عن المبلغ المتبقى.

(4-1) أقترضت أحدى الشركات مبلغ 850.000 جنيه من أحدى البنوك بمعدل فائدة بسيطة 5% شهريا لمدة 6 شهور.

1- أحسب الفائدة وجملة المبلغ الذى تدفعه الشركة للبنك.
2- اذا سددت الشركة نصف المبلغ بعد شهرين والباقى فى نهاية الفترة. **أحسب** الفائدة التى تدفعها الشركة فى هذه الحالة.

(5-1) أقترض أحد العاملين مبلغ 100000 جنيه لشراء عدة ماكينات بمعدل فائدة بسيطة 12% سنويا على أن يسدد شهريا مبلغ 2000 جنيه.

1- أحسب كم جنيها من القسط الأول تكون تسديدا للفوائد وكم جنيها تكون تسديدا من أصل القرض.
2- أحسب كم جنيها من القسط الثانى تكون تسديدا للفوائد وكم جنيها تكون تسديدا من أصل القرض.

(6-1) أشترت ربة منزل غسالة كهربائية بمبلغ 4000 جنيه دفعت من ثمنها 1000 جنيه عند الشراء ووافقت على دفع المبلغ المتبقى مضافا اليه الفوائد على 10 أقساط شهرية ، المطلوب :

1- أوجد قيمة الفوائد المدفوعة على الأقساط كذلك قيمة كل قسط.
2- أوجد أجمالى الفائدة ، اذا كان معدل الفائدة يساوى 12% سنويا.

(7-1) أحسب المدة التى بنهايتها تصبح الفائدة البسيطة على مبلغ مساويه لضعف المبلغ وذلك بمعدل فائدة 25%.

(1-8) أحسب المبلغ الذى إذا أودع فى أحد البنوك بمعدل فائدة بسيطه 12% تصبح جملته بعد 6 شهور 5300 جنيه.

(1-9) أحسب الفائدة التجارية لمبلغ 5670 جنيه بسعر فائدة 15% عن المدة من 10 يناير سنة 1994 حتى 2 مايو من السنه نفسها.

(1-10) أشترى أحد الاشخاص جهاز كمبيوتر بمبلغ 5000 جنيه وأتفق عند الشراء على تسديد 20% من المبلغ وباقى المبلغ على أقساط شهرية قيمة القسط 200 جنيه مضافا اليها الفائدة عن المبلغ المتبقى.

1- أحسب عدد الأقساط التى يجب دفعها.
2- أحسب الفائدة المدفوعة عن المبلغ المتبقى من ثمن شراء الجهاز اذا كان سعر الفائدة 24% سنويا.
3- اذا تم الاتفاق على أن يسدد الشخص مبلغ 5200 جنيه عن ثمن الجهاز والفوائد دفعه واحدة بعد عام من الشراء. أحسب سعر الفائدة المحسوبه فى هذه الحالة.

(1-11) أودع شخص فى 1994/2/2 مبلغ 10500 جنيه ثم أودع فى 1994/4/8 مبلغ 14700 جنيه ، فى 1994/6/1 قام بسحب مبلغ 5000. فاذا كان سعر الفائدة البسيطة 15%. أوجد جملة الفوائد المستحقة لهذا الشخص فى 1994/8/15 بأستخدام:

أ) طريقة الفائدة التجارية للمدة الصحيحة.
ب) طريقة الفائدة التجارية للمدة التقريبية.
ج) طريقة الفائدة الصحيحة للمدة الصحيحة.

د) طريقة الفائدة الصحيحة للمدة التقريبية.

(1-12) أوجد تاريخ الأستحقاق والجملة فى ذلك التاريخ ، وذلك لكل مبلغ من المبالغ المقترضه التاليه فى عام 1998.

رقم القرض	تاريخ الاقتراض	مدة القرض	المبلغ المقترض	معدل الفائدة السنوى
1	1998/1/3	3 شهور	12500	%13.5
2	1998/2/27	45 يوم	4257	%14
3	1998/7/9	60 يوم	9650	%11.2

(1-13) أقترض شخص مبلغ 2750 جنيه وبعد 8 شهور قام بدفع مبلغ 3000 جنيه لسداد القرض وفائدته. **أحسب** معدل الفائدة السنوى.

(1-14) أدخر شخص مبلغ 5000 جنيه فى صورة وديعة لمدة 6 شهور بمعدل فائدة بسيطة 15% سنويا ، **أحسب** فائدة الوديعه وجملتها فى نهاية المدة.

الباب الثانى
الخصم البسيــط وأنواعه
Simple Discount and its Types

(1-2) تعريفات — **Definitions**

(2-2) الخصم الصحيح — **True Discount**

(3-2) الخصم التجارى — **Commercial Discount**

(4-2) العلاقة بين الخصم التجارى والخصم الصحيح — **Relationship Between True and Commercial Discount**

(5-2) خصم الأوراق التجارية فى البنوك — **The Discount of Commercial Papers in the Banks**

(6-2) تمرينــات — **Exercises**

(1-2) تعريفـــات Definitions

فى الباب السابق تناولنا بالدراسة تعريف وأنواع وطرق حساب الفائدة البسيطة التى تحسب على المبلغ الذى يودعه (أو يقترضه) شخص (أو هيئة) فى (أو من) أحد البنوك (أو أى جهة مالية أخرى).

وفى حالة اقتراض شخص (أو هيئة) مبلغ معين فأنه يتعهد بسداد الدين فى تاريخ استحقاقه وذلك بناء على التزامات (تعهدات) من المدين بالدفع فى صورة أوراق تجارية مثل كمبيالات أو سندات أذنيه، ... الخ يتم تحريرها - ويحدد فى تلك الأوراق التجارية تاريخ الاستحقاق المحدد للدين ويوضح بها كذلك اسم الدائن (الساحب) وأسم المدين (المسحوب عليه) ويطلق على القيمة الواجب سدادها فى تاريخ الاستحقاق القيمة الاسمية للدين. وفى حالة توافر مبلغ الدين لدى المدين ورغب فى سداد الدين قبل تاريخ استحقاقه، ففى هذه الحالة يحصل المدين على خصم من الدائن عن الفترة الزمنية من تاريخ السداد الى تاريخ الاستحقاق وتسمى هذه الفترة بمدة الخصم ، ويسمى المبلغ الذى يتم دفعه قبل تاريخ الاستحقاق بالقيمة الحالية للدين.

ويمكن للدائن تقديم الأوراق المالية لأحد البنوك قبل تواريخ استحقاقها ويحصل على قيمتها بعد استبعاد الخصم وبعض المصاريف البنكية (عمولة ومصاريف تحصيل) ثم يقوم البنك بتحصيل قيمة الأوراق التجارية من المدينين فى تواريخ استحقاقهم.

وفيما يلى سوف نقدم بعض التعريفات الأساسية بالنسبة للديون.

(1) القيمة الاسمية للدين :

القيمة الاسمية للدين maturity value هى قيمة الدين الواجب دفعها فى تاريخ الاستحقاق. وسوف نشير لها بالرمز (ق.س).

(2) مدة الخصـــم :

مدة الخصم هى المدة من تاريخ الخصم (السداد) حتى تاريخ الاستحقاق، وسوف نشير لها بالرمز (ت).

(3) الخصم (الحطيطة):

الخصم discount هو المبلغ الذى يتم استيعاده (طرحه) من القيمة الأسمية للدين نظير سداد الدين قبل تاريخ استحقاقه وبذا فهو يعتبر الفائدة المستحقة للمدين عن مدة الخصم ، وسوف نشير للخصم بالرمز (خ).

(4) القيمة الحالية للدين :

القيمة الحالية present value هى قيمة الدين فى تاريخ الخصم أى هى المبلغ الذى يتم سداده عن الدين فى تاريخ الخصم (أى قبل تاريخ الاستحقاق) ، ويقل هذا المبلغ عن القيمة الاسمية للدين بمقدار الخصم، وسوف نشير للقيمة الحالية بالرمز (ق.ح) ، وبالتالى فأن :

القيمة الحالية للدين = القيمة الاسمية للدين - الخصم

(ق . ح) = (ق . س) - ح' (1-2)

أو

القيمة الاسمية = القيمة الحالية + الخصم

(ق . س) = (ق . ح) + خ (2-2)

ومن المعادلة (2-2) يمكن تفسير القيمة الحالية بالمبلغ والقيمة الاسمية بجملة المبلغ فى حالة الفائدة البسيطة.

ويوجد طريقتين لحساب الخصم هما:

الطريقة الأولى : فى هذه الطريقة يعتبر الخصم هو فائدة القيمة الحالية عن مدة الخصم وبمعدل فائدة معين وفى هذه الحالة يسمى الخصم بالخصم الصحيح ، وسوف نشير للخصم الصحيح بالرمز (خ . ص).

الطريقة الثانية : فى هذه الطريقة يعتبر الخصم هو فائدة القيمة الاسمية عن مدة الخصم وبمعدل خصم معين. وفى هذه الحالة يسمى الخصم بالخصم التجارى وسوف نشير للخصم التجارى بالرمز (خ . ت)

ونظرا لأن القيمة الاسمية أكبر من القيمة الحالية ، وبالتالى فإذا كان معدل الخصم واحد ومدة الخصم واحدة فأننا نجد أن الخصم التجارى أكبر من الخصم الصحيح كما سوف يتضح فى الفصول التالية.

(2-2) الخصم الصحيح True Discount

أحيانا يسمى الخصم الصحيح بالحطيطة الداخلية. وكما سبق أن ذكرنا فى الفصل السابق أن الخصم الصحيح (خ. ص) هو فائدة القيمة الحالية للدين عن مدة الخصم أى أن:

الخصم الصحيح = القيمة الحالية الصحيحة × معدل الفائدة × مدة الخصم

(خ . ص) = (ق . ح . ص) × ع × ت (4-2)

حيث ع هى معدل الفائدة ، ت هى مدة الخصم ، وبالتالى فأن:

القيمة الحالية الصحيحة = القيمة الاسمية - الخصم الصحيح

(ق . ح . ص) = (ق . س) - (خ . ص) (5-2)

ومن المعادلة (2-5) نجد أن:

(ق . س) = (ق.ح.ص) + (خ.ص)

= (ق.ح.ص) + (ق.ح.ص) × ع × ت

= (ق.ح.ص) [1 + ع ت] (6-2)

أو

$$\text{(ق.ح.ص)} = \frac{\text{(ق.س)}}{1 + \text{ع} \times \text{ت}} \qquad (7\text{-}2)$$

مثال (2-1):

شخص مدين بمبلغ 3500 جنيه تستحق السداد فى 1999/5/15. فاذا كان معدل الفائدة البسيطة هو 15% سنويا. أوجد:

أ) القيمة الحالية الصحيحة لذلك الدين فى 1999/2/15.

ب) الخصم الصحيح.

الحـــل

أ) بما أن :

ع = 15% ، ت = $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ سنه ،

(ق . س) = 3500 جنيه

بالتعويض فى المعادلة (2-7) نجد أن:

القيمة الحالية الصحيحة (ق.ح.ص) = $\frac{(\text{ق} \cdot \text{س})}{1+\text{ع ت}}$

$= \frac{3500}{1+,15\times,25} = \frac{3500}{1,038}$ = 3371.87 جنيه

ب) الخصم الصحيح = القيمة الاسمية - القيمة الحالية الصحيحة

(خ.ص) = (ق.س) - (ق.ح.ص)

= 3500 - 3371.87 = 128.13 جنيه

مثال (2-2):

يرغب أحد الأشخاص فى شراء جهاز كمبيوتر بمواصفات معينة، وإذا كان متاح طريقتين للدفع، فإذا كان سعر الجهاز 5000 جنيه اذا تم دفع الثمن

عند الشراء نقدا ، أو أن يدفع 5600 جنيه اذا دفع الثمن بالأجل بعد 9 شهور من الآن. فاذا كان معدل الفائدة يساوى 24% سنويا:

أ) حدد أى طريقة للدفع أفضل بالنسبه لهذا الشخص.

ب) وما هو الفرق بين الطريقتين.

الحـــل

أ) بما أنه متاح لدى الشخص طريقتين للدفع هما:

الطريقة الاولى : يدفع الثمن نقدا فورى (500 جنيهه).

الطريقة الثانية : يدفع المبلغ بالأجل بعد 9 شهور (5600 جنيه).

فنجد أن القيمة الحالية الصحيحة للدفع بالطريقة الاولى تساوى:

(ق . ح . ص) = 5000 جنيه (1)

أما اذا تم الدفع بالطريق الثانية (الدفع بالأجل) فنجد أن القيمة الحالية الصحيحة (ق.ح.ص) تساوى

$$(\text{ق . ح . ص}) = \frac{(\text{س . ق})}{1+\text{ع ت}}$$

$$= \frac{5600}{1+\frac{24}{100}\times\frac{9}{12}} = \frac{5600}{1+0{,}18} = 4745.76 \text{ جنيه} \qquad (2)$$

وهذا يعنى اذا أستثمر الشخص مبلغ 4745.76 جنيه من الآن لمدة 9 شهور فأن جملة هذا المبلغ تصبح 5600 جنيه. وبالتالى يكون أفضل لهذا الشخص الدفع بالآجل لأن القيمة الحالية للدفع بالآجل أقل من القيمة الحالية للدفع الفورى.

ب) ويكون الفرق بين الدفع بالأجل والدفع الفورى = 5000 - 4745.76

= 254.24 جنيه

وهذا المبلغ (254.24) يمثل وفر للمشترى.

مثال (2-3) :

كمبيالة تستحق السداد فى 1995/7/2 ، فإذا كان قيمة الخصم الصحيح (خ.ص) لهذه الكمبيالة 100 جنيه فى تاريخ 1995/3/2 بمعدل فائدة بسيطة 12% سنويا. أوجد القيمة الاسمية (ق.س) لهذه الكمبيالة.

الحـــل

بما أن : (خ.ص) = 100 جنيه ، ومدة الخصم ت حيث :

ت = 1995/7/2 - 1995/3/2 = 4 شهور

وبما أن :

(خ.ص) = (ق.ح.ص) × ع × ت ←

$$100 = (\text{ق.ح.ص}) \times \frac{12}{100} \times \frac{4}{12} \quad \leftarrow$$

القيمة الحالية الصحيحة = (ق.ح.ص) = $\frac{100 \times 100}{4}$ = 2500 جنيه

وبما أن :

القيمة الاسمية = القيمة الحاليه الصحيحة + الخصم الصحيح

(ق . س) = (ق.ح.ص) + (خ.ص)

= 2500 + 100 = 2600 جنيه.

مثال (2-4):

سند أذنى قيمته الاسمية 95000 جنيه يستحق السداد فى 1992/9/1. تم خصمه فى 1992/5/4 فبلغت قيمته الحالية الصحيحة 90000 جنيه. أوجد معدل الفائدة البسيطة المستخدم فى خصم هذا السند.

الحـــل :

بما أن القيمة الاسمية (ق.س) = 95000 جنيه

والقيمة الحالية الصحيحة (ق.ح.ص) = 90000 جنيه ←

الخصم الصحيح = القيمة الاسمية - القيمة الحالية الصحيحة

(خ . ص) = (ق.س) - (.ح.ص)

= 95000 - 90000 = 5000 جنيه

من ملحق رقم (1) نجد أن:

مدة الخصم (ت) = 245 - 125 = 120 يوم

وبما أن:

الخصم الصحيح (خ.ص)= القيمة الحالية الصحيحة × معدل الفائدة × المدة

←

$$5000 = 90000 \times ع \times \frac{120}{360} \quad \leftarrow$$

$$ع = \frac{5000 \times 360}{9000 \times 120} = 0.1667 = 16.67\%$$ سنويا

ملحوظة : عندما تكون مدة الخصم بالشهور فأنها تحول الى جزء من السنة بالقسمة على 12 ، وعندما تكون مدة الخصم بالأيام فإنها تحول الى جزء من السنة وذلك بالقسمة على 360.

(3-2) الخصم التجارى Commercial Discount

الخصم التجارى (وأحيانا يسمى بخصم البنوك أو الخصم المصرفى أو بالحطيطة الخارجية) لدين (كمبيالة أو سند أذنى ، ...) هو فائدة القيمة الأسمية لذلك الدين عن مدة الخصم ويكون بمعدل خصم متفق عليه وسوف نشير لمعدل الخصم فى هذه الحالة بالرمز (ع′) والى الخصم التجارى بالرمز (خ.ت) ، وبالتالى فأن:

الخصم التجارى = القيمة الأسمية × معدل الخصم × مدة الخصم

(خ . ت) = (ق . س) × ع′ × ت (8-2)

ويسمى الفرق بين القيمة الاسمية (ق.س) والخصم التجارى (خ.ت) بالقيمة الحالية التجارية (ق.ح.ت) أى أن:

القيمة الحالية التجارية = القيمة الاسمية - الخصم التجارى

(ق . ح . ت) = (ق . س) - (خ . ت) (9-2)

ومن المعادلتين (2-8) ، (2-9) نجد أن :

(ق.ح.ت) = (ق.س) - (ق.س) خ ع′ × ت

= (ق.س) [1 - ع′ × ت] (10-2)

ومن المعادلة (2-10) نجد أن :

$$(\text{ق.س}) = \frac{(\text{ق.ح.ت})}{1 - \text{ع}'\text{ت}} \qquad (11\text{-}2)$$

والخصم التجارى هو الأسلوب الشائع فى الحياة العملية فى الأوساط المالية والمصرفية ، وهو أسلوب الخصم الواجب أتباعه ما لم ينص صراحة على أستخدام اسلوب الخصم الصحيح (الحقيقى).

مثال (2-5) :

سند اذنى قيمته الاسمية 9270 جنيه تاريخ استحقاقه 1997/5/9، خصم فى 1997/2/11 بمعدل خصم 11% سنويا.

أوجد :

1- الخصم التجارى ، 2- القيمة الحالية التجارية ،

3- الخصم الصحيح ، 4- القيمة الحالية الصحيحة ،

5- قارن بين الخصم التجارى والخصم الصحيح كذلك بين القيمة الحالية التجارية والقيمة الحالية الصحيحة.

الحـــل :

1- بما أن القيمة الأسمية (ق.س) = 9270 جنيه ، ومعدل الخصم (ع′)=11%=0.11

ومن ملحق رقم (1) نجد أن :

مدة الخصم (ت) بالأيام = 126 - 42 = 87 يوم

$$= \frac{87}{360} = \frac{29}{120} \text{ سنه}$$

وبالتالى فأن :

الخصم التجارى = (خ . ت) = (ق.س) × ع′ × ت

$$= 9270 \times \frac{11}{100} = \frac{29}{120} = 246.43 \text{ جنيه} \qquad (1)$$

2- القيمة الحالية التجارية = القيمة الاسمية - الخصم التجارى

(ق.ح.ت) = (ق.س) - (خ.ت)

$$= 9270 - 246.43 = 9023.57 \text{ جنيه} \qquad (2)$$

3- الخصم الصحيح = القيمة الحالية الصحيحة × معدل الخصم × المدة

(خ.ص) = (ق.ح.ص) × ع′ × ت ←

كذلك من المعادلة (2-7) نجد أن :

$$(\text{ق.ح.ص}) = \frac{(\text{س.ق})}{1 + \text{ع}' \times \text{ت}}$$

$$= \frac{9270}{1 + \frac{11}{100} \times \frac{29}{120}} \; 9029.98 \qquad (3)$$

وبالتالى فأن:

الخصم الصحيح = القيمة الاسمية - القيمة الحالية الصحيحة

(خ.ص) = (ق.س) - (ق.ح.ص)

$$= 9270 - 9029.98 = 240.02 \qquad (4)$$

من (1) ، (4) يتضح أن قيمة الخصم الصحيح أقل من الخصم التجارى كذلك من (2) ، (3) يتضح أن القيمة الحالية الصحيحة أكبر من القيمة الحالية التجارية.

وبصفة عامة اذا استخدم معدل واحد لحساب كل من الخصم التجارى والخصم الصحيح لمبلغ معين ولنفس المدة فإن الخصم التجارى لذلك المبلغ يكون أكبر من الخصم الصحيح لنفس المبلغ وبالتالى تكون القيمة الحالية التجارية أقل من القيمة الحالية الصحيحة.

مثال (2-6):

كمبيالة قيمتها الاسمية 7500 جنيه تستحق السداد فى 1995/8/11 خصمت فى 1995/4/13 فكانت قيمتها الحالية التجارية 7000 جنيه.

1- أوجد الخصم التجارى ،

2- أوجد معدل الخصم ،

3- أوجد القيمة الحالية الصحيحة للكمبيالة.

الحـــل :

(ق.س) = 7500 جنيه

من ملحق رقم (1) نجد أن مدة الخصم ت حيث :

ت = 223 - 103 = 120 يوم

$$= \frac{120}{360} = \frac{1}{3}$$ سنه

1- بما أن الخصم التجارى = القيمة الاسمية - القيمة الحالية التجارية

(خ.ت) = (ق.س) - (ق.ح.ت)

= 7500 - 7000 = 500 جنيه

2- بما أن الخصم التجارى = **القيمة الاسمية × معدل الخصم × مدة الخصم**

(خ.ت) = (ق.س) × ع′ × ت

$500 = 7500 \times$ ع′ $\times \frac{1}{3} \leftarrow$

ع′ = $\frac{3 \times 500}{7500} = 0.20 = 20\%$

3- القيمة الحالية الصحيحة = $\frac{\text{القيمة الاسمية}}{1 + \text{معدل الخصم} + \text{المدة}}$

(ق.ح.ص) = $\frac{(\text{ق.س})}{1 + \text{ع}' \times \text{ت}}$

$= \frac{7500}{1 + \frac{20}{100} \times \frac{1}{3}} = \frac{7500}{1,667}$ 7031.03 جنيه

مثال (2-7):

كمبيالة قيمتها الاسمية 10200 جنيه. خصمت يوم 1997/5/30 بمعدل خصم 9% فكانت قيمتها الحاليه التجاريه 9800 جنيه. أوجد تاريخ استحقاق هذه الكمبيالة.

الحـــل :

بما أن :

الخصم التجارى = القيمة الاسمية - القيمة الحالية التجارية

= 10200 - 9800 = 400 جنيه

وبما أن :

الخصم التجارى = القيمة الاسمية × معدل الخصم × $\frac{\text{مدة الخصم بالأيام}}{360}$

$$400 = 10200 \times \frac{9}{100} \times \frac{\text{مدة الخصم بالأيام}}{360}$$

$$\text{مدة الخصم} = \frac{360 \times 100 \times 400}{10200 \times 9} \simeq 156 \text{ يوم}$$

وباستخدام ملحق رقم (3) نجد أن الرقم المسلسل المناظر لتاريخ الخصم (1997/5/30) = 150 ، وبالتالى فإن المسلسل المناظر لتاريخ الاستحقاق = 150 + 156 = 306 ، ومن المحلق رقم (3) نجد أن التاريخ المناظر للمسلسل 306 هو 1997/11/2.

(4-2) العلاقة بين الخصم التجارى والخصم الصحيح

Relationship Between True and Commercial Discount

من الفصلين (2-2) ، (2-3) نجد أنه يمكن حساب الخصم الصحيح (خ.ص) ، والخصم التجارى (خ.ت) من المعادلتين التاليتين:

(خ.ص) = (ق.ح.ص) × ع × ت (12-2)

(خ.ت) = (ق.س) × ع × ت (13-2)

ويتضح من المعادلتين (2-12) ، (2-13) أن قيمة الخصم التجارى دائما أكبر من الخصم الصحيح نظرا لأن الخصم التجارى يعتبر فائدة القيمة الاسمية عن نفس المدة وبنفس المعدل بينما أن الخصم الصحيح هو فائدة القيمة الحالية الصحيحة (وهى أقل من القيمة الأسمية) عن نفس المدة وبنفس المعدل ومن ثم فأن:

(خ.ت) > (خ.ص) (14-2)

وفيما يلى سوف نقدم باختصار العلاقة بين الخصم الصحيح (خ.ص)، والخصم التجارى (خ.ت).

-1 النسبة بين الخصمين : من المعادلتين (2-12) ، (2-13) نجد أن:

$$\frac{(\text{خ.ت})}{(\text{خ.ص})} = \frac{(\text{ق.س}) \times \text{ع} \times \text{ت}}{(\text{ق.ح.ص}) \times \text{ع} \times \text{ت}}$$

$$\frac{(\text{ق.س})}{(\text{ق.ح.ص})} \qquad (15\text{-}2)$$

وبما أن :

$$(\text{ق.ح.ص}) = \frac{(\text{ق.س})}{1 + \text{ع} \times \text{ت}} \qquad (16\text{-}2)$$

وبالتعويض فى المعادلة (2-15) بقيمة (ق.ح.ص) من المعادلة (2-16) نجد أن:

$$\frac{(\text{خ.ت})}{(\text{خ.ص})} = \frac{(\text{ق.س})}{(\text{ق.س}) \backslash (1 + \text{ع} \times \text{ت})} = (1 + \text{ع} \times \text{ت})$$

$$(\text{خ.ت}) = (\text{خ.ص})\ (1 + \text{ع ت}) \qquad (17\text{-}2)$$

أو

$$(\text{خ.ص}) = \frac{(\text{خ.ت})}{1 + \text{ع} \times \text{ت}} \qquad (18\text{-}2)$$

ومن المعادلتين (2-17)، (2-18) نجد أن الخصم التجارى يساوى جملة الخصم الصحيح بنفس معدل الفائدة ع ولنفس مدة الدين ت.

2- الفرق بين الخصمين : من المعادلتين (2-12) ، (2-13) نجد أن:

$$(\text{خ.ت}) - (\text{خ.ص}) = [(\text{ق.س}) - (\text{ق.ح.ص})] \times \text{ع} \times \text{ت}$$

$$= (\text{خ.ص}) \times \text{ع} \times \text{ت} \qquad (19\text{-}2)$$

أى أن الفرق بين الخصم التجارى والخصم الصحيح هو فائدة الخصم الصحيح بنفس معدل الفائدة ع ولمدة الدين ت.

3- العلاقة بين القيمة الاسمية والخصمين : من المعادلتين (2 -12) ، (2-13) نجد أن:

$$(\text{خ.ت}) \times (\text{خ.ص}) = (\text{ق.س}) \times \text{ع} \times \text{ت} \times (\text{خ.ص}) \qquad (20\text{-}2)$$

وبقسمة طرفى المعادلة (2-20) على طرفى المعادلة (2-19) نجد أن:

$$\frac{(\text{خ.ت}) \times (\text{خ.ص})}{(\text{خ.ت}) - (\text{خ.ص})} = \frac{(\text{ق.س}) \times \text{ع} \times \text{ت} \times (\text{خ.ص})}{(\text{خ.ص}) \times \text{ع} \times \text{ت}}$$

$$= (\text{ق.س}) \leftarrow$$

$$(\text{ق.س}) = \frac{(\text{خ.ت}) \times (\text{خ.ص})}{(\text{خ.ت}) - (\text{خ.ص})} \qquad (21\text{-}2)$$

أى أن القيمة الاسمية هى خارج قسمة حاصل ضرب الخصمين على الفرق بينهما.

مثال (2-8):

اذا كان الفرق بين الخصم التجارى والخصم الصحيح يساوى 100 جنيه، لكمبياله تم خصمها قبل موعد استحقاقها بأربعة شهور بمعدل خصم 24% سنويا.

1- أحسب كل من الخصم التجارى (خ.ت) ، والخصم الصحيح (خ.ص).

2- أحسب القيمة الاسمية للكمبيالة.

3- أحسب القيمة الحالية التجارية (ق.ح.ت) ، والقيمة الحالية الصحيحة (ق.ح.ص.).

الحـــل :

1- بالتعويض فى المعادلة (2-19) نجد أن:

(خ.ت) - (خ.ص) = (خ.ص) × ع × ت ←

$$100 = (\text{خ.ص}) \times \frac{24}{100} \times \frac{4}{12} \leftarrow$$

$$(\text{خ.ص}) = \frac{100 \times 100}{8} = 1250 \text{ جنيه}$$

وبالتعويض فى الطرف الأيمن للمعادلة (2-19) نجد أن:

(خ.ت) - 1250 = 100 ←

(خ.ت) = 100 + 1250 = 1350 جنيه

2- بالتعويض فى المعادلة (2-21) نجد أن:

$$(\text{ق.س}) = \frac{(\text{خ.ت}) \times (\text{خ.ص})}{(\text{خ.ت}) - (\text{خ.ص})} \leftarrow$$

$$= \frac{1250 \times 1350}{100} = 16875 \text{ جنيه}$$

3- بالتعويض فى المعادلة (2-7) نجد أن:

$$(\text{ق.ح.ص}) = \frac{(\text{س.ق})}{1 + \text{ع} \times \text{ت}} = \frac{16875}{1 + \frac{24}{100} \times \frac{4}{12}} = \frac{16875}{1{,}08}$$

= 15625 جنيه

كذلك بالتعويض فى المعادلة (2-10) نجد أن:

(ق.ح.ت) = (ق.س) [1-ع′ × ت]

$$= 16875 \left[1 - \frac{24}{100} \times \frac{4}{12}\right] = 16875 \times 0.92$$

= 15525 جنيه

ويلاحظ أن القيمة الحالية التجارية (ق.ح.ت) التى تساوى 15525 جنيه أقل من القيمة الحاليه الصحيحة (ق.ح.ص) التى تساوى 15625 جنيه.

مثال (2-9):

سند أذنى يستحق الدفع بعد 75 يوم ، فإذا كان مجموع الخصم التجارى والخصم الصحيح لهذا السند وبنفس معدل الخصم يساوى 520 جنيه، وأن الخصم التجارى يزيد عن الخصم الصحيح بمبلغ 20 جنيه.

1- أوجد كل من الخصم التجارى والخصم الصحيح.

2- أوجد معدل الخصم.

3- أوجد كل من القيمة الحالية الصحيحة والقيمة الحالية التجارية.

الحـــل :

1- بما أن :

(خ.ت) + (خ.ص) = 520 جنيها (1)

(خ.ت) - (خ.ص) = 20 جنيه (2)

بجمع (1) ، (2) نجد أن:

2(خ.ت) = 540 ←

(خ.ت) = $\frac{540}{2}$ = 270 جنيه (3)

بالتعويض فى (1) بـ (3) نجد أن :

270 + (خ.ص) = 520 ←

(خ.ص) = 520 - 270 = 250 جنيه (4)

-2 من المعادلة (2-20) نجد أن:

(خ.ت) - (خ.ص) = (خ.ص) × ع × ت

20 = 25 × ع × $\frac{75}{360}$ ←

ع = $\frac{20 \times 360}{250 \times 75}$ = 0.384 = 38.4%

-3 من المعادلة (2-21) نجد أن:

(ق.س) = $\frac{(\text{خ.ت}) \times (\text{خ.ص})}{(\text{خ.ت}) - (\text{خ.ص})}$

= $\frac{270 \times 250}{270 - 250} = \frac{67500}{20}$ = 3375 جنيه

وبما أن :

(ق.ح.ص) = $\frac{(\text{ق.س})}{1 + \text{ع} \times \text{ت}} = \frac{4475}{1 + 08,}$ = 3125

كذلك :

(ق.ح.ت) = (ق.س) [1 - ع × ت]

$$= 3375 \left[1 - ,384 \times \frac{75}{360}\right]$$

$$= 3375 \; [\, 1 - 0.08 \,] = 3375 \times 0.92$$

= 3105 جنيه

(5-2) خصم الأوراق التجارية فى البنوك

عندما تقدم ورقة تجاريه (أو أكثر) الى أحد البنوك لخصمها فأنه يقوم بخصم المبالغ الآتية من القيمة الأسميه للورقة (المبالغ التى يستقطعها البنك عندما يخصم ورقة تجارية):

(1) الخصم التجارى (الحطيطة الخارجية) : وكما ذكرنا فى الفصول السابقة فأنه يمكن حساب الخصم التجارى من المعادلة التالية:

الخصم التجارى = القيمة الأسميه × معدل الخصم × مدة الخصم (2-22)

وعادة فأن البنك[1] يضيف الى مدة الخصم مدة يوم (أو أكثر) كمهلة للدفع ومهلة الدفع تختلف من دولة الى أخرى وهى تعطى فرصة للمدين لكى يسدد دينيه خلالها ، كما أنها تعالج مشكلة وقوع تاريخ استحقاق الورقة فى أيام عطلات البنك ومن الطبيعى فأن اضافة مهلة الدفع الى مدة الخصم يؤدى الى زيادة الخصم التجارى.

(2) عمولة البنك : وتحسب عمولة البنك كنسبه من القيمة الأسميه للورقه المقدمه للخصم ولا تعتمد على مدة الخصم أى أن:

عمولة البنك = القيمة الأسمية × معدل العمولة (2-23)

وقد تكون العمولة نسبة مئوية (%) أو نسبه فى الألف من القيمة الأسمية للورقة الماليه كما سوف يتضح فى الأمثلة التالية.

(1) أ.د. عبدالله الهلباوى (1998):"رياضيات الأستثمار" - مكتبه عين شمس - القاهرة.

(3) مصاريف تحصيل : وتحسب مصاريف التحصيل كنسبه من القيمة الأسمية ولا تعتمد على مدة الخصم أيضا ، أى أن:

مصاريف التحصيل = القيمة الأسمية × معدل مصاريف التحصيل (2-24)

وقد يضع البنك حد أدنى لمصاريف تحصيل الورقة الواحدة كأن يقال مثلا أن مصاريف التحصيل (خمسة فى الألف) وبحد أدنى سبعه جنيهات للورقة الواحدة، فمثلا اذا كانت مصاريف تحصيل الورقه تساوى 0.005 من قيمتها الأسميه أقل من سبعه جنيهات ففى هذه الحالة تكون مصاريف التحصيل تساوى سبعه جنيهات.

مصاريف القطع (الخصم الأجمالى) وصافى القطع : مصاريف القطع هى مجموع المبالغ التى يستقطعها البنك من القيمة الأسميه عند خصم ورقه تجاريه بأحد البنوك ، ويسمى الفرق بين القيمة الأسميه ومصاريف القطع بصافى القطع ، أى أن:

مصاريف القطع = الخصم التجارى + عمولة البنك + عمولة التحصيل

(2- 25)

صافى القطع = القيمة الأسمية - مصاريف القطع

مثال (2-10)

كمبيالة قيمتها الأسميه 5800 جنيه تاريخ استحقاقها فى 1999/11/25 تم خصمها فى أحد البنوك فى 1999/9/24 بمعدل خصم 18% سنويا وعمولة 2% ومصاريف تحصيل 03% (3 فى الألف). أحسب صافى القطع.

الحــل :

باستخدام ملحق (3) نجد أن :

الرقم المناظر لتاريخ الأستحقاق = 329

والرقم المناظر لتاريخ الخصم = 267

وبالتالى فأن مدة الخصم = 329 - 267 = 62 يوم

1- **الخصم التجارى (خ.ت)= القيمة الأسمية (ق.س) × معدل الخصم (ع) × المدة (ت)**

$$= 5800 \times \frac{18}{100} \times \frac{62}{360} = 179.8$$ جنيه (1)

2- عمولة البنك $= 5800 \times \frac{2}{100} = 116$ جنيه (2)

3- **مصاريف تحصيل = القيمة الأسمية × معدل مصاريف التحصيل**

$$= 5800 \times \frac{3}{1000} = 17.4$$ جنيه (3)

من (1) ، (2) ، (3) نجد أن:

مصاريف القطع = الخصم التجارى + عمولة البنك + مصاريف التحصيل

$$= 179.8 + 116 + 17.4 = 313.2$$ جنيه (4)

وبما أن:

صافى القطع = القيمة الأسمية - مصاريف القطع

من (4) نجد أن:

صافى القطع = 5800 - 313.2 = 5486.8 جنيه

مثال (2-11) :

سند أذنى قيمته الأسميه 1200 يستحق الدفع فى 1995/11/12 قطع فى أحد البنوك فى 1995/5/8 بمعدل خصم 15% سنويا مع أضافة يومين مهلة الى مدة الخصم وبمعدل عمولة 1% . فكانت قيمة صافى القطع 10500 جنيه. أوجد معدل مصاريف التحصيل.

الحــل :

1- مصاريف القطع = القيمة الأسميه - صافى القطع

= 12000 - 10500 = 1500 جنيه (1)

وبما أنه يمكن الحصول على مدة الخصم بأستخدام ملحق (3) حيث نجد أن:

المسلسل المناظر لتاريخ الأستحقاق = 316

المسلسل المناظر لتاريخ القطع = 128

وبالتالى مدة الخصم 316 - 128 = 188 يوم

وحيث يوجد يومين مهله فتصبح مدة الخصم = 188+ 2 = 190 يوم.

وبالتالى فأن :

2- الخصم التجارى = القيمة الأسميه × معدل الخصم × مدة الخصم

$= 12000 \times \frac{15}{100} \times \frac{190}{360} = 950$ جنيه (2)

3- العمولة = القيمة الأسميه × معدل العمولة

$$= 12000 \times \frac{1}{100} = 120 \text{ جنيه} \qquad (3)$$

4- وبما أن :

مصاريف القطع = الخصم + العمولة + مصاريف التحصيل

1500 = 950 + 120 + مصاريف التحصيل ←

مصاريف التحصيل = 1500 - 950 - 120 = 430 جنيه (4)

وبما أن :

مصاريف التحصيل = القيمة الأسميه × معدل التحصيل ←

430 = 12000 × معدل التحصيل ←

$$\text{معدل التحصيل} = \frac{430}{12000} = 0.036 = 036\%$$

معدل الخصم الأجمالى السنوى (معدل الخصم الحقيقى):

مما سبق يتضح أن مصاريف القطع عند قطع ورقه ماليه فى أحد البنوك لا تقتصر على الخصم التجارى ولكنها تتضمن عمولة البنك ومصاريف التحصيل. ومن ثم فأنه من الأهمية بالنسبه لصاحب الورقه الماليه أن يعلم معدل الخصم الفعلى (الحقيقى) الذى يتضمن عمولة البنك ومصاريف التحصيل بالاضافة الى الخصم التجارى ، ويسمى هذا المعدل بمعدل الخصم الأجمالى (أو معدل الخصم الحقيقى). ومعدل الخصم الأجمالى (أو معدل الخصم الحقيقى) يعتبر ذو أهمية بالنسبه لقاطع الورقه الماليه فى تحديد ما اذا كان من الأفضل له أجراء عملية القطع أو الأقتراض بدلا من القطع مع الأنتظار لحين موعد أستحقاق الورقه والحصول على قيمتها من المدين. كذلك

بالأضافة أنه بمعرفة هذا المعدل يمكن لقاطع الورقه الماليه المقارنه بين البنوك والمؤسسات التى يمكن أن تقطع الورقه عندها حيث يكون من الأفضل له قطع الورقه فى البنك أو الجهه التى تقدم له أقل معدل خصم اجمالى ويمكن حساب معدل الخصم الأجمالى السنوى من المعادلة التالية:

$$\text{مصاريف القطع} = \text{القيمة الأسميه} \times \text{معدل الخصم الأجمالى السنوى} \times \frac{\text{مدة الخصم الفعلية بالأيام}}{360}$$

$$\leftarrow$$

$$\text{معدل الخصم الأجمالى} = \frac{\text{مصاريف القطع} \times 360}{\text{القيمة الأسمية} \times \text{مدة الخصم الفعلية بالايام}} \qquad (2\text{-} 26)$$

واذا كانت مدة الخصم بالشهور فأنه يمكن حساب معدل الخصم الاجمالى من المعادلة التالية:

$$\text{مصاريف القطع} = \text{القيمة الأسمية} \times \text{معدل الخصم الاجمالى السنوى} \times \frac{\text{مدة الخصم الفعلية بالشهور}}{12}$$

$$\leftarrow$$

$$\text{معدل الخصم الأجمالى} = \frac{\text{مصاريف القطع} \times 12}{\text{القيمة الأسمية} \times \text{مدة الخصم الفعلية بالشهور}} \qquad (2\text{-} 27)$$

مثال (2-12) :

كمبيالة قيمتها الأسميه 25300 جنيه خصمت قبل موعد أستحقاقها بأربعه شهور بمعدل خصم تجارى 17% ومعدل العموله 05% ومصروفات تحصل بمعدل 04, % وبحد أدنى 10 جنيهات .

1- أوجد مصاريف القطع.

2- أوجد صافى القطع.

3- أوجد معدل الخصم الأجمالى السنوى.

الحــل :

1- **بما أن مصاريف القطع = الخصم التجارى + العمولة + مصاريف التحصيل** (1)

حيث :

الخصم التجارى = القيمة الأسمية × معدل الخصم × المدة

$$= 25300 \times \frac{17}{100} \times \frac{4}{12} = 1433.67 \text{ جنيه} \qquad (2)$$

العمولـــــــة = القيمة الأسمية × معدل العمولة

$$= 25300 \times \frac{5}{1000} = 126.5 \text{ جنيه} \qquad (3)$$

مصاريف التحصيل = القيمة الأسميه × معدل التحصيل

$$= 25300 \times \frac{4}{10 \times 100} = 10.12 \text{ جنيه} \qquad (4)$$

وبما أن 10.12 أكبر من الحد الأدنى 10 جنيهات ، بالتالى تكون مصاريف التحصيل تساوى 10.12 جنيه.

بالتعويض فى (1) بـ (2) ، (3) ، (4) نجد أن:

مصاريف القطع = 1433.67 + 126.5+10.12=1570.29 جنيه

2- صافى القطع = القيمة الأسمية - مصاريف القطع

= 25300 - 1570.29= 23729.71 جنيه

3- معدل الخصم الأجمالى = $\frac{\text{مصاريف القطع} \times 12}{\text{القيمة الأسمية} \times \text{مدة الخصم}}$

$= \frac{12 \times 1570,29}{4 \times 25300} = 0.1862 = 18.62\%$

واذا تم خصم عدة أوراق ماليه بنفس معدلات الخصم والعمولة فأنه يتم حساب مصاريف القطع وصافى القطع لكل ورقه على حدة ثم نوجد أجمالى مصاريف القطع وأجمالى صافى القطع. ويمكن حساب أجمالى مصاريف القطع وأجمالى صافى القطع بطريقة مختصرة على النحو التالى:

1- يوجد الخصم التجارى لكل ورقه على حدة لاختلاف مدة الخصم لكل ورقة ثم نوجد الخصم التجارى الاجمالى حيث يمثل مجموعة الخصم التجارى للأوراق.

2- نوجد أجمالى العمولة = مجموع القيمة الاسمية للأوراق × معدل العمولة (2- 28)

3- نوجد أجمالى مصاريف التحصيل = مجموع القيم الأسمية للأوراق × معدل التحصيل (2- 29)

وذلك اذا كان معدل مصاريف التحصيل لجميع الأوراق متساوى أما اذا وجد حد أدنى لمصاريف التحصيل لكل ورقه فانه فى هذه الحالة تحسب مصاريف التحصيل لكل ورقه على حدة والمثال التالى يوضح ذلك.

مثال (2-13) :

فى 1991/5/15 قدم أحد الأشخاص الأوراق التالية لخصمها فى أحد البنوك بمعدل خصم 16.5% سنويا ، ومعدل عمولة 05% ، ومعدل تحصيل 03% .

1- سند أذنى قيمته الأسميه 1870 جنيه يستحق فى 1991./10/30

2- سند أذنى قيمته الأسميه 2000 جنيه يستحق فى 1991./8/1

3- كمبيالة قيمتها الأسميه 5500 جنيه تستحق فى 1991./9/7

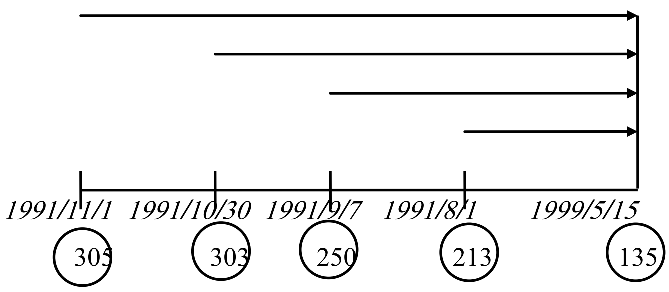
4- كمبيالة قيمتها الأسميه 6800 جنيه تستحق فى 1991/11/1.

المطلوب :

1- أوجد اجمالى مصاريف القطع .

2- أوجد اجمالى صافى القطع.

ملحوظة: المعدل الاجمالى للخصم يختلف من ورقة لاخرى لأنه يعتمد على مدة الخصم.



الحـــل :

1- مدة خصم السند = 303 - 135 = 168 يوم

- الخصم التجارى للسند = $1870 \times \frac{165}{1000} \times \frac{168}{360} = 143.99$ جنيه

(1)

- مدة خصم السند الثانى = 213 - 135 = 78 يوم

- الخصم التجارى للسند الثانى = $2000 \times \frac{165}{1000} \times \frac{78}{360} = 71.9$ جنيه

(2)

- مدة خصم الكمبيالة الأولى = 250 - 135 = 115 يوم

- الخصم التجارى للكمبيالة الأولى= $5500 \times \frac{165}{1000} \times \frac{115}{360} = 289.9$ جنيه

(3)

- مدة الخصم للكمبيالة الثانية = 305 - 135 = 170 يوم

- الخصم التجارى للكمبيالة الثانية = $6800 \times \frac{165}{1000} \times \frac{170}{360} = 529.83$ ج

(4)

من (1) ، (2) ، (3) ، (4) نجد أن:

أجمالى الخصم التجارى = 143.99 + 71.5 + 289.9 + 529.83

= 1035.22 جنيه (5)

2- مجموع القيم الأسمية = 1870 + 2000 + 5500 + 6800

= 16170 جنيه

العمولة الأجماليه = مجموع القيم الأسميه × معدل العمولة

$$= 16170 \times \frac{5}{1000} = 80.85 \text{ جنيه} \qquad (6)$$

-3 أجمالى مصاريف التحصيل $= 16170 \times \frac{3}{1000} = 48.51$ جنيه

(7)

من (5) ، (6) ، (7) نجد أن:

اجمالى مصاريف القطع $= 1035.22 + 80.85 + 48.51$

$= 1164.58$ جنيه

صافى القطع = مجموع القيم الأسميه - اجمالى مصاريف القطع

$= 16170 - 1164.58 = 15005.42$ جنيه

حافظة خصم الأوراق التجارية

هو بيان أو كشف أو جدول يقوم البنك بأعداده عند خصم عدة أوراق ماليه لشخص أو لجهه ما . حيث يوضح هذا البيان القيمة الأسميه لكل ورقه والجهه المدينه بها وتاريخ أستحقاقها وتاريخ خصمها ، كذلك معدل الخصم التجارى وقيمة الخصم التجارى ومعدل العمولة ومعدل مصاريف التحصيل، وقيمة العمولة وقيمة مصاريف التحصيل ، واجمالى مصاريف القطع وصافى القطع.

مثال (2-14):

فى المثال السابق نجد حافظة الأوراق التجارية على النحو الموضح بالجدول التالى:

(6-2) تمـرينــــــات Exercises

(1-2) كمبيالة قيمتها الأسمية 685 جنيه تستحق السداد بعد 7 شهور، خصمت بمعدل 15% سنويا. والمطلوب :

1- أحسب الخصم الصحيح والقيمة الحاليه الصحيحة.

2- أحسب الخصم التجارى والقيمة الحاليه التجارية.

(2-2) سند أذنى قيمته الأسميه 2100 جنيه يستحق الدفع بعد 5 شهور فاذا كان معدل الخصم 13% سنويا. أحسب:

1- الخصم الصحيح والخصم التجارى ثم قارن بينههما.

2- القيمة الحاليه الصحيحة والقيمه الحاليه التجارة ثم قارن بينهما.

(3-2) سند أذنى قيمته الأسميه 7500 جنيه يستحق الدفع بعد 3 شهور فاذا خصم وكانت قيمة الخصم الصحيح تساوى 500 جنيه. أوجد:

1- معدل الخصم .

2- الخصم التجارى والقيمة الحاليه التجارية.

(4-2) خصمت كمبيالة قيمتها الأسمية 8900 جنيه قبل موعد أستحقاقها بمعدل خصم 15% سنويا. فكانت القيمة التجاريه لها تساوى 8000 جنيه. أوجد مدة الخصم.

(5-2) اذا كان الفرق بين الخصم التجارى والخصم الصحيح 56 جنيه بمعدل خصم 15% سنويا لكمبيالة تم خصمها قبل تاريخ أستحقاقها بـ 120 يوم. أوجد :

1- قيمة الخصم التجارى.
2- قيمة الخصم الصحيح.
3- القيمة الأسميه للكمبيالة.

(6-2) قدم أحد الأشخاص كمبيالة قيمتها الأسمية9200 جنيه لأحد البنوك التجارية لخصمها بمعدل خصم 12% سنويا قبل تاريخ أستحقاقها بـ 60 يوم بمعدل عمولة 05% ، ومصاريف تحصيل 02%. أوجد:

1- مصاريف القطع.
2- صافى القطع.

(7-2) اذا كان صافى القطع لكمبيالة 5000 جنيه خصمت قبل تاريخ أستحقاقها بشهر واحد بمعدل خصم 12% سنويا ومعدل عمولة 06% ومصاريف تحصيل 05%. أوجد :

1- أوجد القيمة الأسميه للكمبيالة.
2- أوجد معدل الخصم الأجمالى.

(8-2) كمبيالة قيمتها الأسمية 45300 جنيه تم أستقطاعها فى 1999/5/25 بمعدل خصم 14% وعمولة 05% ومصاريف تحصيل بمعدل 03% فكان صافى القطع 44200 جنيه أوجد تاريخ أستحقاق الكمبيالة ثم أوجد معدل الخصم الأجمالى.

(9-2) خصم سند أذنى بمعدل خصم 14% قبل تاريخ أستحقاقه بشهرين ، فكانت قيمة الخصم الصحيح 700 جنيه. أحسب القيمة الأسمية والخصم التجارى لهذا السند.

(10-2) أستقطعت كمبيالة فى أحد البنوك فكان صافى القطع 5800 جنيه قبل تاريخ أستحقاقها بـ 3 شهور بمصاريف قطع 500 جنيه ومعدل عمولة 03% ، ومصاريف تحصيل 21 جنيه ، أوجد :

1- معدل التحصيل.
2- معدل الخصم.
3- معدل الخصم الاجمالى.

(11-2) أستقطع أحد البنوك الأوراق الماليه التاليخ لأحدى الجهات فى 1997/5/7 :

1- كمبيالة قيمتها الأسمية 1700 جنيه وتاريخ أستحقاقها 1997/7/17.
2- سند قيمته الأسمية 4300 جنيه تاريخ أستحقاقه 1997/9/9.
3- كمبيالة قيمتها الأسمية 6900 جنيه تاريخ أستحقاقها 1997/12/1.

وذلك بمعدل خصم 15% ومعدل عمولة للبنك 05% ومدل مصاريف تحصيل 02% بشرط ال تقل مصاريف تحصيل الورقه الواحدة عن 5 جنيهات ، أحسب :

أ) حساب مصاريف القطع وصافى القطع.
ب) حساب معدل الخصم الاجمالى لكل ورقة.

الباب الثالث
الدفعات الدورية المتساوية بفائدة بسيطة
Equal Periodical Payments at Simple Interest

(1-3) مفهوم وأنواع الدفعات
Concept and Type of Annuities
(2-3) الدفعات العادية بفائدة بسيطة
Ordinary Annuity at Simple Interest
(3-3) الدفعات الفوريه بفائدة بسيطة
Annuity Due at Simple Interest
(4-3) أمثلة تطبيقية **Applied Examples**
(5-3) تمرينـــات **Exercises**

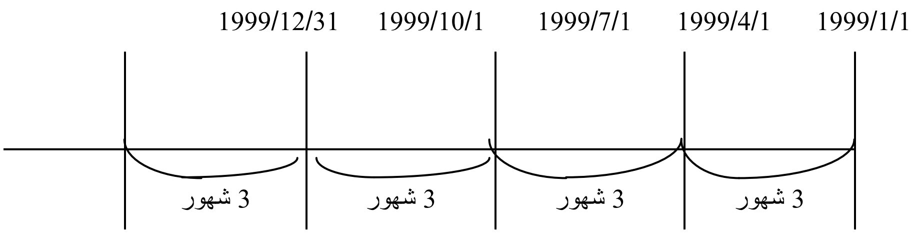
(1-3) مفهوم وأنواع الدفعات

Concept and Types of Annuities

الدفعات الدورية المتساوية هى مبالغ متساوية تدفع على فترات زمنية متساوية ، حيث تسمى المبالغ المتساوية فى هذه الحالة بالدفعات المتساوية equal payments ، وتسمى المدة الواقعة بين تاريخى سداد كل دفعتين متتاليتين بالفترة الزمنية للدفعه (payment interval (or rent period - وتعتبر مدة الدفعات term هى عبارة عن المدة من بداية الفترة الأولى وحتى نهاية الفترة الأخيرة للدفعات.

فمثلا اذا قام شخص بعمل وديعه لمدة سنه قيمتها 5000 جنيه فى 1999/1/1 بأحد البنوك المصرية بحيث يحصل على فائدة قيمتها 125 جنيه كل ثلاثة شهور (أى كل ربع سنه).

والشكل التالى يوضح مدة الدفعات (سنه) وفترة الدفعات (3 شهور الفترة بين كل دفعتين متتاليتين من الدفعات).



شكل (1-3)

ففى هذه الحالة تعتبر الفائدة (125 جنيه) التى تعطى كل 3 شهور دفعات متساوية لأن :

الدفعة الأولى = الدفعة الثانية = الدفعة الثالثة = الدفعة الرابعة = 125 جنيه

وفترة الدفعة فى هذه الحالة تساوى 3 شهور ، ومدة الدفعات تساوى سنه كاملة حيث:

مدة الدفعات = عدد الدفعات × فترة الدفعة (1-3)

وتعتبر دراسة الدفعات الدورية المتساوية ذو أهمية لمتخذ قرار الاستثمار عند دراسة التمويل للمشروعات وتحديد الأسلوب الأمثل للوفاء بالقروض.

فمثلا اذا أقترض أحد الأشخاص مبلغ 100000 جنيه من أحد البنوك لأقامت أحد المشروعات على أن يسدد المبلغ وفوائده على دفعات متساوية بحيث يكون سعر الفائدة 20% سنويا فهنا يكون من الأهمية للشخص تحديد قيمة الدفعة ومدة الدفعات وجملة الدفعات.

ومثال آخر للدفعات الشهرية المتساوية - الأيجار الشهرى الذى يحصله صاحب أحد العقارات اذا قام باستثمارها.

كذلك تعتبر الفوائد السنوية أو النصف سنوية أو الربع سنوية للسندات دفعات متساوية أيضا. ويكون من الأهمية للأفراد أو الهيئات التى تقوم بشراء هذه السندات معرفة فترة الدفعات وسعر الفائدة للسند عند شراء هذه السندات.

ويمكن تصنيف* الدفعات الدورية المتساوية وفقا لعدة معايير على النحو الموضح فيما يلى:

أولا : **تصنيف الدفعات المتساوية الدورية** وفقا لمدة الدفعات فيمكن تصنيف الدفعات وفقا لمدة الدفعات على النحو التالى:

-1 دفعات محدد مدتها Certain annuity أى محدد تاريخ بداية ونهاية الدفعات ومدتها فمثلا دفعات مدتها 5 سنوات تبدأ فى 1990/1/1 وتنتهى فى 1995./1/1

-2 دفعات غير محدد مدتها Contingent annuity حيث يكون تاريخ بدأ الدفعات محدد ولكن تاريخ نهايتها غير محدد.حيث يرتبط بعوامل مستقبلية غير مؤكدة ومثال ذلك دفعات التأمين على الحياة يكون محدد تاريخ الدفعة الأولى ولكن تاريخ الدفعه الأخيرة غير محدد لأنه مرتبط بعمر الشخص المؤمن عليه وبالتالى تصبح مدة الدفعات غير محددة.

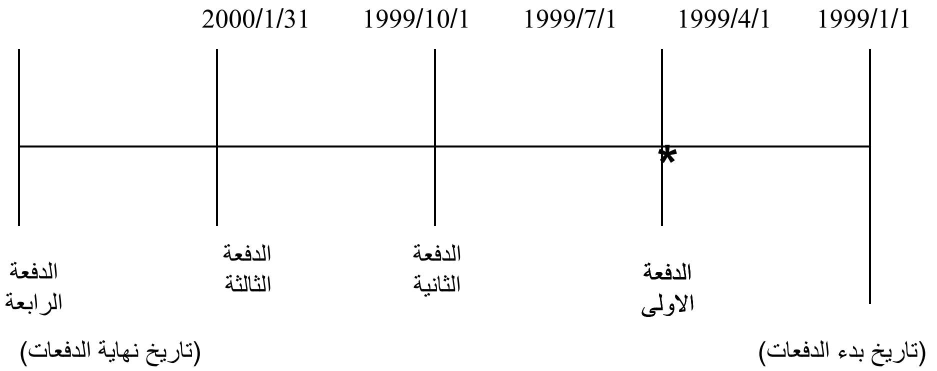
ثانيا: **تصنيف الدفعات وفقا لتاريخ الدفع :**

وكما أشرنا سابقا أن مدة الدفعات مقسمه الى فترات متساويه كل منها يسمى بفترة الدفعة وبالتالى يكون لفترة الدفعة تاريخ لبدايتها وتاريخ لنهايتها وفقا لتاريخ الدفع يمكن تقسيم الدفعات الدورية المتساوية الى:

---

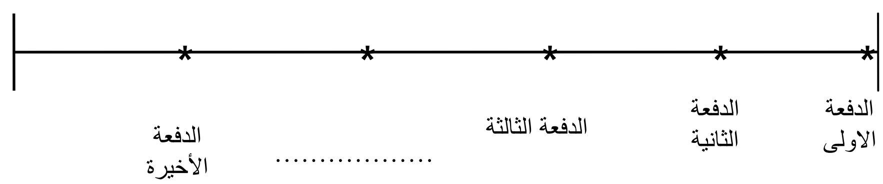
* Stephen P. Shao and Lawren Cep. Shoa (1990): “Mathematics for Management and Finance” South. Western Publishing co.

1- **دفعات عادية Ordinary annuity** وهذا النوع من الدفعات يتم تحصيل المبلغ (قيمة الدفعة) فى نهاية الفترة، فمثلا اذا أشترى شخص ثلاجة فى 1999/1/1 على أن يسدد قيمتها والفائدة المحسوبة عليها على 4 دفعات متساوية ربع سنويه فتكون أول دفعة تدفع بعد ثلاثة شهور فى 1999/4/1 والثانية فى 1999:/7/1 ، والثالثة فى 1999/10/1 والدفعة الرابعة (الأخيرة) فى 2000/1/1 كما هو موضح بالشكل التالى:



شكل (3-2)

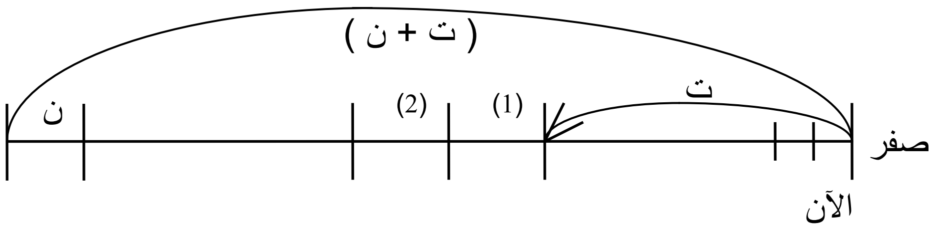
2- **دفعات فورية Annuity due** : وهى دفعات دورية متساوية تستحق مبالغها فى بداية كل فترة من الفترات المقسم اليها مدة الدفعات - كما هو وموضح بالشكل التالى:



(بداية الدفعات) (نهاية الدفعات)

شكل (3-3)

3- **دفعات مؤجلة Deferred annuity** : وهى الدفعات التى يستحق سداد أول مبلغ من مبالغها بعد مدة زمنية معينة من تاريخ الاتفاق. والشكل التالى يوضح اذا كانت مدة الدفعات ن وحدة زمنية ، ويتم تسديد أول مبلغ من مبالغها بعد مدة تساوى ت من الوحدات الزمنية.



شكل (3-4)

ثالثا: **تصنيف الدفعات وفقا لنوع الفائدة:**

وكما سبق أن ذكرنا فى الباب الأول أنه يوجد نوعين من الفائدة هما : الفائدة البسيطة ، والفائدة المركبة. ومن ثم فإنه يمكن حساب:

1- الفائدة على الدفعات باستخدام أسلوب الفائدة البسيطة أو ،

2- الفائدة على الدفعات باستخدام اسلوب الفائدة المركبة.

وعادة تستخدم الدفعات بفائدة بسيطة عندما تكون مدة الدفعات قصيرة وعادة تكون سنه أو أقل ، وتستخدم الفائدة المركبة عند تكون مدة الدفعات أزيد من سنة.

وفى هذا الباب سوف نتناول الدفعات الدورية بفائدة بسيطة وفى الباب السادس وسوف نتناول الدفعات الدورية بفائدة مركبة.

وسوف نتناول فى الفصول الثانى والثالث والرابع دراسة الدفعات العادية والفورية والمؤجلة بفائدة بسيطة.

وفيما يلى تعريف للرموز المستخدمة فى هذا الباب.

د : مبلغ الدفعة.

ع : معدل الفائدة السنوى.

ن : مدة الدفعات.

ل : فترة الدفعة بالسنوات.

ك : عدد الدفعات.

حيث :

ن = ل × ك

ملحوظة :

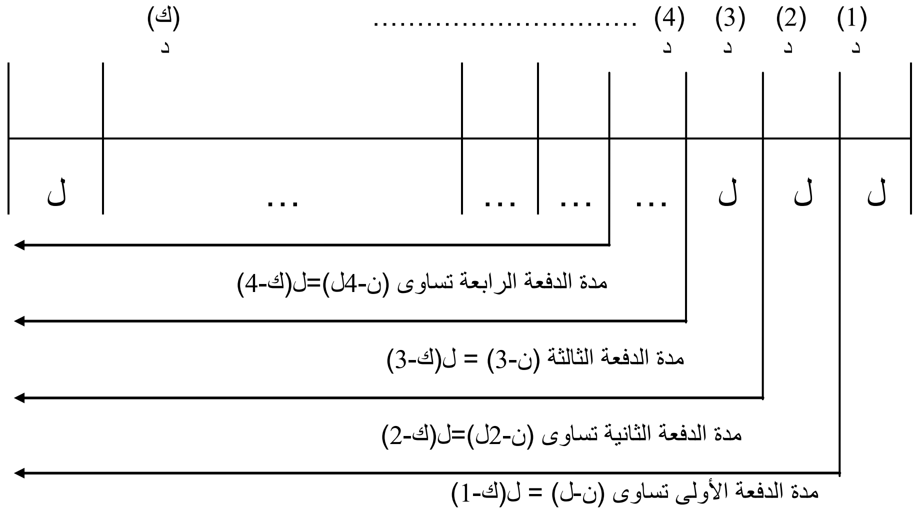
اذا كانت فترة الدفعة (ل) بالأيام تحول الى سنوات وذلك بالقسمة على 360 أى : ل بالأيام = $\frac{ل}{360}$ بالسنوات. واذا كانت فترة الدفعة (ل) بالشهور تحول الى سنوات وذلك بالقسمه على 12 أى:

ل بالشهور = $\frac{ل}{12}$ بالسنوات.

(2-3) الدفعات العادية بفائدة بسيطة

Ordinary Annuity at Simple Interest

سبق أن عرفنا فى الفصل السابق أن الدفعات العادية هى الدفعات التى تستحق مبالغها فى نهاية كل فترة كما هو موضح فى الشكل التالى:



شكل (3-5)

أولا : ايجاد جملة الدفعات :

من شكل (3-5) يتضح أن:

جملة الدفعات = (مبلغ الدفعة × عدد الدفعات) + مجموع فوائد الدفعات

= (د × ك) + مجموع فوائد الدفعات (3-1)

وبما أن :

فائدة الدفعة الأولى = مبلغ الدفعة الأولى × معدل الفائدة × مدة الدفعة الاولى

= د × ع × (ن-ل) = د ع ل (ك - 1)

بالمثل:

فائدة الدفعة الثانية = د × ع × (ن - 2ل) = د ع ل (ك - 2)

فائدة الدفعة الثالثة = د × ع (ن - 3ل) = ج ع ل (ك - 3)

⋮

فائدة الدفعة الخيرة (ك) = د × ع × (ن - ل ك) = د ع ل (ك - ك) = 0

وبالتالى يصبح :

مجموع فوائد الدفعات = د ع ل (ك-1) + د ع ل (ك-2) + ...+ د ع ل (2)+ د ع ل (1) + د ع ل (0)

= د ع ل [1+2+...+(ك-2)+(ك-1)]

$$= \text{د ع ل} \left[\frac{(\text{ك}-1)}{2} (1+\text{ك}-1) \right]$$

$$= \text{د ع ل} \left[\frac{\text{ك}}{2} (\text{ك}-1) \right] \qquad (2-3)$$

حيث أن المقدار [1+2+ ... + (ك-2) + (ك-1)]

يمثل مجموع متوالية عددية حدها الأول واحد وحدها الأخير (ك-1) وأساسها واحد وبالتالى عدد حدودها يساوى (ك-1) ومن ثم فإن :

$$[1+2+ \ldots + (\text{ك}-2) + (\text{ك}-1)] = \frac{(\text{ك}-1)}{2}[1+(\text{ك}-1)] = \frac{\text{ك}}{2}(\text{ك}-1)$$

(أنظر ملحق رقم "1")

ومن المعادلة (3-2) نجد أن مجموع فوائد الدفعات عبارة عن حاصل ضرب مبلغ الدفعة (د) فى معدل الفائدة (ع) فى فترة الدفعة (ل) فى عدد الدفعات (ك) فى عدد الدفعات ناقص واحد (ك-1) على 2.

وبالتعويض بـ ن = ل ك فى المعادلة (3-2) نجد أنه يمكن كتابه مجموع فوائد الدفعات على النحو:

$$\text{مجموع فوائد الدفعات} = \text{د ع ل} \left[\frac{\text{ك}}{2} (\text{ك} - 1) \right]$$

$$= \text{د ع} \frac{\text{ك}}{2} (\text{ن} - \text{ل}) \qquad (3\text{-}3)$$

وبالتعويض بمجموع فوائد الدفعات فى المعادلة (3-1) نجد أن:

$$\text{جملة الدفعات} = \text{د} \times \text{ك} + \text{د ع ل} \left[\frac{\text{ك}}{2} (\text{ك} - 1) \right]$$

$$= \text{د ك} \left[1 + \text{ع} \frac{\text{ل}}{2} (\text{ك} - 1) \right] \qquad (4\text{-}3)$$

أو

$$\text{جملة الدفعات} = \text{د} \times \text{ك} + \text{د ع} \frac{\text{ك}}{2} (\text{ن} - \text{ل})$$

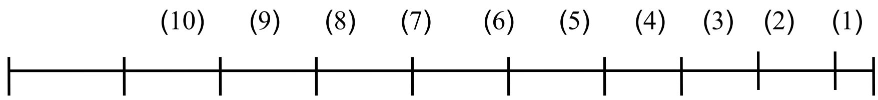
$$= \text{د ك} \left[1 + \frac{\text{ع}}{2} (\text{ن} - \text{ل}) \right] \qquad (5\text{-}3)$$

مثال (3-1):

أحسب جملة دفعات عادية تدفع كل شهر لمدة 10 شهور ، حيث أن مبلغ الدفعة 500 جنيه بمعدل فائدة بسيطة 14% سنويا.

الحـــل :

الشكل التالى يوضح الدفعات العادية



شكل (3-6)

من بيانات المسألة نجد أن :

د = 500 جنيه ، ل = $\frac{1}{12}$ ، ن = $\frac{10}{12}$ ، ع = 0.14 ، ك = 10

من المعادلة (4-5) نجد أن :

جملة الدفعات = د ك [1 + $\frac{ع}{2}$ (ن - ل)]

$$= 500 \times 10 \left[1 + \frac{,14}{2}\left(\frac{10}{12} - \frac{1}{12}\right)\right]$$

$$= 500 \left[1 + ,07\left(\frac{9}{12}\right)\right]$$

= 500 (1.0525) = 5262.5 جنيه

مثال (3-2):

أشترى أحد الأشخاص أحدى السلع المعمرة بمبلغ معين حيث يقوم بسداد المبلغ وفوائدة على دفعات متساوية مبلغ كل منها يساوى 400 جنيه، آخر كل شهرين لمدة سنتين تستحق فائدة بسيطة بمعدل 16% سنويه.

1- أوجد جملة الدفعات المدفوعة.

2- أوجد مجموع الفوائد المدفوعة.

3- أوجد ثمن السلعة اذا تم شرائها فورى.

الحـــل :

د = 400 ، ع = 0.16 ، ل = $\frac{2}{12}$ ، ن = $\frac{24}{12}$ ، ك = $\frac{24}{2}=12$

1- جملة الدفعات = د ك [1 + $\frac{\text{ع}}{2}$ (ن - ل)]

$$= 400(12)\left[1+\frac{,16}{2}\left(\frac{24}{12}-\frac{2}{12}\right)\right]$$

$$= 4800\left[1+,08\left(\frac{22}{12}\right)\right]$$

$=4800$ [1.146666667] = 5504 جنيه (1)

2- وبما أن مجموع فوائد الدفعات = د ع ل [$\frac{\text{ك}}{2}$ (ك - 1)]

$$=400(0.16)\left(\frac{2}{12}\right)\left[\frac{12}{2}(12-1)\right]$$

= 704 جنيه (2)

3- 5504 = م (1 + 0.16×2)

= م (1+0.32) ← م = $\frac{5504}{1,32}$ = 4169.7

مثال (3-3) :

قامت أحدى المؤسسات بايداع مبلغ 25000 جنيه فى 1992/1/1 آخر كل ربع سنه لمدة سنتين تبدأ من 1990/1/1 وتنتهى فى 1992/1/1 تقوم المؤسسة بسحب مبلغ 6000 جنيه آخر كل شهر لمدة سنتين تبدأ فى 1990/1/1 وتنتهى فى 1992/1/1. علما بأن معدل الفائدة على عمليات السحب والأيداع يساوى 12% سنويا.

أوجد صافى المستحق لتلك المؤسسة فى 1992/1/1.

الحـــل :

صافى المستحق للمؤسسة = جملة الإيداع - جملة المسحوبات

1- بالنسبة للأيداع :

د = 25000 ، ل = $\frac{3}{12}$ ، ن = $\frac{24}{12}$ ، ع = 0.12 ، ك = 8

جملة الأيداعات = د ك [1+ $\frac{ع}{2}$ (ن - ل)]

$$= 25000 \times 8 \left[1 + \frac{,12}{2}\left(\frac{24}{12} - \frac{3}{12}\right)\right]$$

$$= 200000 \left[1 + ,06\left(\frac{21}{12}\right)\right]$$

=202.000 جنيه (2)

2- بالنسبة للمسحوبات

د = 6000 ، ل = $\frac{1}{12}$ ، ن = $\frac{24}{12}$ ، ع = 0.12 ، ك = 24

جملة المسحوبات = د ك [1+ $\frac{ع}{2}$ (ن - ل)]

$$= 6000 \times 24 \left[1 + \frac{,12}{2}\left(\frac{24}{12} - \frac{1}{12}\right)\right]$$

$$= 144000 \left[1 + ,06\left(\frac{23}{12}\right)\right]$$

$$= 160.560 \qquad (3)$$

من (2) ، (3) نجد أن

صافى المستحق للمؤسسة = 202000 - 160560

= 41.440 جنيه

ثانيا : إيجاد جملة الدفعات بعد مدة معينة من تاريخ انتهاء مدتها

بعد انتهاء مدة الدفعات يكون المطلوب ايجاد جملة هذه الدفعات فى تاريخ لاحق لتاريخ أنتهاء مدة الدفعات وتسمى الدفعات فى هذه الحالة بالدفعات المتوقفة فإذا كانت مدة الدفعات تساوى ن واذا كان المطلوب أيجاد جملة الدفعات بعد مدة ن + ت (أى بعد مدة ت من تاريخ أنتهاء مدة الدفعات) فى هذه الحالة نجد أن:

جملة الدفعات المتوقفة = د ك + د ع × $\frac{ك}{2}$ (ن - ل + 2 ت)

= د ك [1+ $\frac{ع}{2}$ (ن - ل + 2 ت)]

مثال (3-4):

أستثمر شخص دفعات شهرية قيمة كل منها 1000 جنيه لمدة 6 شهور بمعدل فائدة بسيطة 16% سنويا ، والمطلوب :

1- أوجد جملة الدفعات العادية بعد أنتهاء مدتها بسنه.

الحـــل :

1- بما أن :

د = 1000 ، ل = $\frac{1}{12}$ ، ع = 0.16 ، ن = $\frac{6}{12}$ ، ت = $\frac{12}{12}$ ،

ك = 6

جملة الدفعات المتوقفة = د × ك [1+ $\frac{ع}{2}$ (ن - ل + 2 ت)]

ِ = 1000 × 6 $\left[1+\frac{,16}{2}\left(\frac{6}{12}-\frac{1}{12}+2\frac{12}{12}\right)\right]$

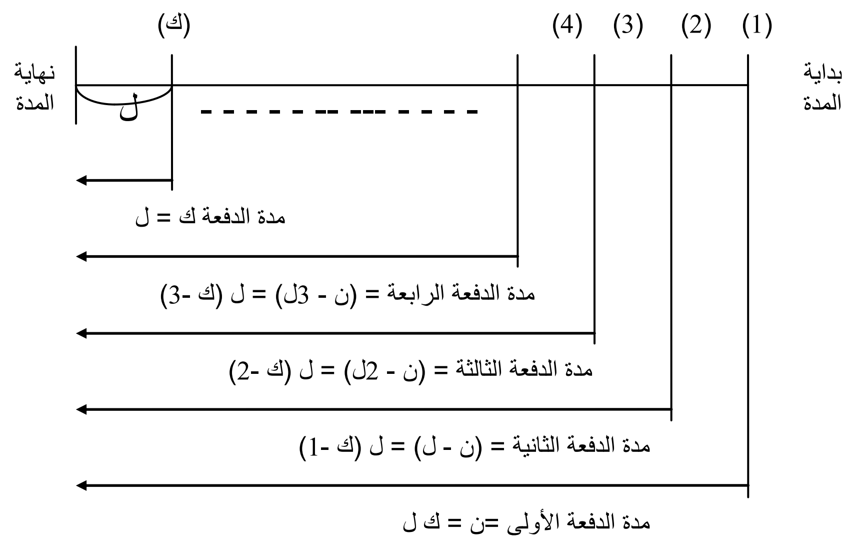
= 6000 $\left[1+,08\left(\frac{29}{12}\right)\right]$

= 7160 جنيه

(3-3) الدفعات الفورية بفائدة بسيطة

Annuity Due at Simple Interest

سبق أن عرفنا فى الفصل الأول الدفعات الفورية (وأحيانا تسمى بدفعات الاستثمار) وهى دفعات تستحق مبالغها فى بداية كل فترة كما هو موضح بالشكل التالى:



شكل (3-7)

وسوف نستخدم نفس الرموز ونفس الأسلوب المتبع فى حالة الدفعات العادية على النحو التالى:

أولا : <u>أيجاد جملة الدفعات</u>

من الشكل يتضح أن:

جملة الدفعات الفورية = (مبلغ الدفعة × عدد الدفعات) + مجموع فوائد الدفعات

= (د × ك) + مجموع فوائد الدفعات (15-3)

حيث :

فائدة الدفعة الأولى = مبلغ الدفعة الأولى × معدل الفائدة × مدة الدفعة الأولى

= د × ع × ن = د ع ل ك

بالمثل :

فائدة الدفعة الثانية = د × ع × ل (ك - 1)

فائدة الدفعة الثالثة = د × ع × ل (ك - 2)

⋮

فائدة الدفعة الأخيرة (ك) = د × ع × ل

وبالتالى يصبح :

مجموع فوائد الدفعات = د ع ل ك + د ع ل (1 - 1) + د ع ل (ك -2)

+ … + د ع (3 ل) + د ع (2 ل) + د ع ل

= د ع ل [1 + 2 + 3 + … + ك] (16-3)

$$= \text{د ع ل} \left[\frac{\text{ك}}{2} (1 + \text{ك}) \right] \qquad (17\text{-}3)$$

حيث أن المقدار [1 + 2 + … + ك] يمثل مجموع متواليه عدديه حد ما الأول يساوى واحد وحدها الأخير يساوى ك وأساسها يساوى واحد ومن ثم فأن:

$$[\,1 + 2 + 3 + \ldots + \text{ك}\,] = \frac{\text{ك}}{2}[\,1 + \text{ك}\,] = \frac{\text{ك}\,(\text{ك} + 1)}{2}$$

(أنظر ملحق 1).

وبالتعويض فى المعادلة (3-15) بمجموع فوائد الدفعات من المعادلة (3-17) فنجد أن:

$$\text{جملة الدفعات الفورية} = \text{د ك} + \text{د ع ل}\left[\frac{\text{ك}\,(1+\text{ك})}{2}\right]$$

$$= \text{د ك}\left[1+\frac{\text{ع ل}}{2}(1+\text{ك})\right] \qquad (18\text{-}3)$$

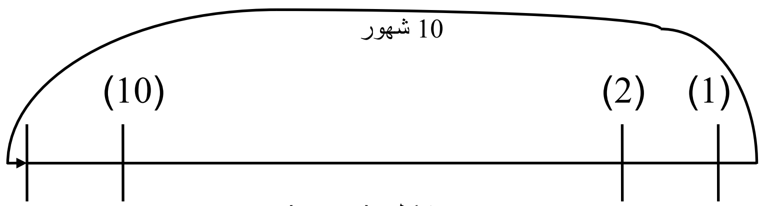
$$= \text{د ك}\left[1+\frac{\text{ع}}{2}(\text{ن}+\text{ل})\right] \qquad (19\text{-}3)$$

مثال (3-13):

أحسب جملة دفعات فورية تدفع فى بداية كل شهر لمدة 10 شهور حيث أن مبلغ الدفعه 500 جنيه بمعدل فائدة بسيطة 14% سنويا.

الحــل :

الشكل التالى يوضح الدفعات الفورية.



شكل (3-11)

من بيانات المثال نجد أن:

$$\text{د} = 500 \text{ جنيه ، ع} = 0.14 \text{ ، ل} = \frac{1}{12} \text{ ، ن} = \text{ك} \times \text{ل} = \frac{10}{12}$$

من المعادلة (3-19) نجد أن:

جملة الدفعات الفورية = د ك $\left[1+\frac{ع}{2}(ن+ل)\right]$

$= 500 \times 10 \left[1+\frac{,14}{2}(\frac{10}{12}+\frac{1}{12})\right]$

$= 5000 \left[1+,07\left(\frac{11}{12}\right)\right]$

$= 5320.83$ جنيه

وبمقارنة جملة الدفعات الفورية فى هذا المثال (5320.83) بجملة الدفعات العادية لنفس المثال (أنظر مثال (3-1)) نجد أن:

جملة الدفعات العادية تساوى 5262.5 جنيه أى أن جملة الدفعات الفورية دائما أكبر من جملة الدفعات العادية.

مثال (3-14):

يقوم أحد الأشخاص بأيداع كل أول شهر 600 جنيه لمدة 3 سنوات بمعدل فائدة بسيطة 15% سنويا لشراء سيارة تاكسى فى نهاية مدة الثلاثة سنوات. أوجد أعلى ثمن للسيارة التاكسى ممكن أن يشترى به هذا الشخص السيارة.

الحـــل :

د = 600 ، ع = 0.15 ، ل = $\frac{1}{12}$ ، ن = 3 = $\frac{36}{12}$ ، ك = 36

جملة الدفعات الفورية = د ك $\left[1+\frac{ع}{2}(ن+ل)\right]$

$$= 600 \times 36 \left[1 + \frac{,15}{2} \left(\frac{36}{12} + \frac{1}{12} \right) \right]$$

$$= 21600 \left[1 + ,075 \left(\frac{37}{12} \right) \right]$$

= 26595 جنيه

وبالتالى أعلى ثمن للسيارة الممكن شرائها يساوى 26595 جنيه.

ثانيا: <u>أيجاد جملة الدفعات بعد مدة معينة من تاريخ انتهاء مدتها:</u>

بعد أنتهاء مدة الدفعات يكون المطلوب إيجاد جملة هذه الدفعات فى تاريخ لاحق لتاريخ أنتهاء مدة الدفعات وتسمى الدفعات فى هذه الحالة بالدفعات الفورية المتوقفة. فإذا كانت مدة الدفعات تساوى ن واذا كان المطلوب إيجاد جملة الدفعات بعد مدة ن + ت (أى بعد مدة ت من تاريخ أنتهاء الدفعات الفورية) ففى هذه الحالة نجد أن:

جملة الدفعات الفورية المتوقفة = د ك + د ع $\frac{ك}{2}$ (ن + ل + 2 ت)

= د ك [1 + $\frac{ع}{2}$ (ن + ل + 2 ت)]   (3-20)

مثال (3-15):

أستثمر شخص دفعات شهرية فى أول كل شهر قيمة كل منها 1000 جنيه لمدة 6 شهور بمعدل فائدة بسيطة 16% سنويا. أوجد جملة الدفعات الفورية المتوقفة بعد انتهاء مدتها بسنه.

الحـــل :

د = 1000 ، ل = $\frac{1}{12}$ ، ك = 6 ، ع = 0.16

ت = $\frac{12}{12}$ ، ن = $\frac{6}{12}$

جملة الدفعات الفورية المتوقفة = د ك [1 + $\frac{ع}{2}$ (ن + ل + 2 ت)]

$$= 1000 \times 6 \left[1+\frac{,16}{2}\left(\frac{6}{12}+\frac{1}{12}+\frac{24}{12}\right)\right]$$

$$= 6000 \left[1+,08\left(\frac{31}{12}\right)\right]$$

= 7240 جنيه

وبمقارنة جملة الدفعات الفورية المتوقفة (7240 جنيه) بجملة الدفعات العادية المتوقفة (أنظر مثال (3-4)) التى تساوى 7160 جنيه نجد أنه دائما مبلغ جملة الدفعات الفورية المتوقفة أكبر من مبلغ جملة الدفعات العادية المتوقفة.

مثال (3-16):

يدع شخص مبلغ 250 جنيه كل شهرين لمدة 3 سنوات، بمعدل فائدة بسيطة 20% سنويا.

1- أوجد جملة الدفعات فى نهاية المدة.

2- إذا يسحب ما لديه فى نهاية الخامسة - أوجد جملة المسحوبات.

الحـــل :

د = 250 ، ل = $\frac{2}{12}$ ، ك = $\frac{12 \times 3}{2} = 18$

ن = 3 سنوات ، ع = 0.20

1- جملة الدفعات = د ك [1 + $\frac{\text{ع}}{2}$ (ن + ل)]

$$= 250 \times 18 \left[1 + \frac{,2}{2} \left(3 + \frac{2}{12} \right) \right]$$

$$= 4500 \times [\ 1.316666\ ]$$

$\simeq$ 5925 جنيه

2- بما أن المدة بين انتهاء الدفعات والسحب تساوى 2 سنة (5-3=2) أى أن ت= 2 سنه وبما أن:

جملة الدفعات الفورية المتوقفة = د ك [1 + $\frac{\text{ع}}{2}$ (ن + ل + 2 ت)]

$$= 250 \times 18 \left[1 + \frac{,2}{2} \left(3 + \frac{2}{12} + 2(2) \right) \right]$$

= 7725 جنيه

(5-3) تمرينـــات Exercises

(1-3) تقوم احدى الشركات بإيداع دفعات متساوية فى نهاية كل نصف شهر مبلغ الدفعة الواحدة يساوى 7500 جنية لمدة فى احدى البنوك بمعدل فائدة 11.5% لمدة 4 شهور.

1- أوجد جملة الدفعات فى نهاية المدة ثم أوجد جملة الفوائد التى حصل عليها.

2- اذا قامت الشركة بسحب جملة ما لها لدى البنك بعد 6 شهور من توقف الدفعات. أوجد جملة المسحوبات ثم أوجد اجمالى الفوائد فى هذه الحالة.

(2-3) احسب مجموع الفوائد والجملة لدفعات فورية مبلغ كل منها 560 جنيه وفترتها الزمنية 10 أيام ومدتها 100 يوم بفائدة بسيطة 12.5% سنويا.

(3-3) يرغب أحد الأشخاص فى شراء شقة يتوقف أن يكون ثمنها فى 2001/7/1، 100000 جنيه. فقام من 2001/1/1 بإيداع دفعات شهرية متساوية بأحد البنوك التى تعطى فائدة بسيطة 12% سنويا بحيث يكون جملة ما له فى البنك فى 2001/7/1 مساوى لثمن الشقة.

أوجد مبلغ الدفعة التى تودع شهريا كذلك جملة الفوائد التى حصل عليها.

(4-3) أودع شخص مبلغ 250 جنيه شهريا فى أول كل شهر من الثلاثة شهور الاولى لعام 2000 - ثم أخذ يودع 300 جنيه شهريا فى أول

كل شهر فى باقى أشهر عام 2000 - أوجد جملة ايداعات الشخص فى 2000/12/31 إذا كان معدل الفائدة البسيطة 8%، كذلك جملة الفوائد التى حصل عليها.

(5-3) قامت احدى الجمعيات الخيرية بإيداع مبلغ 4700 جنيه فى أول ومنتصف كل شهر ابتداء من 1999/4/1 بمعدل فائدة 15% سنويا. ثم قامت الجمعية بسحب 2500 جنيه فى يوم 18 من كل شهر ابتداء من 1999/5/18. أوجد صافى المستحق للجمعية فى 1999/12/31 علما بأن البنك يعتبر الشهر 30 يوم.

(6-3) اشترى أحد الأشخاص سيارة بمبلغ 25000 جنيه دفع منها 15000 جنيه واتفق على سداد باقى المبلغ بعد سنه كامله، فإذا قام الشخص بإيداع دفعات متساوية شهرية فى نهاية كل شهر لمدة عام لتسديد المبلغ المتبقى بمعدل فائدة 17% سنويا أوجد مبلغ الدفعة كذلك أوجد جملة الفوائد التى حصل عليها من البنك.

الباب الرابع
استهلاك (أو سداد) الديون بفائدة بسيطة
Amortization of the Debts at Simple Interest

(1-4) طرق استهلاك الديون (أو القروض)
Amortization Methods of the Debts

(2-4) سداد الدين وفوائده بأقساط متساوية
Amortization of an Amount in Equal Installments

(3-4) سداد أصل القرض بأقساط متساوية وسداد الفوائد المستحقة على رصيد القرض بصفه دورية.
Amortization of A Debt in Equal Installments and its Interest in Equal Periodic Installments

(4-4) أمثلة تطبيقية **Applied Examples**

(5-4) تمرينات **Exercises**

(1-4) طرق سداد الديون (أو القروض)

Amortization Methods of the Debts

عند اقتراض شخص (أو هيئة ما) مبلغ معين من أحد البنوك أو الهيئات المصرفية فإنه يتفق مع الجهة الدائنة على طريقة سداد المبلغ المقترض مضاف اليه الفوائد المستحقة عليه خلال مدة معينة (أو فى نهاية مدة معينة).

وتوجد طرق متعددة لسداد جمة الدين أو القرض (أصل الدين + فائدته). وفيما يلى سوف نتناول بعض هذه الطرق الأكثر استخداما.

الطريق الأولى: سداد الدين (أو القرض) مع فائدته فى نهاية مدة القرض:

قد يتفق الدائن والمدين على سداد جملة الدين (أصل الدين + فائدته) فى نهاية مدة القرض. فإذا كان مبلغ القرض يساوى (م) ومعدل الفائدة عليه (ع) فى وحدة الزمن، ومدة القرض (ن) وحدة زمنية فإن:

جملة الدين (القرض) فى نهاية المدة = م (1 + ع ن) (1-4)

إذا كانت الفائدة فائدة بسيطة.

مثال (4-1):

اقترض أحد الأشخاص مبلغ 50000 جنيه لمدة ثلاثة أعوام بمعدل فائدة بسيطة 25% سنويا على أن يسدد المبلغ وفوائدة (جملة القرض) فى نهاية المدة.

1- أوجد جملة القرض المدفوع فى نهاية المدة.

2- أوجد جملة الفوائد المدفوعة.

الحـــل :

م = 50000 جنيه ، ع = 0.25 ، ن = 3

1- جملة المبلغ المقترض فى نهاية المدة = جـ = م (1 + ع ن)

=50000 (1+25×3) = 50000×175

= 87500 جنيه

2- جملة الفوائد المدفوعة= 87500 - 50.000 = 37500 جنيه

وبالتالى فإنه فى حالة سداد القرض وفائدته فى نهاية المدة فإننا نستخدم القوانين التى تم عرضها واستخدامها فى الباب الأول من هذا الكتاب.

أما إذا كانت الفائدة المحسوبة على القرض (الدين) فائدة مركبة فسوف نناقش ذلك فى الباب السابع بالتفصل.

الطريقة الثانية: سداد القرض فى نهاية المدة مع سداد فوائدة بصفة دورية:

ووفقا لهذه الطريقة يقوم المدين بسداد أصل القرض (الدين) فى نهاية المدة على أن يقوم بسداد فائدته فى نهاية كل فترة زمنية يتم الاتفاق عليها مسبقا، بين الدائن والمدين كذلك على معدل الفائدة التى يتم تحديدها.

مثال (4-2):

أقترض شخص مبلغ 150000 جنيه لمدة سنتين بسعر فائدة 15% سنويا، وأتفق مع الجهة الدائنه على سداد الفوائد الدوريه فى نهايه كل شهرين.

أوجد :

1- عدد دفعات الفوائد الدوريه.

2- مبلغ الدفعة الواحدة للفائدة.

الحـــل :

1- عدد الدفعات للفوائد الدوريه = $\frac{\text{مدة القرض بالشهور}}{\text{مدة الفترة الزمنية بالشهور}}$ (2-4)

$$= \frac{24}{2} = 12 \text{ دفعه}$$

2- مبلغ الدفعه الواحدة للفائدة = مبلغ القرض × معدل الفائدة × فترة الدفعة (3-4)

$$= 150000 \times \frac{15}{100} \times \frac{2}{12} = 3750 \text{ جنيه}$$

حيث يقوم المدين بسداد الدفعات الأثنى عشر فى نهاية الشهور التالية 2، 4 ، 6 ، 8 ، 10 ، 12 ، 14 ، 16 ، 18 ، 20 ، 22 ، 24 كما يقوم بسداد أصل القرض (150000 جنيه) فى تاريخ استحقاقه (بعد عامين من تاريخ عقد القرض).

مثال (4-3):

أقترض شخص مبلغ 100.000 جنيه لمدة 4 سنوات وتعهد يدفع الفوائد بصفه دوريه فى نهاية كل ربع سنه على أن يقوم بدفع أصل المبلغ فى نهاية المدة، وذلك بمعدل فائدة بسيطة 12% سنويا.

فإذا فرض أن الدائن يستثمر الفوائد الدوريه التى يحصل عليها من المدين بمعدل فائدة 12% سنويا ، أوجد :

1- عدد دفعات الفوائد الدورية.

2- مبلغ الدفعه الواحدة للفائدة.

3- المعدل الفعلى (الحقيقة) للاستثمار الذى حققه الدائن على المبلغ الأصلى لهذا القرض.

الحــــل :

1- عدد دفعات الفوائد التى يدفعها الدائن

$$= \frac{\text{المدة}}{\text{فترة الدفعه}} = \frac{12 \times 4}{3} = 16 \text{ دفعه}$$

2- مبلغ الدفعه الواحدة من الفوائد

= أصل القرض × معدل الفائدة × فترة الدفعه

$$= 100000 \times \frac{12}{100} \times \frac{3}{12} = 3000 \text{ جنيه} \qquad (1)$$

اجمالى الفوائد التى يدفعها المدين للدائن = 3000 × 16 = 48000 جنيه

3- وبما أن الدائن يستثمر دفعات الفوائد 1 ، 2 ، 3، ... ، 16 ، وبالتالى فإنها تمثل دفعات فورية عددها ك = 16، ومبلغها د = 3000 جنيه، وفترتها $\frac{3}{12}$، ومدتها 4 سنوات.

وبالتالى فإن جملة دفعات الفوائد = د ك $[1+\frac{ع}{2}(ن+ ل)]$

$$= 3000\times 16\ [1+\frac{,12}{2}\ (4+\frac{3}{12})]$$

$$= 48000\ [1.255] = 12240 \text{ جنيه} \qquad (2)$$

من (1) ، (2) نجد أن:

مجموع الفوائد التى حصل عليها الدائن = 16× 3000+4080

= 48000 + 4080 = 52080 جنيه

وبما أن:

ف = م × ع × ن ←

12240 = 100.000 × ع × 4 ←

$$ع = \frac{12240}{4 \times 100000} = 0.1302 = 13.02\%$$

وبالتالى فإن المعدل الفعلى للفائدة للدائن 13.02% بدلا من 12% وذلك يرجع الى استثمارة الفوائد الدورية بنفس معدل الفائدة.

الطريقة الثالثة : سداد القرض وفائدته بأقساط متساوية:

وتستخدم هذه الطريقة عندما يتم اتفاق الدائن والمدين على سداد الدين (القرض) وفائدته على أقساط متساوية كما فى حالة شراء السلع المعمرة بالتقسيط. وسوف نتناول هذه الطريقة بالتفصيل فى الفصل التالى (4-2) عندما تكون الفائدة فائدة بسيطة، وسوف نتناول هذه الطريقة بالتفصيل عندما تكون الفائدة فائدة مركبة فى الباب السابع.

الطريقة الرابعة: سداد أصل القرض بأقساط متساوية مع سداد الفوائد المستحق على رصيد القرض بصفة دورية :

وسوف نتناول هذه الطريقة بالتفصيل فى الفصل (4-3) وذلك عندما تكون الفائدة فائدة بسيطة.

الطريقة الخامسة:

وهذه الطريقة تعتمد على أن يتفق الدائن مع المدين على استبدال دين (أو أكثر) بدين أو أكثر يدفع فى ميعاد سابق أو ميعاد لاحق لتاريخ استحقاق الدين الاصلى.

(2-4) سداد الدين وفوائده بأقساط متساوية

Amortization of an Amount in Equal Installments

تستخدم هذه الطريقة عندما يتفق الدائن مع المدين على سداد الدين (القرض) وفوائدة بأقساط متساوية فى القيمة ومدة الفترة الزمنيه بين كل قسطين متتاليين وذلك بمعدل فائدة معينة - وعادة تكون الفائدة بسيطة إذا كانت مدة القرض سنه أو أقل أما إذا كانت مدة القرض أكبر من عام فعادة تكون الفائدة فائدة مركبة.

وسوف نتناول فى هذا الفصل تحديد قيمة القسط كذلك جملة الفوائد المدفوعة عندما تكون الفائدة فائدة بسيطة.

إذا فرضنا أن:

م : مبلغ القرض (الدين)

ن : مدة القرض (بالوحدات الزمنيه)

ل : فترة القسط (بالوحدات الزمنيه)

س: مبلغ القسط

ك : عدد الأقساط

$ن_ر$: المدة من دفع القسط رقم (ر) الى نهاية مدة القرض حيث ر = 1، 2، 3، 4، ... ، ك.

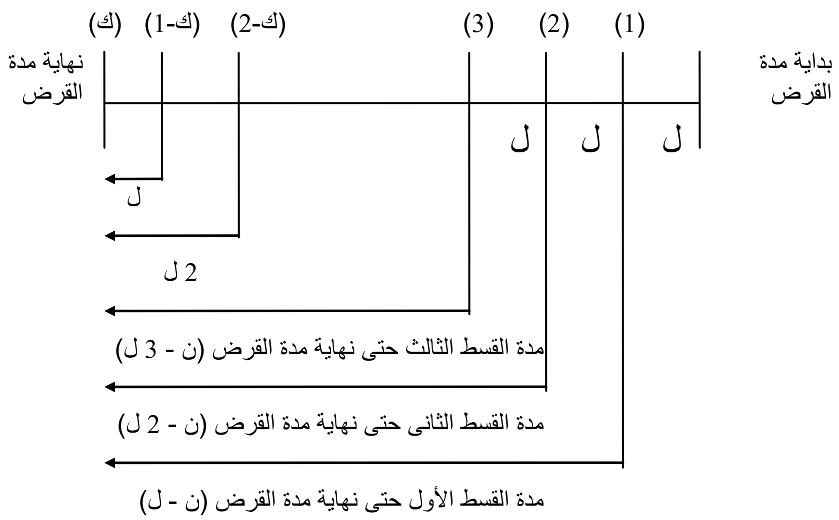
حيث تمثل الأعداد $ن_ر$ ، ر= 1،2،...، ك متواليه عدديه لأن فترات الأقساط متساوية وكل فترة تساوى ل وحدة زمنية.

ع : معدل الفائدة فى الوحدة الزمنية

وتعتمد هذه الطريقة على العلاقة التالية:

أصل القرض + فائدته = مجموع الأقساط + مجموع فوائدها (4-4)

أولا: إذا كانت الأقساط تدفع فى نهاية الفترة الزمنية للقسط كما هو موضح بالشكل التالى:



شكل (1-4)

حيث نجد أن مجموع فوائد الأقساط

= س ع (ن- ل)+ س ع (ن-2ل)+ ...+ س ع (ن - ن)

= س ع [(ن- ل) + (ن-2ل) + ... + 2ل + ل+ 0] (5-4)

حيث يمثل المجموع [(ن- ل) + (ن-2ل)+...+2ل+ ل+0] مجموع متوالية عدديه حدها الأول (صفر) والأخير (ن - ل) وأساسها ل وعدد حدودها ك، بالتعويض فى المعادلة (4-4) بالطرف الأيسر فى المعادلة (4-5) نجد أن:

مجموع فوائد الأقساط = س ع × $\frac{ك}{2}$ (ن - ل)   (6-4)

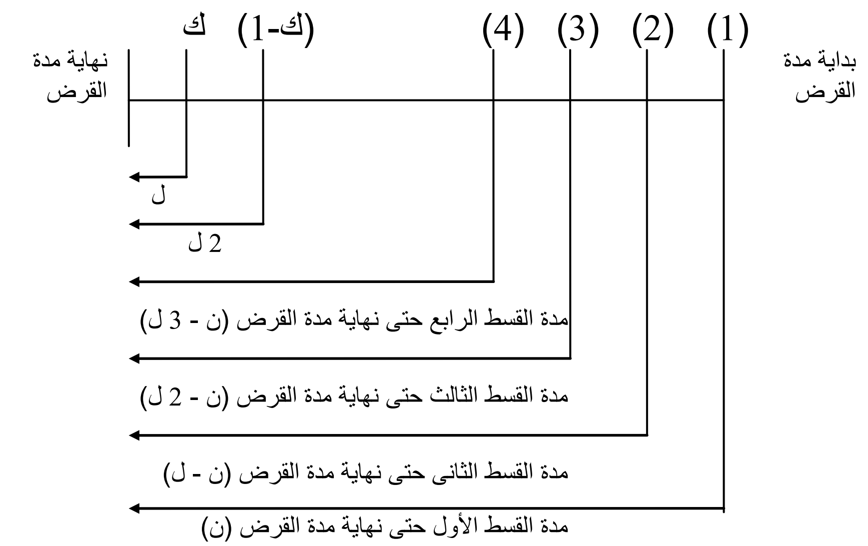
ثم بالتعويض بـ (6-4) فى (4-4) نجد أن:

م (1 + ع ن) = ك س + س × ع × $\frac{ك}{2}$ (ن - ل)

م (1 + ع ن) = ك س [1 + $\frac{ع}{2}$ (ن - ل)]   (7-4)

وباستخدام المعادلة (7-4) يمكن حساب مبلغ القسط الواحد (س)، أو حساب مدة القرض (ن) أو معدل الفائدة البسيطة (ع) أو فترة القسط (ل) أو عدد الأقساط (ك).

ثانيا: إذا كانت الأقساط تدفع فى بداية كل فترة كما هو موضح فى الشكل التالى:



شكل (2-4)

فى هذه الحالة يكون:

مجموع فوائد الأقساط = س ع (ن)+ س ع (ن- ل)+ س ع (ن -2ل)+…

+ س ع (2 ل) + س ع ل

= س ع [ل + 2 ل + 3 ل + … + ل ن]

= س ع ل [1 + 2 + … + ك]

$$= \text{س ع ل} \left[\frac{\text{ك}}{2} (1 + \text{ك}) \right]$$

$$= \text{س ع ل ك} \left(\frac{1 + \text{ك}}{2} \right) \qquad (8\text{-}4)$$

بالتعويض بـ (4-8) فى (4-4) نجد أن:

$$\text{م}(1 + \text{ع ن}) = \text{ك س} + \text{س ك ع ل} \left(\frac{1 + \text{ك}}{2} \right)$$

$$\text{م}(1 + \text{ع ن}) = \text{ك س} \left[1 + \frac{\text{ع}}{2} (\text{ن} + \text{ل}) \right] \qquad (9\text{-}4)$$

ملحوظة: فى حالة عدم ذكر موعد دفع القسط فأننا نعتبر أن موعد دفع القسط هو نهاية فترة القسط.

حساب استهلاك القرض (أو الدين)

حساب استهلاك القرض هو جدول يقيد فى الجانب الأيمن منه قيمة القرض وفوائدة حتى نهاية مدة القرض ويقيد فى الجانب الأيسر منه مبلغ الأقساط وفائدة كل منها حتى نهايه مدة القرض.

وسوف نوضح كيفية تكوين حساب استهلاك القرض من خلال المثال التالى:

مثال (4-4):

اقترض شخص مبلغ 14258.064 جنيه بمعدل فائدة 12% سنويا على أن يسدد القرض وفوائدة على سنتين على أقساط تدفع فى نهاية كل ربع سنة ، والمطلوب :

1- حدد مبلغ القسط.

2- كون جدول أستهلاك القرض

الحـــل :

من بيانات المثال نجد أن:

م = 14258.064 ، ع = 12% ، ل = 3 شهور

بالتالى فإن:

$$\text{عدد الأقساط (ك)} = \frac{12 \times 2}{3} = 8 \text{ أقساط}$$

1- بأستخدام المعادلة (5-7) نجد أن :

$$\text{م}\ (1 + \text{ع ن}) = \text{ك س}\ [1 + \frac{\text{ع}}{2}\ (\text{ن} - \text{ل})]$$

$$\leftarrow$$

$$14258.07\ (1+0.12\times2) = 8\ \text{س}\ [1+\frac{0{,}12}{2}(2-\frac{3}{12})]$$

$$14258.07\ (1.24) = 8\ \text{س}\ [1 + 0.06\ (\frac{21}{12})]$$

$$17680.0068 = 8\ \text{س}\ (1.105) = 8.84\ \text{س}$$

$$\leftarrow$$

$$\text{س} = \frac{17680,0058}{8,84} = 2000 \text{ جنيه}$$

وبالتالى تصبح مدد الأقساط من الأول الى الثامن بالشهور تساوى: 21، 18، 15، 12، 9، 6، 3، 0 على الترتيب.

2- فائدة القرض = مبلغ القرض × معدل الفائدة × مدة القرض

$$= \text{م} \times \text{ع} \times \text{ن}$$

$$= 14258.07 \times \frac{12}{100} \times 2$$

$$= 3421.936 \text{ جنيه}$$

$$\text{فائدة القسط الأول} = 2000 \times \frac{12}{100} \times \frac{21}{12} \ 420 \text{ جنيه}$$

$$\text{فائدة القسط الثانى} = 2000 \times \frac{12}{100} \times \frac{18}{12} = 360 \text{ جنيه}$$

بالمثل يتم حساب فائدة باقى الأقساط ، ثم نكون جدول استهلاك القرض كما هو موضح بالجدول التالى:

جدول (1-4)

حساب استهلاك القرض

المبلغ		البيان	المبلغ		البيان
مليم	جنيه		مليم	جنيه	

064	14258	أصل القرض	-	2000	**القسط الأول**
936	3421	فائدة القرض	-	420	فائدة القسط الأول لمدة 21 شهرا
		لمدة عامين	-	2000	**القسط الثانى**
			-	360	فائدة القسط الثانى لمدة 18 شهرا
			-	2000	**القسط الثالث**
			-	300	فائدة القسط الثالث لمدة 15 شهرا
			-	2000	**القسط الرابع**
			-	240	فائدة القسط الرابع لمدة 12 شهرا
			-	2000	**القسط الخامس**
			-	180	فائدة القسط الخامس لمدة 9 شهور
			-	2000	**القسط السادس**
			-	120	فائدة القسط السادس لمدة 6 شهور
			-	2000	**القسط السابع**
			-	60	فائدة القسط السابع لمدة 3 شهور
			-	2000	**القسط الثامن (الأخير)**
			-	صفر	فائدة القسط الأخير(الثامن)
-	**17680**	**المجموع**	**-**	**17680**	**المجموع**

ومن الجدول يتضح أن مجموع المبالغ المقيدة فى الجانب الأيمن تساوى مجموع المبالغ المقيدة فى الجانب الأيسر.

ومما سبق يمكن تلخيص خطوات تكوين حساب استهلاك القرض فى الخطوات التالية:

1. حساب مبلغ القسط (س).
2. حساب فائدة القرض.
3. حساب مدة كل قسط.

4. حساب فائدة كل قسط.
5. تكوين جدول مكون من 4 أعمدة بحيث يحتوى كل من العمود الأول والثانى على أصل القرض وفائدته، والعمود الثالث والرابع قيم الأقساط وفائدة كل قسط.
6. لابد أن يكون مجموع المبالغ المقيدة فى الطرف الأيمن تساوى مجموع المبالغ فى الطرف الأيسر.

مثال (4-5):

أقترض شخص مبلغ 14789.189 جنيه من أحد البنوك بسعر فائدة 16% سنويا على أن يقوم بسداد القرض وفوائده على أقساط متساويه تدفع كل 6 شهور لمدة ثلاثة أعوام - حيث يدفع القسط الأول فى بداية مدة القرض.

1- أوجد عدد الأقساط وبمبلغ القسط الواحد.

2- كون حساب استهلاك القرض.

الحــل :

-1 م = 14789.189 ، ع = $\frac{16}{100}$ ، ن = 3

ك = $\frac{12\times3}{6}$ = 6 أقساط

وباستخدام المعادلة (5-9) نجد أن:

$$\text{م}\ (1 + \text{ع ن}) = \text{ك س}\ [\,1 + \frac{\text{ع}}{2}\ \text{ل}\ (1+\text{ك})]$$

$$= \text{ك س}\ [\,1 + \frac{\text{ع}}{2}\ (\text{ن}+\text{ل})]$$

$$14789.189\ (1+0.16\times3) = 6\ \text{س}\ [1+\frac{,16}{2} \times \frac{1}{2}(1+6)]$$

21887.99972 = 6س [1.28] = 7.68 س

←

س = $\frac{21887,99972}{7,68}$ = 2850 جنيه

2- مدة القسط الأول = 3 × 12 = 36 شهر

مدة القسط الثانى = 30 شهر

مدة القسط الثالث = 24 شهر

مدة القسط الرابع = 18 شهر

مدة القسط الخامس= 12 شهر

مدة القسط السادس= 6 شهور

فائدة القسط الأول = 2850 × $\frac{16}{100}$ × $\frac{36}{12}$ = 1368 جنيه

فائدة القسط الثانى = 2850 × $\frac{16}{100}$ × $\frac{30}{12}$ = 1140 جنيه

فائدة القسط الثالث = 2850 × $\frac{16}{100}$ × $\frac{24}{12}$ = 912 جنيه

فائدة القسط الرابع = 2850 × $\frac{16}{100}$ × $\frac{18}{12}$ = 684 جنيه

فائدة القسط الخامس = 2850 × $\frac{16}{100}$ × $\frac{12}{12}$ = 456 جنيه

فائدة القسط السادس = 2850 × $\frac{16}{100}$ × $\frac{6}{12}$ = 228 جنيه

فائدة القرض = مبلغ القرض ×معدل الفائدة × مدة القرض

= 4789.189 × $\frac{16}{100}$ × 3 = 7098.811 جنيه

جدول (2-5)

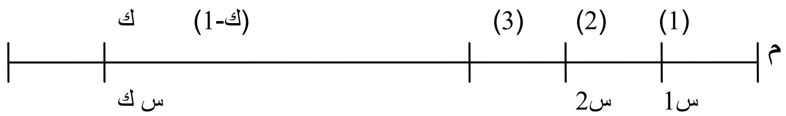
حساب استهلاك القرض

المبلغ		البيان	المبلغ		البيان
مليم	جنيه		مليم	جنيه	
189	14789	مبلغ القرض	-	2850	**القسط الأول**
811	7098	فائدة القرض عن مدة 3 سنوات	-	1368	فائدة القسط الأول لمدة 36 شهر
			-	2850	**القسط الثانى**
			-	1140	فائدة القسط الثانى لمدة 30 شهر
			-	2850	**القسط الثالث**
			-	912	فائدة القسط الثالث لمدة 24 شهر
			-	2850	**القسط الرابع**
			-	684	فائدة القسط الرابع لمدة 18 شهر
			-	2850	**القسط الخامس**
			-	456	فائدة القسط الخامس لمدة 12 شهر
			-	2850	فائدة القسط السادس
			-	228	فائدة القسط السادس لمدة 6 شهور
-	**21888**	**المجموع**	**-**	**21888**	**المجموع**

(3-4) سداد أصل القرض بأقساط متساوية وسداد الفوائد المستحقة على رصيد القرض بصفة دورية

إذا فرضنا أن المبلغ المقترض يساوى (م) ومعدل الفائدة البسيطة السنوية يساوى (ع)، وعدد الأقساط يساوى (ك) التى يسدد فيها أصل القرض بالاضافة الى الفائدة على رصيد القرض بصفة دورية، ت تساوى فترة القسط، ن مدة القرض.

أولا: إذا كانت الفائدة على رصيد القرض تضاف الى القسط من أصل المبلغ عند الدفع فى نهاية فترة القسط كما هو موضح بالشكل التالى:



شكل (4-)

بما أن عدد الأقساط يساوى ك بالتالى فإن مبلغ القسط من اصل المبلغ المقترض يساوى $\text{م}_{\text{ر}}$ حيث فترة القسط تساوى ل أى:

$$\text{فترة القسط} = \text{ل} = \frac{\text{ن}}{\text{ك}} \qquad (11\text{-}4)$$

$$\text{م}_{\text{ر}} = \frac{\text{م}}{\text{ك}} \quad ، \quad \text{ر} = 1، 2، \dots ، \text{ك} \qquad (12\text{-}4)$$

وإذا فرضنا أن $\text{ف}_{\text{ر}}$ تساوى الفائدة على رصيد المبلغ المقترض بعد استقطاع القسط رقم (ر) فإذا كان $\text{س}_{\text{ر}}$ يساوى اجمالى القسط رقم (ر) فإن:

$$\text{س}_{\text{ر}} = \text{م}_{\text{ر}} + \text{ف}_{\text{ر}} \qquad (13\text{-}4)$$

حيث نجد أن $\text{م}_{\text{ر}}$ مقدار ثابت ، ويمكن ايجاد قيمة $\text{ف}_{\text{ر}}$ على النحو التالى:

$$\text{ف}_1 = \text{م} \times \text{ع} \times \text{ل} \qquad (14\text{-}4)$$

$$\text{ف}_2 = (\text{م} - \text{م}_1) \times \text{ع} \times \text{ل} = (\text{م} - \frac{\text{م}}{\text{ك}}) \times \text{ع} \times \text{ل}$$

$$= \frac{\text{م}}{\text{ك}} \times \text{ع} \times \text{ل}\ (\text{ك}-1) \qquad (15\text{-}4)$$

$$\text{ف}_3 = (\text{م} - 2\text{م}_2) \times \text{ع} \times \text{ل} = (\text{م} - \text{م}\frac{\text{م}}{\text{ك}})\ \text{ع} \times \text{ل}$$

$$= \frac{\text{م}}{\text{ك}} \times \text{ع} \times \text{ل}\ (\text{ك} - 2) \qquad (16\text{-}4)$$

$$\vdots$$

$$\text{ف}_{\text{ر}} = [\text{م} - (\text{ر}-1)\ \text{م}_{\text{ر}} - 1]\ \text{ع} \times \text{ل} = [\text{م} - (\text{ر}-1)\ \frac{\text{م}}{\text{ك}}] \times \text{ع} \times \text{ل}$$

$$\text{ف}_{\text{ر}} = \frac{\text{م}}{\text{ك}} \times \text{ع} \times \text{ل}\ [\text{ك} - (\text{ر}-1)] \qquad \text{ر}=1،2،\ldots،\text{ك} \qquad (17\text{-}4)$$

وبالتعويض فى المعادلة (4-13) بقيم كل من $\text{م}_{\text{ر}}$ ، $\text{ف}_{\text{ر}}$ من المعادلتين (4-16)، (4-17) نجد أن:

$$\text{س}_{\text{ر}} = \frac{\text{م}}{\text{ك}} + \frac{\text{م}}{\text{ك}} \times \text{ع} \times \text{ل}\ [\text{ك} - (\text{ر}-1)] \qquad (18\text{-}4)$$

$$\text{س}_{\text{ر}} = \frac{\text{م}}{\text{ك}} \{1 + \text{ع ل}\ [\text{ك} - (\text{ر}-1)]\} \qquad \text{ر}=1،2،\ldots،\text{ك} \qquad (19\text{-}4)$$

ويمكن تكوين جدول استهلاك القرض كما فى الفصل السابق وسوف نوضح ذلك فى المثال التالى.

مثال (4-6):

اقترض احد الاشخاص مبلغ 100.000 جنيه من أحد البنوك بسعر فائدة 25% سنويا لمدة عام واتفق على سداد أصل القرض على 4 اقساط متساوية مضافا الى كل قسط الفائدة المستحقة على الرصيد أوجد:

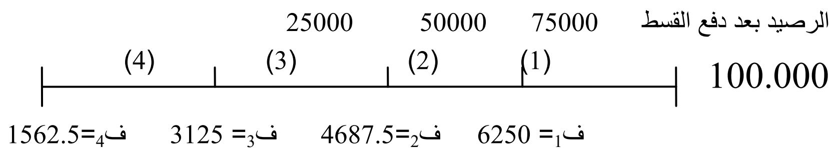
1- مبلغ القسط من أصل القرض.

2- الفائدة الدورية المستحقة على الرصيد فى بداية الفترة.

3- جملة كل قسط من الاقساط المدفوعة.

4- كون حساب استهلاك القرض.

الحـــل :



شكل (4-4)

1- م = 100.000 جنيه ← $م_ر = \frac{100,000}{4} = 25.000$ جنيه

حيث ر = 1، 2، 3، 4

$ت = \frac{12}{4} = 3$ شهور

2- بالتعويض المتتالى بقيم ر=4،3،2،1 فى المعادلة (4-17) نجد أن:

$ف_1 = 100.000 \times \frac{25}{100} \times \frac{3}{12} = 6250$ جنيه (1)

$$ف_2 = \frac{100,000}{4} \times \frac{25}{100} \times \frac{3}{12}[4-1] = 4687.5 \text{ جنيه} \qquad (2)$$

$$ف_3 = \frac{م}{ك} \times ع \times ت\ [ك - (3-1)]$$

$$= \frac{100,000}{4} \times \frac{25}{100} \times \frac{3}{12}[4-2] = 3125 \text{ جنيه} \qquad (3)$$

$$ف_4 = \frac{م}{ك} \times ع \times ت\ [ك - (4-1)]$$

$$= \frac{100,000}{4} \times \frac{25}{100} \times \frac{3}{12}(4-3) = 1562.5 \text{ جنيه} \qquad (4)$$

من المعادلات (1)-(4) يتضح أن الفوائد الدورية متناقصة وذلك يرجع الى تناقص رصيد المبلغ بعد دفع كل قسط. كذلك اجمالى الفوائد بحيث:

$$ف = ف_1 + ف_2 + ف_3 + ف_4 = 6250 + 4687.5 + 3125 + 1562.5$$

$$= 15625 \text{ جنيه}$$

3- بالتعويض المتتالى فى المعادلة (4-19) نجد أن:

$$س_1 = \frac{100,000}{4}\left[1 + \frac{25}{100} \times \frac{3}{12}(4-0)\right]$$

$$= 25.000\ [1 + 0.25] = 31250 \text{ جنيه}$$

$$س_2 = = \frac{100,000}{4}\left[1 + \frac{25}{100} \times \frac{3}{12}(4-1)\right]$$

$$= 25.000\ [1 + 0.1875] = 29687.5$$

$$س_3 = \frac{100,000}{4}\left[1 + \frac{25}{100} \times \frac{3}{12}(4-2)\right] = 28125 \text{ جنيه}$$

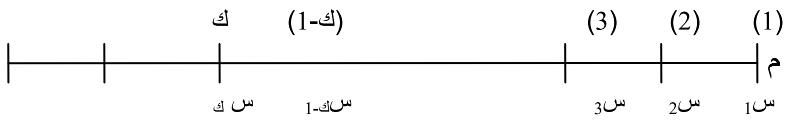
$$س_4 = \frac{100,000}{4}\left[1 + \frac{25}{100} \times \frac{3}{12}(4-3)\right] = 26562.5 \text{ جنيه}$$

4- الجدول التالى يوضح حساب استهلاك القرض.

جدول (3-4)
حساب استهلاك القرض

المبلغ			المبلغ		
مليم	جنيه	البيان	مليم	جنيه	البيان
-	100.000	أصل القرض			**القسط الأول:**
-	15625	فوائد القرض	-	2500	1- من أصل المبلغ
			-	6250	2- من الفوائد
			-	31250	اجمالى القسط الأول
					القسط الثانى:
			-	2500	1- من اصل المبلغ
			500	4687	2- من الفوائد
			500	29687	اجمالى القسط الثانى
					القسط الثالث:
			-	2500	1- من اصل المبلغ
			-	3125	2- من الفوائد
			-	28125	اجمالى القسط الثالث
					القسط الرابع:
			-	2500	1- من أصل المبلغ
			500	1562	2- من الفوائد
			500	4062	اجمالى القسط الرابع
-	115625		-	115625	

ثانيا: إذا كانت الفوائد على رصيد القرض تضاف الى القسط من أصل المبلغ عند الدفع فى بداية فترة القسط كما هو موضح بالشكل التالى:



شكل (4-)

اذا كان عدد الأقساط يساوى ك بالتالى فإن مبلغ القسط من أصل المبلغ المقترض يساوى $\text{م}_{\text{ر}}$ حيث :

$$\text{م}_{\text{ر}} = \frac{\text{م}}{\text{ك}} \quad \text{،} \quad \text{ر} = 1\text{، }2\text{، }3\text{، ...، ك}$$

وبما أن فترة القسط تساوى ت حيث فترة القسط تساوى ت = $\frac{\text{ن}}{\text{ك}}$ وفى هذه الحالة نجد أن:

$$\text{ف}_1 = \text{م} \times \text{ع} \times \text{صفر}$$

$$= \text{صفر}$$

$$\text{ف}_2 = \left(\text{م} - \frac{\text{م}}{\text{ك}}\right) \times \text{ع} \times \text{ت} = \frac{\text{م}}{\text{ك}} \times \text{ع} \times \text{ت} \times (\text{ك}-1)$$

$$\text{ف}_3 = \left(\text{م} - 2\frac{\text{م}}{\text{ك}}\right) \times \text{ع} \times \text{ت} = \frac{\text{م}}{\text{ك}} \times \text{ع} \times \text{ت} \times (\text{ك}-2)$$

$$\vdots$$

$$\text{ف}_{\text{ر}} = \left[\text{م} - (\text{ر}-1)\frac{\text{م}}{\text{ك}}\right] \times \text{ع} \times \text{ت}$$

$$= \frac{\text{م}}{\text{ك}} \times \text{ع} \times \text{ت}\,[\text{ك} - (\text{ر}-1)] \quad \text{،} \quad \text{ر}=4\text{،}3\text{،}2\text{،...، ك} \qquad (20\text{-}4)$$

وبالتالى فإن:

$$\text{س}_{\text{ر}} = \begin{cases} \dfrac{\text{م}}{\text{ك}} & \text{ر} = 1 \qquad (21\text{-}4) \\[2ex] \dfrac{\text{م}}{\text{ك}} + \text{ف}_{\text{ر}} & \\[2ex] = \dfrac{\text{م}}{\text{ك}} \{ 1 + \text{ع} \times \text{ت} \, [\, \text{ك} - (\text{ر} - 1) \,] \} \text{ ،} & \text{ر} = 2\text{، } 3\text{، } \dots \text{ ، ك} \qquad (22\text{-}4) \end{cases}$$

ملحوظة: ويلاحظ أن الاختلاف فى دفع القسط فى بداية فترة القسط فى هذه الحالة عن دفع القسط فى نهاية فترة القسط هو مبلغ الفائدة المضافة ا لى القسط الاول من أصل المبلغ ففى حالة دفع القسط فى بداية فترة القسط تكون الفائدة المضافة الى القسط من اصل المبلغ تساوى صفر.

مثال (4-6):

اشترى أحد الأشخاص شقة تمليك سعرها 85.000 جنيه واتفق مع البائع على تسديد المبلغ والفائدة على رصيد القرض على 6 أقساط بمعدل فائدة بسيطة 20% سنويا خلال عام.

1- أوجد مبلغ القسط من أصل المبلغ.

2- أوجد الفوائد المستحقة عند دفع كل قسط.

3- أوجد جملة كل قسط من الأقساط.

4- كون جدول يوضح حساب استهلاك القرض.

الحـــل :

م = 85000 جنيه ، ع = 0.20 ، ك = 6

$$ت = \frac{12}{6} = 2 \text{ شهر}$$

1- $م_ر = \frac{م}{ك} = \frac{85,000}{6} = 14166.67$ جنيه ، ر=1،2،...،6

2- $ف_1 =$ صفر (1)

$$ف_2 = \frac{85,000}{6} \times \frac{20}{100} \times \frac{2}{12} \times [\ 6 - (2-1)\ ]$$

$= 2361.11$ جنيه (2)

$$ف_3 = \frac{85,000}{6} \times \frac{20}{100} \times \frac{2}{12} \times [\ 6 - (3-1)\ ]$$

$= 1888.89$ جنيه (3)

$$ف_4 = \frac{85,000}{6} \times \frac{20}{100} \times \frac{2}{12} \times [\ 6 - (4-1)\ ]$$

$= 1416.67$ جنيه (4)

$$ف_5 = \frac{85,000}{6} \times \frac{20}{100} \times \frac{2}{12} \times [\ 6 - (5-1)\ ]$$

$= 944.44$ جنيه (5)

$$ف_6 = \frac{85,000}{6} \times \frac{20}{100} \times \frac{2}{12} \times [\ 6 - (6-1)\ ]$$

$= 472.22$ جنيه (6)

اجمالى الفوائد = $ف_1 + ف_2 + ف_3 + ف_4 + ف_5 + ف_6 = 7083.33$ جنيه

3- $س_1 = م_1 = 14166.67 + 0 = 14166.67$ جنيه (7)

$س_2 = 14166.67 + ف_2 = 14166.67 + 2361.11$

= 16527.78 جنيه (8)

$س_3$ = 14166.67 + $ف_3$ = 1888.89+14166.67

= 16055.56 جنيه (9)

$س_4$ = 14166.67 + $ف_4$ = 1416.67+14166.6

= 15583.34 جنيه (10)

$س_5$ = 14166.67 + $ف_5$ = 944.44+14166.67

= 15111.11 جنيه (11)

$س_6$ = 14166.67 + $ف_6$ = 472.22+14166.67

= 14638.89 جنيه (12)

4- الجدول التالى يوضح حساب استهلاك القرض.

جدول (4-4)
حساب استهلاك القرض

المبلغ			المبلغ		
مليم	جنيه	البيان	مليم	جنيه	البيان
-	58.000	أصل المبلغ			القسط الأول:
330	7083	الفوائد	670	14166	من أصل المبلغ
			-	-	من الفوائد
					القسط الثانى:
			670	14166	من اصل المبلغ
			110	2361	من الفوائد
					القسط الثالث:
			670	14166	من اصل المبلغ
			890	1888	من الفوائد
					القسط الرابع:
			670	14166	من أصل المبلغ
			670	1416	من الفوائد
					القسط الخامس
			670	14166	من اصل المبلغ
			440	944	من الفوائد
					القسط السادس
			670	14166	من اصل المبلغ
			220	472	من الفوائد
330	92083	اجمالى	330	9208	اجمالى

(5-4) تمرينـــات Exercises

(1-4) أقترض أحد الاشخاص مبلغ 180.000 جنيه لمدة عام واتفق على سداد القرض مضافا اليه الفائدة على رصيد المبلغ من نهاية كل شهر من تاريخ استلام مبلغ القرض بمعدل فائدة 18% سنويا.

1- أوجد عدد الأقساط المدفوعة وفترة القسط.

2- أوجد مبلغ القسط من أصل القرض.

3- أوجد الفائدة المدفوعة مع كل قسط من أصل القرض.

4- أوجد جملة كل قسط.

(2-4) أشترى أحد الاشخاص ثلاجة كهربائية بمبلغ 2000 واتفق مع البائع على تقسيط الثمن خلال عامين على 4 أقساط متساوية مضاف الى القسط الفائدة على رصيد المبلغ بحيث يبدأ القسط الاول عند الشراء بمعدل فائدة 25% سنويا.

1- أوجد مبلغ القسط من اصل القرض.

2- أوجد فترة القسط.

3- اوجد مبلغ الفائدة المدفوع فى كل قسط.

4- أوجد جملة كل قسط.

5- كون جدول حساب استهلاك القرض.

(3-4) أشترى أحد الطلاب كمبيوتر بمبلغ 4500 جنيه بسعر فائدة بسيطة 20% سنويا. واتفق مع البائع على سداد المبلغ والفائدة على 5

أقساط متساوية خلال 15 شهر. على أن يبدأ القسط الأول عند الشراء.

1- أوجد فترة القسط.
2- أوجد مبلغ القسط الواحد.
3- أوجد مجموع الفوائد.
4- كون حساب استهلاك القرض.

(4-4) أشترى أحد الأشخاص سيارة بمبلغ 60000 جنيه دفع منها 30000 جنيه واتفق على سداد باقى الثمن والفوائد المستحقة عليه على 4 أقساط متساوية بسعر فائدة 30% سنويا خلال عامين.

1- أوجد فترة القسط.
2- أوجد مبلغ القسط الواحد.
3- كون حساب استهلاك القرض.

الباب الخامس

الفائدة المركبة والجملة المركبة

Compound Interest and Compound Amount

(1-5) الفائدة المركبة Compound Interest

فى الباب الأول تناولنا تعريف الفائدة البسيطه والفائدة المركبة والفرق بينهما ، كذلك تناولنا بالدراسة التفصيلية كيفية حساب الفائدة البسيطه وأهم تطبيقاتها.

وفى هذا الباب سوف نتناول بالتفصيل كيفيه حساب الفائدة المركبة وأهم تطبيقاتها.

وحيث أننا ذكرنا سابقا أن الفائدة البسيطه تحسب على أصل المبلغ ولا تستثمر معه وهذا يعنى أن الفائدة البسيطه تظل ثابته لكل وحدة زمنيه طالما لم يتغير أصل المبلغ المستثمر أو معدل الفائدة.

أما بالنسبة للفائدة المركبة ، فأنه فى نهاية كل وحدة زمنيه تضاف فائدة تلك الوحدة الزمنيه الى المبلغ المستثمر فى بداية تلك الوحدة (أى تصبح الفائدة جزء من أصل المبلغ) وتستثمر معه فى الوحدة الزمنيه التاليه ، وهذا يؤدى الى :

أ) تزايد المبلغ المستثمر مع بداية كل وحدة زمنيه جديدة.

ب) زيادة الفائدة المحسوبه عن أى وحدة زمنيه عن الفائدة المحسوبه عن الوحدة الزمنيه السابقه لها.

مثال (1-5)

أودع شخص مبلغ 5000 جنيه لمدة 4 سنوات بمعدل فائدة 10% سنويا. المطلوب :

1- أحسب الفائدة البسيطة .

2- أحسب الجملة البسيطة.

3- أحسب الفائدة المركبة.

4- أحسب الجملة المركبة.

5- قارن بين الفائدة البسيطة والفائدة المركبة ، وأيضا بين الجملة البسيطة والجملة المركبة.

الحـــل

1- بما أن :

ف = م × ع × ت

$= 5000 \times \frac{10}{100} \times 4 = 2000$ جنيه (1)

2- وبما أن

حـ = م + ف

$= 5000 + 2000 = 7000$ جنيه (2)

3- اذا فرضنا أن $م_ر$ ، $ف_ر$ ، $حـ_ر$ المبلغ فى بداية السنه ر ، ف الفائدة عن المبلغ فى السنه ر ، جملة المبلغ فى نهاية السنه ر على الترتيب حيث :

ر = 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، فان :

فائدة المبلغ فى نهاية السنه الأولى = $ف_1$ = $م_1$ × ع × 1

$= 5000 \times \frac{10}{100} \times 1 = 500$ جنيه (3)

جملة المبلغ فى نهاية السنه الأولى = $حـ_1$ = $م_1$ + $ف_1$

$=5000+500=5500$ جنيه (4)

ويصبح المبلغ فى بداية السنه الثانيه $م_2 = ح_1 \leftarrow$

$ف_2 = م_2 \times ع \times 1 = 5500 \times \frac{10}{100} \times 1 = 550$ جنيه (5)

وجملة المبلغ فى نهاية السنه الثانيه $= ح_2 = م_2 + ف_2$

$= 5500 + 550 = 6050$ جنيه (6)

بالمثل نجد أن : $م_3 = ح_2 \leftarrow$

$ف_3 = م_3 \times ع \times 1 = 6050 \times \frac{10}{100} \times 1 = 605$ جنيه (7)

$ح_3 = م_3 + ف_3 = 6050 + 605 = 6655$ جنيه (8)

$م_4 = ح_3 \leftarrow$

$ف_4 = م_4 \times ع \times 1 = 6655 \times \frac{10}{100} \times 1 = 665.5$ جنيه (9)

$ح_4 = م_4 + ف_4 = 6655 + 665.5 = 7320.5$ جنيه (10)

وبالتالى نجد أن الفائدة المركبة عن مدة 4 سنوات تساوى :

$ف = ح_4 - أ_1 = 7320.5 - 5000 = 2320.5$ جنيه (11)

5- **أ-** من (1) ، (11) نجد أن:

الفائدة البسيطه = 2000 جنيه ، والفائدة المركبه = 2320.5 جنيه

أى أن الفائدة المركبة > الفائدة البسيطة.

(ب) من (2) ، (10) نجد أن :

الجملة البسيطه = 7000 جنيه ، والجملة المركبة=7320.5 جنيه

أى أن :

الجملة المركبة > الجملة البسيطة

ومن المثال السابق نجد أن :

1- الفائدة البسيطة عن السنه الاولى = الفائدة البسيطه عن السنه الثانية = الفائدة البسيطة عن السنه الثالثة = الفائدة البسيطه عن السنه الرابعة = 500 جنيه ، أى أن الفائدة البسيطة متساويه فى الوحدات الزمنيه المتتاليه أى أن :

ف$_{1}$ = ف$_{2}$ = ف$_{3}$ = ف$_{4}$ = 500 جنيه

2- بينما أن :

الفائدة المركبة عن السنه الاولى = ف$_{1}$ = 500 جنيه ،

الفائدة المركبة عن السنه الثانية = ف$_{2}$ = 550 جنيه ،

الفائدة المركبة عن السنه الثالثة = ف$_{3}$ = 605 جنيه ،

الفائدة المركبة عن السنه الرابعة = ف$_{4}$ = 665.5 جنيه

أى أن ف$_{ر+1}$ أكبر من فـ$_{ر}$ ، ر = 1 ، 2 ، 3 ، أو بعبارة أخرى :

ف$_{1}$ < ف$_{2}$ < ف$_{3}$ < ف$_{4}$

ويرجع ذلك الى أن الفائدة تضاف الى أصل المبلغ فى نهاية الوحدة الزمنيه ويتم حساب فائدة عنها فى الوحدة الزمنية التالية لها وبالتالى فأنه فى حالة استخدام أسلوب الفائدة المركبة نجد أن الفائدة غير ثابته وتتزايد بتزايد الوحدات الزمنية.

مما سبق نجد أنه لحساب الفائدة المركبة بالأسلوب المتبع فى المثال السابق يتطلب أجراء حساب الفائدة والجملة فى كل وحدة زمنية وتكرار ذلك وفقا لعدد الوحدات الزمنيه كما هو موضح فى (3) - (11) - وبما أن هذا الأسلوب يتصف بأتباع خطوات لها صفة التكرار ، لذا فأنه يمكن حساب هذه الفائدة والجملة باستخدام أسلوب المتواليات الهندسية (أنظر ملحق رقم 2) ، كما سوف يتضح فى الفصل التالى.

(2-5) الجملة المركبـة Compound Amount

اذا فرضنا أن م هو المبلغ المطلوب استثماره بمعدل فائدة مركبة ع فى وحدة الزمن (ممكن ان تكون الوحدة الزمنيه سنه أو نصف سنه أو ربع سنه أو شهر ... الخ) لمدة ن من الوحدات الزمنيه ، فنجد أن :

الفائدة عن الوحدة الزمنيه الاولى = م ع (1-5)

حـ$_1$ = م + م ع = م (1+ع) (2-5)

الفائدة عن الوحدة الزمنيه الثانية = م$_2$ ع = حـ$_1$ ع = م (1+ع) ع ←
(3-5)

حـ$_2$ = حـ$_1$ + ف$_2$ = م(1+ع) + م(1+ع) ع

= م (1+ع) (1+ع) = م (1+ع)^2 (4-5)

الفائدة عن الوحدة الزمنيه الثالثة = م$_3$ × ع = حـ$_2$ × ع = م(1+ع)^{2}ع
(5-5)

حـ$_3$ = حـ$_2$ + ف$_3$ = م (1+ع)^2 + م (1+ع)^{2}ع

= م (1+ع)^2 (1+ع) = م (1+ع)^3 (6-5)

بالمثل نجد أن :

الفائدة عن الوحدة الزمنيه ن =

حـ$_ن$ = حـ$_{ن-1}$ + ف$_ن$ = م (1+ع)$^{ن-1}$ + م(1+ع)$^{ن-1}$ ع (7-5)

= م (1+ع)$^{ن-1}$ (1+ع) = م (1+ع)^ن (8-5)

وبالتالى تصبح الفائدة المركبة ع ، المبلغ م بعد ن من والحدات الزمنيه تساوى $ف_ن$ حيث :

$$ف_ن = ح_ن - م = م\,(1+ع)^{ن} - م$$

$$= م\,[\,(1+ع)^{ن} - 1\,] \qquad (5-9)$$

ملحوظة :

1- مما هو جدير بالذكر أن المقدار $(1+ع)^{ن}$ يمثل جملة الجنيه الواحد فى نهاية ن من الوحدات الزمنيه بمعدل فائدة مركبة ع فى وحدة الزمن.

2- ويوجد بملحق رقم (4) جداول تعطى قيمة جملة الجنيه الواحد $(1+ع)^{ن}$ عند قيمة محددة لكل من ع ، ن.

مثال (5-2):

أستثمر أحد الاشخاص مبلغ 11000 جنيه بمعدل فائدة مركبة 13% سنويا.

1- أوجد جملة المبلغ والفائدة المركبة بعد 4 سنوات.

2- أوجد المدة التى يتضاعف فيها المبلغ.

الحـــل :

1- بما أن م = 11000 ، $ع = \frac{13}{100}$ ، ن = 4

باستخدام المعادلة (5-8) نجد أن:

جملة المبلغ بعد 4 سنوات = $ح_4 = م\,(1 + ع)^4$

$$= 11000\,(1 + 0.13)^4 = 11000\,(1.63047)$$

= 17935.17 جنيه (1)

وبما أن أصل المبلغ فى بداية المدة يساوى 11000 بالتالى فأن قيمة الفائدة المركبه لمدة 4 سنوات تساوى :

ف$_4$ = حـ$_4$ - م = 17935.17 - 11000

= 6935.17 جنيه (2)

2- اذا فرضنا أن المدة التى يتضاعف فيها المبلغ تساوى ن بالتالى نجد أن:

حـ$_ن$ = 2 (11000) = 22000 جنيه ←

22000 = 11000 (1 + 0.13)^ن ←

(1 + 0.13)^ن = $\frac{22000}{11000}$ = 2 ←

وبأخذ لوغاريتم الطرفين (أنظر ملحق رقم (5)) نجد أن:

ن لو 1.13 = لو2 ←

ن = $\frac{\text{لو}2}{\text{لو}1,13}$ = $\frac{0,301}{0,053}$ = 5.68 سنه

أى أن المبلغ يتضاعف بعد مدة 5 سنوات وثمانيه شهور ونصف تقريبا (0.68 سنه = 8.16 شهر حيث 0.16 شهر ≃ 0.5 شهر).

مثال (5-3) :

أودع شخص مبلغ 5600 جنيه بمعدل فائدة مركبة ع سنويا وبعد 6 سنوات أصبح جملة المبلغ 12953.14 جنيه.

1- أوجد الفائدة المركبة.

2- أحسب معدل الفائدة المركبة السنوية.

الحـــل :

1- $ف_6 = حـ_6 - م$

$= 12953.14 - 5600 = 7353.14$ جنيه

2- وبما أن :

$حـ_6 = م\,(1 + ع)^{ن}$ ←

$12953.14 = 5600\,(1 + ع)^6$ ←

$(1 + ع)^6 = \frac{12953,14}{5600} = 2.3131$ ←

6 لوهـ $(1 + ع) =$ لوهـ $2.3131 = 0.8385886$

لوهـ $(1 + ع) = 0.1397648$

$هـ^{لو(1+ع)} = هـ^{0.1397648}$ ←

$(1 + ع) = 1.15000$ ←

$ع = 0.15 = 15\%$ سنويا

مثال (5-4) :

اذا كانت جملة مبلغ بعد 10 سنوات بمعدل فائدة مركبة 14% تساوي 4448.67 ، أوجد قيمة المبلغ.

الحـــل :

بما أن $حـ_{10} = 4448.67$ ، $ع = 0.14$ ، $ن = 10$

$حـ_ن = م\,(1 + ع)^{ن}$ ←

$حـ_{10} = م\,(1 + 0.14)^{10}$ ←

$$4448.67 = \text{م}\ (1.14)^{10} = 3.70722 \leftarrow$$

$$\text{م} = \frac{4448,67}{3,70722} = 1200 \text{ جنيه}$$

مثال (5-5) :

أحسب الجملة المركبة والفائدة المركبة لمبلغ 7800 جنيه أستثمر لمدة عامين بمعدل فائدة مركبه 12% سنويا اذا كان:

1- تضاف الفائدة كل نصف سنه.

2- تضاف الفائدة كل ربع سنه.

3- تضاف الفائدة كل شهر.

الحــل :

1- معدل الفائدة النصف سنوى يساوى $\frac{12}{2}\% = 6\%$.

وبما أن تضاف الفائدة كل نصف عام بالتالى تصبح عدد الوحدات الزمنيه ن = 2×2 = 4

وبما أن :

$$\text{ح}_{\text{ن}} = \text{م}\ (1 + \text{ع})^{\text{ن}} \leftarrow$$

$$\text{ح}_4 = 7800(1+0.06)^4 = 7800\ (1.262477)$$

$$= 9847.32 \qquad (1)$$

وبالتالى فأن الفائدة المركبة تساوى :

$$\text{ف}_4 = \text{ح}_4 - \text{م} = 9847.32 - 7800 = 2047.32 \text{ جنيه} \qquad (2)$$

2- معدل الفائدة كل ربع سنه يساوى $\frac{12}{4}$% = 3%

وبما أن تضاف الفائدة كل ربع سنه بالتالى تصبح عدد الوحدات الزمنيه ن = 2 × 4 = 8

وبما أن :

$ح_ن$ = م (1 + ع)^{ن}

$ح_8$ = 7800 $(1+0.03)^8$ = 7800 (1.26677)

= 9880.81 جنيه ← (3)

$ف_8$ = 9880.81 - 7800 = 2080.81 (4)

وبمقارنه (2) ، (4) نجد أن الفائدة المركبة عند أضافة الفائدة كل ربع سنه أكبر من الفائدة المركبة التى تضاف كل نصف سنه .

3- فى هذه الحاله نجد أن معدل الفائدة كل شهر يساوى $\frac{12}{2}$%=1%،

كذلك ن = 2 × 12 = 24 ←

$ح_{24}$ = م (1 + ع)^{ن} = 7800 $(1 + 0.01)^{24}$

= 7800 (1.26974) = 9903.98 جنيه ← (5)

$ف_{24}$ = 9903.98 - 7800 = 2103.98 جنيه (6)

وبمقارنه كل من (2) ، (4) ، (6) نجد أن الفائدة المركبة عند اضافة الفائدة كل شهر أكبر من اضافة الفائدة كل ربع سنه (ثلاثة شهور) كذلك أيضا الفائدة كل ربع سنه أكبر من اضافة الفائدة كل نصف سنه (6 شهور).

ومما سبق يتضح أنه كلما قلت طول الوحدة الزمنيه التى يتم فى نهايتها اضافة الفائدة كلما أدى ذلك الى زيادة الفائدة المركبة فى نهاية الفترة محل الدراسة. وسوف نناقش ذلك بالتفصيل فى الفصل التالى.

(3-5) القيمة الحاليه فى حالة الفائدة المركبة

Present Value at Compound Interest

من المعادلة (3-8) نجد أن جملة المبلغ م بعد ن من الوحدات الزمنيه بمعدل فائدة ع فى وحدة الزمن تساوى $ح_{ن}$ (الجملة المركبة) حيث:

$$ح_{ن} = م\ (1 + ع)^{ن} \qquad (3\text{-}10)$$

وبالتالى اذا أردنا تحديد قيمة المبلغ م التى تصبح قيمته $ح_{ن}$ بعد ن من الوحدات الزمنية بمعدل فائدة ع فى الوحدة الزمنية - فأن المبلغ م يسمى فى هذه الحالة بالقيمة الحالية present value . ومن المعادلة (3-10) يمثل حساب قيمة م على النحو التالى:

$$م = \frac{ح_{ن}}{(1+ع)^{ن}} = ح_{ن}\ (1 + ع)^{-ن} \qquad (3\text{-}11)$$

ويسمى المقدار $(1+ع)^{-ن}$ بمعامل الخصم discount factor هو عبارة عن القيمة الحالية للوحدة النقدية.

وملحق رقم (6) يعطى قيمة معامل الخصم $(1+ع)^{-ن}$ عند القيم المختلفة لمعدل الفائدة المركبة ع ، وعدد الفترات الزمنية ن.

مثال (5-6):

اذا كانت جملة مبلغ بعد 5 سنوات 8290.96 جنيه بمعدل فائدة مركبه 13% سنويا ، أوجد القيمة الحاليه.

الحــل :

بما أن : حـ5 = 8290.96 جنيه ، ن = 5 ، ع = 13%

$$م = \frac{حـ_ن}{(1+ع)^ن} = حـ_ن (1 + ع)^{-ن}$$

$$= 8290.96 (1 + 0.13)^{-5} = 4500 \text{ جنيه}$$

مثال (5-7) :

أوجد المبلغ (القيمه الحاليه) الذى يستثمر لكى تصبح جملته 15000 بعد 10 سنوات بمعدل فائدة 12% سنويا اذا كانت تضاف الفائدة كل ربع سنه.

الحــل :

بما أن : ن = 10× 4= 40 ، حـ40 = 15000 جنيه ، ع = $\frac{12}{4}$%=3%

$$م = \frac{حـ_ن}{(1+ع)^ن} = حـ_ن (1 + ع)^{-ن}$$

$$= 15000 (1 + 0.03)^{-40} = 4598.35 \text{ جنيه}$$

مثال (5-8):

يرغب أحد الأشخاص فى شراء أحدى الشقق فاذا كان أمام الشخص أسلوبين للدفع هما أن يدفع 45000 جنيه ثمن الشقه فورا وأن يدفع 20000 جنيه فورى ودفع 30000 جنيه بعد 3 سنوات. حيث يمكن للشخص أستثمار أمواله بمعدل فائدة مركبه 6% سنويا تضاف كل نصف سنه. ماهو أسلوب الشراء الأفضل لهذا الشخص.

الحــل :

اذا دفع بالاسلوب الأول نجد أن :

القيمة الحاليه للدفع الفورى = 45000 جنيه (1)

واذا دفع بأستخدام الأسلوب الثانى نجد أن : القيمة الحاليه لمبلغ 30000 جنيه تساوى م حيث :

م = حـ$_6$ (1 + 0.03)$^{-6}$ = 30000 (1+0.03)$^{-6}$

= 25124.53 جنيه (2)

وبالتالى تصبح القيمة الحالية لدفع بالأسلوب الثانى يساوى :

= 20000 + 25124.53 = 45124.53 جنيه (3)

من (1) ، (3) يتضح أنه أفضل لهذا الشخص أن يدفع ثمن الشقه فورا وفى هذه الحالة سوف يوفر 124.53 جنيه عما اذا دفع باستخدام الأسلوب الثانى.

وعادة يستخدم أسلوب القيمة الحالية فى المقارنة بين المشروعات المختلفة عند المفاضلة بين كل منها.

(4-5) المعدل الأسمى والفعلى للفائدة

Nominal and Effective Rates of Interest

من المثال السابق نجد أنه رغم أن معدل الفائدة المركبه السنوى لم يتغير (12% سنويا) ومدة الاستثمار لم تتغير (سنتين) ولكن قيمة الفائدة المركبة للمبلغ بعد سنتين تغيرت نتيجة تغير طول الوحدة الزمنيه التى تضاف بعدها مباشرة قيمة الفائدة عن هذه الوحدة. فعندما كانت طول الوحدة 6 شهور كانت قيمة الفائدة (ف$_4$) تساوى 2047.32 جنيه ، وعندما كانت طول الوحدة الزمنيه ثلاثة شهور كانت قيمة الفائدة (ف$_8$) تساوى 2080.81 جنيه ، وعندما كانت طول الوحدة الزمنيه شهر واحد كانت قيمة الفائدة (ف$_{24}$) تساوى 2103.98 جنيه.

من ذلك يتضح أنه عند تقسيم السنه الى وحدات زمنيه بحيث تضاف الفائدة فى نهاية كل وحدة فهذا يؤدى الى زيادة قيمة الفائدة المركبة كلما زادت عدد هذه الوحدات فى السنه وبالتالى فهذا يعنى أن تقسيم السنه الى وحدات زمنيه أدى الى زيادة معدل الفائدة عن المعدل المعلن ويسمى هذا المعدل بالمعدل الفعلى للفائدة ويسمى المعدل السنوى المعلن بالمعدل الأسمى للفائدة. وسوف نوضح بالتفصيل فيما يلى الفرق بين المعدلين وطريقة حساب المعدل الفعلى للفائدة. فاذا رمزنا لعدد مرات أضافة الفائدة فى السنه يساوى هـ أى أن طول الوحدة الزمنيه لاضافة الفائدة = $\frac{1}{\text{ـ}}$ من السنه - أى أن عدد الوحدات الزمنيه فى السنه يساوى هـ.

وبالتالى اذا معدل الفائدة فى الوحدة الزمنية يساوى ع فأن حاصل ضرب عدد الوحدات الزمنيه بالسنه فى معدل الفائدة عن كل وحدة زمنيه منها يسمى بمعدل الفائدة السنوى الاسمى nominal interest rate ، وسوف نشير له بالرمز ع′ أى أن :

معدل الفائدة السنوى الأسمى =

عدد الوحدات الزمنيه فى السنه × معدل الفائدة للوحدة الزمنية

ع′ = هـ × ع (10-3)

فمثلا اذا كان معدل الفائدة 2% كل شهر فأن معدل الفائدة الأسمى السنوى = ع′ = هـ × ع

= 12 × 2% = 24% سنويا.

والمعدل السنوى الأسمى هو المعدل المعلن للعملاء كذلك يذكر معه عدد مرات اضافة الفائدة سنويا (هـ). ويكون معدل الفائدة للوحدة الزمنيه هو خارج قسمه المعدل السنوى الأسمى على عدد مرات أضافة الفائدة سنويا أى أن :

ع = ع′ ÷ هـ (11-3)

والمعدل الفعلى (أو الحقيقى) effective rate هو فائدة وحدة النقود التى يحققها المستثمر فعلا خلال السنه ، وسوف نشير للمعدل الفعلى بالرمز ع″ ، حيث أن جملة وحدة النقود بعد سنه هى :

$$(1 + ع'') = \left(1+\frac{ع'}{هـ}\right)^{هـ} \leftarrow \quad (12\text{-}3)$$

$$ع'' = (1 + ع)^{هـ} - 1 \qquad (13-3)$$

ومن المعادلة (3-13) يتضح أن :

$$ع'' > ع \qquad \text{عندما } هـ > 1 \qquad (14-3)$$

$$ع'' = ع \qquad \text{عندما } هـ = 1 \qquad (15-3)$$

مثال (3-9) :

أستثمر شخص مبلغ 9500 جنيه بمعدل فائدة ربع سنوى 4% والمطلوب:

1- أيجاد جملة المبلغ بعد سنه.

2- أيجاد المعدل الأسمى السنوى للفائدة.

3- أيجاد المعدل الفعلى السنوى للفائدة.

الحــل :

ع = 4% ، هـ = 4 ، ن = 4

1- بما أن : $ح_ن = م\,(1 + ع)^ن$ ←

فأن :

$$ح_4 = 9500\,(1 + 0.04)^4 = 9500\,(1.169859)$$

= 111113.66 جنيه

2- **المعدل الأسمى السنوى =**

المعدل فى وحدة الزمن × عدد الوحدات الزمنية

ع′ = ع × هـ

= 4% × 4 = 16% سنويا

3- وبما أن المعدل الفعلى = **ع″ = (1+ع)^هـ - 1**

$=(1+0.04)^{4} - 1$

$=1.169859-1=0.1699$

= 16.99% سنويا

مثال (3-10) :

أستثمر شخص مبلغ 600000 جنيه بمعدل فائدة شهرى يساوى 1.5%:

1- أوجد المعدل الأسمى السنوى للفائدة.

2- أوجد المعدل الفعلى السنوى للفائدة.

3- أوجد فائدة المبلغ بعد سنتين.

الحــل :

1- المعدل الأسمى السنوى = **ع′ = ع × هـ**

= 1.5% × 12 = 18% سنويا

2- المعدل الفعلى السنوى = **ع″ = (1+ع)^هـ** - 1

$= (1+0.015)^{12}-1 = 0.1956$

= 19.56 %

3- $ف_{24}$ = م [(1+ع)^ن - 1] = 600000 [$(1+0.015)^{24}$-1]

= 600000 [0.429502811] = 257.701.69

مثال (3-11) :

يوجد مشروعين متاح فيهما فى الاستثمار المشروع الأول يعطى فائدة بمعدل 13% سنويا وتضاف الفائدة كل ست شهور ، والمشروع الثانى يعطى فائدة بمعدل 12.9% وتضاف الفائدة كل ربع سنه (أى كل ثلاثه شهور) أيهما أفضل لشخص يرغب فى استثمار أمواله لمدة ثلاثة سنوات.

الحـــل :

1- اذا استثمر الشخص أمواله فى المشروع الاول فنجد أن :

$$ع = \frac{\%13}{2} = \%6.5 \text{ ، حيث } هـ = 2$$

وبالتالى فأن المعدل الفعلى للفائدة فى هذه الحالة يساوى :

$$ع''_1 = (1+ع)^{هـ} - 1 = (1+ 0.065)^2 -1 = 0.1342$$

$$= \%13.42 \text{ سنويا} \qquad (1)$$

2- أما اذا أستثمر الشخص أمواله فى المشروع الثانى فنجد أن :

$$ع = \frac{\%12,9}{4} = \%3.225 \text{ ، حيث } هـ = 4$$

وبالتالى فأن المعدل الفعلى للفائدة فى هذه الحالة يساوى :

$$ع''_2 = (1+ع)^4 - 1 = (1+ 0.03225)^4 -1 = 0.1354$$

$$= \%13.54 \qquad (2)$$

من (1) ، (2) يتضح أنه من الأفضل للشخص أستثمار أمواله فى المشروع الثانى لأن معدل الفائدة الفعلى يساوى 13.54% سنويا أكبر من معدل الفائدة الفعلى فى المشروع الأول (حيث يساوى 13.42% سنويا).

(6-5) تمرينـــات Exercises

(1-5) أستثمر أحد الأفراد مبلغ 5200 جنيه بمعدل فائدة مركبة 12% سنويا لمدة 3 سنوات ، أوجد الفائدة والجملة فى كل حالة من الحالات التالية:

أ- اذا كانت تضاف الفائدة سنويا.

ب- اذا كانت تضاف الفائدة كل نصف عام.

جـ- اذا كانت تضاف الفائدة كل ربع سنه.

د- اذا كانت تضاف الفائدة كل شهر.

(2-5) اذا كانت جملة مبلغ بعد خمسة سنوات من تاريخ أستثمارة تساوى ضعف هذا المبلغ ، أوجد المعدل السنوى للفائدة فى الحالتين التاليتين:

أ- اذا كانت الفائدة بسيطة.

ب- اذا كانت الفائدة مركبة.

(3-5) اذا كانت جملة مبلغ تم أستثمارة بمعدل فائدة مركبة 15% سنويا لمدة 7 سنوات تساوى 10700 جنيه. أوجد قيمة هذا المبلغ فى كل حالة من الحالات التالية:

أ- اذا كانت الفائدة تضاف سنويا.

ب- اذا كانت الفائدة تضاف كل نصف سنة.

جـ- اذا كانت الفائدة تضاف كل شهر.

(4-5) أحسب الفائدة المركبة والجملة المركبة لكل وديعه من الودائع التالية:

الرقم	قيمة الوديعه بالجنيه	معدل الفائدةالسنوى (الاسمى)	أضافة الفائدة الى الأصل	المدة بالسنه
(1)	4500	%15	كل سنه	8
(2)	10000	%11	كل نصف سنه	6.5
(3)	15000	%12	كل ربع سنه	4.5

(5-5) أقترض شخص 4 مبالغ من 4 بنوك مختلفة بمعدلات فائدة مركبة مختلفة لمدة سنتين كما هو موضع بالجدول التالى:

الرقم	المبلغ	معدل الفائدة	أضافة الفائدة الى أصل المبلغ
(1)	2500	%10	كل سنه
(2)	1700	%11	كل نصف سنه
(3)	5000	%16	كل ربع سنه
(4)	7800	%12	كل شهر

أوجد اجمالى المبالغ التى يجب أن يدفعها بعد سنتين، ثم أوجد قيمة الفوائد المدفوعة.

(6-5) اقترض شخص 5600 جنيه من أحد البنوك بمعدل فائدة 14% سنويا تضاف كل 6 شهور فإذا كان جملة ما دفعه الشخص فى نهاية مدة القرض يساوى 11016.05 جنيه.

1- أوجد مدة القرض.
2- أوجد المعدل الفعلى للفائدة.

(7-5) أستثمر شخص مبلغ 10000 جنيه لمدة 2 سنوات كانت جملة المبلغ 13685.69 جنيه فإذا كانت الفائدة تضاف كل ربع سنه.

1- أوجد المعدل الأسمى للفائدة.

2- أوجد المعدل الفعلى للفائدة.

(8-5) أيهما أفضل لشخص يرغب أستثمار مبلغ من المال لمدة 4 سنوات أن يستثمر هذا المبلغ فى مشروع يعطى فائدة مركبة بمعدل 15% سنويا وتضاف الفائدة كل سنه أم أن يستثمره فى مشروع آخر يعطى فائدة مركبة بمعدل 14% سنويا وتضاف الفائدة كل ربع سنه.

(9-5) أحسب الجملة والفائدة المركبة فى كل حالة من الحالات الموضحة بالجدول التالى:

الحالة	المبلغ	المدة بالسنه	معدل الفائدة السنوى الأسمى	أضافة الفائدة الى الأصل
1	2700	7	%14.5	كل سنه
2	9000	4	%15	كل نصف سنه
3	12000	3	%12	كل ربع سنه
4	1700	2	%11	كل شهر

(10-5) أودع شخص مبلغ 5000 جنيه فى أحد البنوك بمعدل فائدة سنوى 15% لمدة 4 سنوات أوجد:

1- الفائدة البسيطة.

2- الفائدة المركبة.

(11-5) اذا كانت الجملة المركبة لمبلغ 2000 جنيه أستثمر لمدة 6 سنوات تساوى 9000 جنيه. أوجد معدل الفائدة الاسمى والفعلى فى كل حالة من الحالات التالية:

1- اذا كانت الفائدة تضاف سنويا.
2- اذا كانت تضاف كل ست شهور.
3- اذا كانت الفائدة تضاف كل ثلاثة شهور.

(12-5) أودع شخص مبلغ 15000 جنيه فى أحد البنوك بمعدل فائدة مركبة 4% كل ربع سنه لمدة 3 سنوات وفى بداية السنه الرابعة سحب مبلغ 7500 جنيه.

أوجد جملة المستحق لهذا الشخص فى نهاية السنه الخامسة.

(13-5) أستثمر شخص مبلغ 3500 جنيه بمعدل فائدة ربع سنوى 5% لمدة عامين.

1- أوجد الجملة والفائدة المركبة.
2- أوجد المعدل الفعلى (الحقيقى) للفائدة.

(14-5) أوجد المبلغ الذى يستثمر لمدة 4 سنوات فتصبح جملته ثلاثة أضعاف المبلغ اذا أستثمر بفائدة مركبة معدلها السنوى 10%.

(15-5) أوجد المدة التى يستثمر فيها المبلغ 2000 جنيه لتصبح جملته بمعدل فائدة ربع سنوى 3% تساوى 7600 جنيه ثم أوجد المعدل الفعلى للفائدة.

(16-5) اذا كانت جملة مبلغ بعد 5 سنوات بمعدل فائدة مركبة 11% سنويا تضاف كل نصف سنه تساوى 3450 جنيه ، أوجد قيمة المبلغ.

(17-5) يرغب أحد الأشخاص فى شراء سيارته ، فاذا كان أ/امه أسلوبين للدفع هما:

1- أن يدفع 60000 جنيه ثمن السيارة فورا أو ،

2- أن يدفع 30000 جنيه فورى ودفع 80000 جنيه بعد 3 سنوات. حيث يمكن للشخص أستثمار أمواله بمعدل فائدة مركبة 10% سنويا تضاف كل نصف عام.

ما هو أسلوب الشراء الأفضل لهذا الشخص.

(18-5) أقترض شخص مبلغ 8500 جنيه بمعدل فائدة مركبة 17% سنويا لمدة 4 سنوات.

1- أوجد الجملة المستحقة عليه فى نهاية تلك المدة اذا كانت الفائدة تضاف سنويا.

2- أوجد الجملة المستحقة عليه فى نهاية تلك المدة اذا كانت الفائدة تضاف كل نصف سنة.

(19-5) أقترض شخص مبلغ 1500 جنيه لمدة 3 سنوات وفى نهاية المدة كانت جملة المستحق عليه 2600 جنيه. أوجد معدل الفائدة الأسمى والفعلى للفائدة اذا كانت الفوائد تضاف كل 6 شهور.

(20-5) أقترض شخص مبلغ 5600 جنيه لمدة معينة بمعدل فائدة مركبة 15% سنويا تضاف كل نصف سنه فبلغت الجملة المركبة المستحقة عليه فى نهاية المدة 9700 جنيه. أوجد مدة القرض.

الباب السادس

الدفعات الدورية المتساوية بفائدة مركبة

Equal Periodical Payments at Compound Interest

(٦-١) الدفعات العادية بفائدة مركبة

Ordinary Annuity at Compound Interest

(٦-٢) الدفعات الفورية بفائدة مركبة

Annuity Due at Compound Interest

(٦-٣) الدفعات المؤجلة — Deferred Annuity

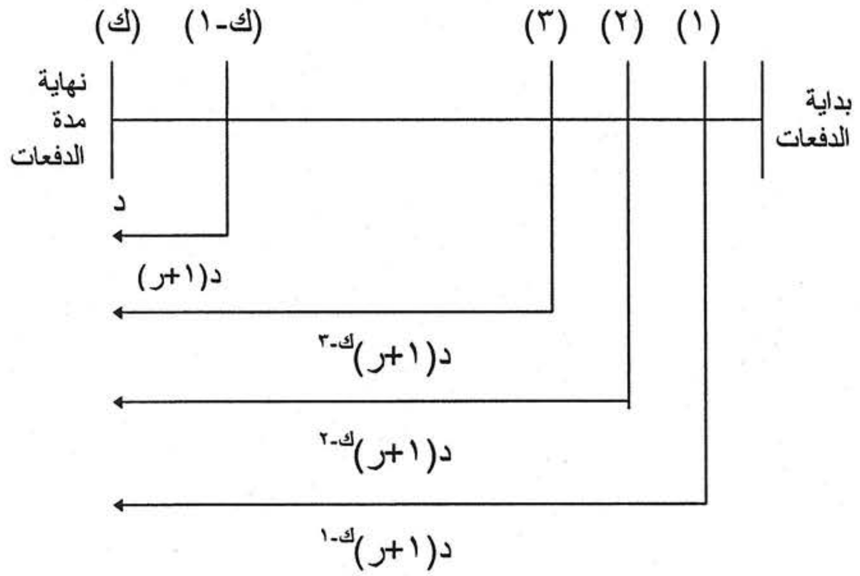
(٦-٤) أمثلة تطبيقية — Applied Examples

(٦-٥) تمرينات — Exercises

(٦-١) الدفعات العادية بفائدة مركبة

Ordinary Annuity at Compound interest

فى الفصل الثانى بالباب الثالث (٣-٢) تناولنا الدفعات العادية بفائدة بسيطة أما اذا كانت الفائدة فائدة مركبة بمعدل فائدة عن فترة الدفعة (ل) يساوى ر، ففى هذه الحالة اذا أعتبرنا أن مدة الدفعات ن من الوحدات الزمنية، ومبلغ الدفعة يساوى د ، وطول فترة الدفعة يساوى ل ، وعدد الدفعات يساوى ك، وفى كثير من الحالات تكون طول الفترة ل تساوى سنة وبالتالى يكون ر هو المعدل السنوى للفائدة. والشكل التالى جملة الدفعات فى نهاية المدة.



شكل (٦-١)

ومن الشكل يتضح أن:

جملة الدفعة الأولى = د $(١ + ر)^{ك-١}$

جملة الدفعة الثانية = د $(١ + ر)^{ك-٢}$

جملة الدفعة الثالثة = د $(١ + ر)^{ك-٣}$

بالمثل ⋮

جملة الدفعة قبل الأخيرة= د $(١ + ر)^{ك-١}$

جملة الدفعة الأخيرة = د

ومما سبق أعلاه نجد أن:

جملة الدفعات العادية = د + د(١+ر) + د$(١+ر)^{٢}$ + ...

+ د$(١+ر)^{ك-٢}$ + د$(١+ر)^{ك-١}$

$$= د[١+(١+ر)+(١+ر)^{٢}+...+(١+ر)^{ك-١}] \qquad (٦-١)$$

$$= \left\{ \frac{\left[١(١+ر)^{ك}-١\right]}{(١+ر)-١} \right\}$$

$$= د \left[\frac{(١+ر)^{ك}-١}{ر} \right] \qquad (٦-٢)$$

حيث أن المقدار {١+(١+ر)+(١+ر)^{٢} + ... + (١+ر)$^{ك-١}$} يمثل مجموع متوالية هندسيه (أنظر ملحق رقم ٢) حدها الأول يساوى واحد وعدد حدودها يساوى ك وأساسها يساوى (١+ ر). هذا بالإضافة أن المقدار $[١+(١+ر)+(١+ر)^{٢}+...+(١+ر)^{ك-١}] = \left[\frac{(١+ر)^{ك}-١}{ر}\right]$ يمثل جملة دفعات عادية عددها ن ومبلغها كل منها وحدة النقود واحدة أى أن (د)=١ بمعدل فائدة مركبة ر عن الوحدة الزمنية. وسوف نشير الى هذا المقدار بالرمز $حـ_{\overline{ك}|ر}$، ومن ثم فإن:

حيث :

$$\text{ح}_{\overline{\text{ك}}|\text{ر}} = \left[\frac{(\text{١}+\text{ر})^{\text{ك}}-\text{١}}{\text{ر}}\right] \qquad (\text{٦-٣})$$

ومن ثم تصبح

جملة الدفعات العادية = مبلغ الدفعة × جملة وحدة النقود

$$= \text{د}\ \text{ح}_{\overline{\text{ك}}|\text{ر}} \qquad (\text{٦-٤})$$

ويمكن حساب قيمة $\text{ح}_{\overline{\text{ك}}|\text{ر}}$ عند أى قيمة لكل من ك ، ر بأستخدام الآلة الحاسبة ، كذلك يوجد بملحق رقم (٧) جداول تعطى قيم $\text{ح}_{\overline{\text{ك}}|\text{ر}}$ عند القيم المختلفة لكل من ك ، ر.

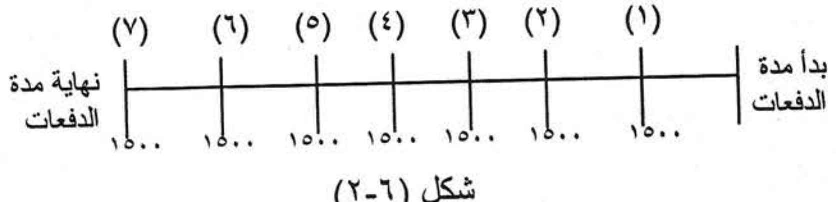
مثال (٦-١):

يدخر شخص مبلغ ١٥٠٠ جنيه فى نهاية كل عام لمدة ٧ سنوات بمعدل فائدة مركبة ١٠% سنويا. أوجد جملة الدفعات المستحقه له بعد أيداعه المبلغ الأخير مباشرة.

الحـــل :

الشكل التالى يوضح الدفعات

من بيانات المثال نجد أن:



شكل (٦-٢)

د = ١٥٠٠ جنيه ، ر = ٠,١٠ ، ك = ٧

وبالتالى يصبح:

جملة الدفعات = د $\left[\frac{(١+ر)^{ك}-١}{ر}\right]$ = د حـ ك┐ ر

$= ١٥٠٠ \left[\frac{(١+٠,١٠)^{٧}-١}{٠,١٠}\right] = ١٥٠٠ \times ٩,٤٨٧١٧١$

= ١٤٢٣٠,٧٦

ويمكن الحصول على نفس القيمة باستخدام ملحق (٧) حيث :

جملة الدفعات = د حـ ٧┐ ٠,١٠ = ١٥٠٠ × ٩,٤٨٧١٧١

= ١٤٢٣٠,٧٦ جنيه

مثال (٦-٢):

أودع شخص مبلغ ٥٠٠ جنيه آخر كل ربع سنه لمدة ٣ سنوات ونصف بمعدل فائدة أسمى ١٦% سنويا. أوجد جملة الدفعات فى نهاية المدة.

الحـــل :

د = ٥٠٠ ، ك = ٤ × ٣,٥ = ١٤,٠ ، ر = $\frac{٠,١٦}{٤}$ = ٠,٠٤

من الجدول بملحق رقم (٧) نجد أن:

حـ ك┐ ٠,٠٤ = ١٨,٢٩١٩١١١٩

وبالتالى فأن:

جملة الدفعات = د $\left[\frac{(١+٠,٠٤)^{١٤}-١}{٠,٠٤}\right]$ = د حـ ١٤┐ ٠,٠٤

= ٥٠٠ (١٨,٢٩١٩١١١٩) = ٩١٤٥,٩٦ جنية

مثال (٦-٣):

أودع شخص مبلغ ٣٥ جنيــه آخر كل شــهر لمـدة عـامين بمعـدل فـائدة مركبة أسميه ٢٤% سنويا. أوجد جملة الدفعات فى نهاية المدة.

الحــــل :

من بيانات المثال نجد أن:

$$\text{د} = ٣٥ \ ، \ \text{ر} = \frac{٠,٢٤}{١٢} = ٠,٠٢ \ ، \ \text{ك} = ١٢ \times ٢ = ٢٤$$

وبالتالى فأن :

$$\text{جملة الدفعات فى نهاية المدة} = \text{د} \left[\frac{(١+\text{ر})^{\text{ك}} - ١}{\text{ر}} \right] = \text{د} \ \text{ح}_{\overline{٢٤}|٠,٠٢}$$

$$= ٣٥ \left[\frac{(١+٠,٠٢)^{٢٤} - ١}{٠,٠٢} \right]$$

$$= ٣٥ \ (٣٠,٤٢١٨٦٢٤٧) = ١٠٦٤٧,٧٧ \ \text{جنيه}$$

إيجاد مبلغ الدفعة أو معدل الفائدة المركبة أو عدد الدفعات العادية باستخدام قانون جملة الدفعات العادية:

بما أن جملة الدفعات العادية = مبلغ الدفعة × جملة وحدة النقود

$$= \text{د} \left[\frac{(١+\text{ر})^{\text{ك}} - ١}{\text{ر}} \right] = \text{د} \ \text{ح}_{\overline{\text{ك}}|\text{ر}} \qquad (٦-٥)$$

من المعادلة (٦-٥) نجد أنه أمكن الحصول على جملــة الدفعـات العاديــة بمعلومية مبلغ الدفعة (د) ، ومعدل الفـائدة الأسـمى المركـب عـن فـترة الدفعـة

الواحدة. وبالتالى فأنه يمكن بمعلومية جملة الدفعات ومعدل الفائدة وعدد الدفعات يمكن أيجاد مبلغ الدفعة (د) كذلك بمعلومية جملة الدفعات الفائدة (ر) وعدد الدفعات يمكن الحصول على معدل الفائدة (ر). بالمثل يمكن بمعلومية جملة الدفعات ومبلغ الدفعة ومعدل الفائدة تحديد عدد الدفعات (ك).

وسوف نوضح ذلك من خلال الأمثلة التالية .

مثال (٦-٤):

إذا كانت جملة دفعات عادية عددها ١٠ دفعات تدفع آخر كل نصف سنة بمعدل فائدة سنوية ١٥% تساوى ٤٠٦٠,٠٧٤ جنيه ، أوجد مبلغ الدفعة.

الحــل :

بما أن جملة الدفعات = ٤٠٦٠,٧٤ جنيه ،

عدد الدفعات = ك = ١٠ ،

$$\text{معدل الفائدة} = \text{ر} = \frac{٠,١٥}{٢} = ٠,٠٧٥$$

حيث :

$$\text{جملة الدفعات} = \text{د} \left[\frac{(١+\text{ر})^{\text{ك}}-١}{\text{ر}} \right] = \text{د حـ}_{\overline{١٠}|\,٠,١٥}$$

$\leftarrow$

$$٤٠٦٠,٧٤ = \text{د} \left[\frac{(١+٠,٠٧٥)^{١٠}-١}{٠,٠٧٥} \right]$$

$$= \text{د} \; (١٤,١٤٧٠٨٧٥) \leftarrow$$

$$د = \frac{٤٠٦٠,٧٤}{١٤,١٤٧٠٨٧٥} = ٢٨٧,٠٤ \text{ جنيه}$$

مثال (٦-٥):

اذا كانت جملة دفعات عادية ربع سنوية تساوى ٣٢٢٤,٤٥ جنيه بمعدل فائدة ١٢% سنويا حيث أن مبلغ الدفعة يساوى ١٢٠ جنيه ، أوجد عدد الدفعات ثم أوجد مدة الدفعات.

الحــل :

من المثال نجد أن:

جملة الدفعات = ٣٢٢٤,٤٥ ،

$$ر = \frac{,١٢}{٤} = ٠,٠٣ \text{ ، } د = ١٢٠ \text{ جنيه}$$

وبما أن:

$$\text{جملة الدفعات} = د \left[\frac{(١+ر)^{ك}-١}{ر}\right] \leftarrow$$

$$٣٢٢٤,٤٥ = ١٢٠ \left[\frac{(١+,٠٣)^{ك}-١}{,٠٣}\right] \leftarrow$$

$$(١+٠,٠٣)^{ك} - ١ = \frac{٣٢٢٤,٤٥ \times ,٠٣}{١٢٠} = ٠,٨٠٦١١٢٥ \leftarrow$$

$$ك \text{ لو } (١ + ٠,٠٣) = \text{لو } (١,٨٠٦١١٢٥) \leftarrow$$

$$ك = \frac{لو\ (١,٨٠٦١١٥)}{لو\ (١ + ,٠٣)} = \frac{,٢٥٦٧٤٤٩٨}{,٠١٢٨٣٧٢٢٤}$$

$$= ١٩,٩٤٥٦١٩٢٦ \simeq ٢٠ \text{ دفعة}$$

وبما أن الدفعات ربع سنويه بالتالى فان :

$$\text{مدة الدفعات} = \frac{ك}{٤} = \frac{٢٠}{٤} = ٥ \text{ سنوات}$$

مثال (٦-٦):

اذا كانت جملة دفعات عادية سنوية تساوى ٧٩٦٨,٩٧٣٥ جنيه حيث أن مبلغ الدفعة يساوى ٥٠٠ جنيه وعدد الدفعات يساوى ١٠ دفعات، أوجد المعدل الأسمى للفائدة.

الحـــل:

د = ٥٠٠ ، ك = ١٠ ، ر = ؟

بما أن:

$$\text{جملة الدفعات} = د \left[\frac{(١+ر)^{ك} - ١}{ر}\right]$$

$$٧٩٦٨,٩٧٣ = ٥٠٠ \left[\frac{(١+ر)^{١٠} - ١}{ر}\right] \leftarrow$$

$$\left[\frac{(١+ر)^{١٠} - ١}{ر}\right] = \frac{٩٢٠٩,\ ٨٨}{٥٠٠} = ١٥,٩٣٧٩٤٧$$

أى أن $حـ_{\overline{١٠}|ر} = ١٥,٩٣٧٩٤٧$

من ملحق رقم (٧) نجد أنه عند $حـ_{\overline{١٠}|ر}$ =١٥,٩٣٧٩٤٧، ك = ١٠ يكون معدل الفائدة ر = ٠,١٠ = ١٠%

مثال (٦-٧):

إذا كانت جملة دفعات عادية نصف سنوية تساوى ١٤٠٩,٢ جنيه حيث أن مبلغ الدفعة يساوى ١٩٧ جنيه ومدة الدفعات تساوى ثلاثة سنوات.

١- أوجد عدد الدفعات.

٢- أوجد المعدل السنوى الأسمى للدفعات.

الحـل :

١- بما أن مدة الدفعات = ٣ سنوات ،

وبالتالى فأن عدد الدفعات = ٢ × ٣ = ٦ دفعات

٢- د = ١٩٧ ، ك = ٦ ، ر = ؟

$$\text{جملة الدفعات} = د \left[\frac{(١+ر)^{ك}-١}{ر}\right]$$

$$١٤٠٩,٢ = ١٩٧ \left[\frac{(١+ر)^{٦}-١}{ر}\right] \leftarrow$$

$$\left[\frac{(١+ر)^{٦}-١}{ر}\right] = حـ_{\overline{٦}|ر} = \frac{١٤٠٩,٢}{١٩٧} = ٧,١٥٣٣$$

من ملحق رقم (٧) نجد أنه عند القيمة $حـ_{\overline{٦}|ر}$ = ٧,١٥٣٣

عند ك = ٦ قيمة ر = ٠,٠٧

وبما أن وحدة الزمن نصف سنه بالتالى فأن:

المعدل الأسمى السنوى = ٢ × ر = ٢ × ٠,٠٧ = ١٤% سنويا.

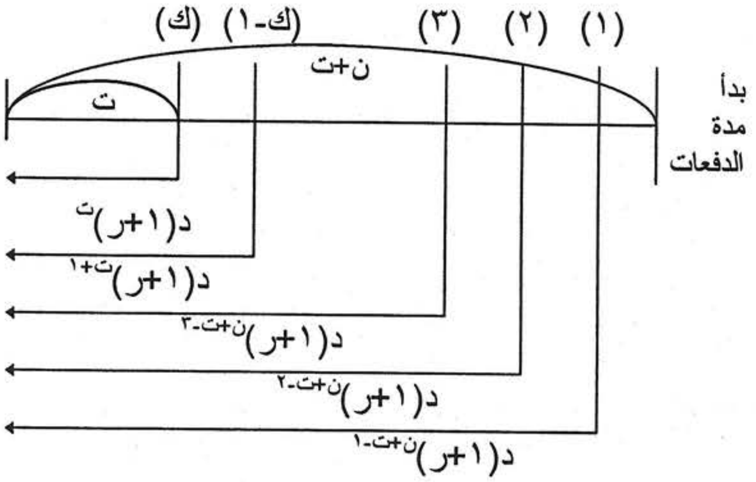
المعدل الفعلى= $(١+٠,٠٧)^{٢}$- = ٠,١٤٤٩ = ١٤,٥%

جملة الدفعات العادية المتوقعة بفائدة مركبة:

وكما فى حالة أيجاد جملة الدفعات العادية المتوقفة بفائدة بسيطة التى تم تناولها فى الباب الثالث (٣-٢) سوف نقوم بحساب جملة الدفعات العادية المتوقفة بفائدة مركبة فى هذا الفصل على النحو التالى.

إذا فرضنا أنه مطلوب أيجاد جملة دفعات عاديه فى تاريخ لاحق لتاريخ أنتهاء مدة الدفعات حيث أن مبلغ الدفعة يساوى د وعدد الدفعات يساوى ك وفترة الدفعة ل ومدة الدفعات ن بمعدل فائدة ر فى وحدة الزمن والمطلوب جملة الدفعات بعد ت من الوحدات الزمنية.

كما هو موضح بالشكل التالى:



شكل (٦-٣)

ومن الشكل نجد أن:

$$\text{جملة الدفعات المتوقفة} = \text{د}\,(١ + \text{ر})^{\text{ت}} + \text{د}\,(١+\text{ر})^{\text{ت}+١} + (١+\text{ر})^{\text{ت}+٢} + \dots$$

$$\dots + \text{د}\,(١+\text{ر})^{\text{ن}+\text{ت}-٢} + \text{د}(١+\text{ر})^{\text{ن}+\text{ت}-١} \qquad (٦\text{-}٦)$$

وبأضافة وطرح جملة دفعات عادية عددها ت ومبلغها د وبنفس معدل الفائدة المركبة (ر) نجد أن:

$$\text{جملة الدفعات المتوقفة} = [\text{د}(١+\text{ر}) + \text{د}(١+\text{ر})^{٢} + \dots + \text{د}\,(١+\text{ر})^{\text{ت}-١}]$$

$$- [\text{د}\,(١+\text{ر}) + \text{د}\,(١+\text{ر})^{٢} + \dots + \text{د}\,(١+\text{ر})^{\text{ت}-١}] +$$

$$\{\text{د}\,(١+\text{ر})^{\text{ت}} + \text{د}\,(١+\text{ر})^{\text{ت}+١} + \dots + \text{د}\,(١+\text{ر})^{\text{ن}+\text{ت}-١}$$

$$= \{\text{د}\,(١+\text{ر}) + \text{د}\,(١+\text{ر})^{٢} + \dots + \text{د}\,(١+\text{ر})^{\text{ت}-١}$$

$$+ \text{د}\,(١+\text{ر})^{\text{ت}} + (١+\text{ر})^{\text{ت}+١} + \dots + \text{د}(١+\text{ر})^{\text{ن}+\text{ت}-١}\}$$

$$- \{\text{د}\,(١+\text{ر}) + \text{د}\,(١+\text{ر})^{٢} + \dots + \text{د}\,(١+\text{ر})^{\text{ت}-١}\}$$

$$= \text{د}\,[\text{حـ}_{\overline{\text{ن}+\text{ت}}|\text{ر}} - \text{حـ}_{\overline{\text{ت}}|\text{ر}}] \qquad (٦\text{-}٧)$$

طريقة أخرى لإيجاد جملة الدفعات المتوقفة :

يمكن أيجاد جملة الدفعات بعد أنتهاء مدتها بمدة تساوى ت من الوحدات الزمنية على النحو التالى:-

بما أن :

$$\text{جملة الدفعات فى نهاية المدة ن} = \text{د}\ \text{حـ}_{\overline{\text{ن}}|\text{ر}} \qquad (٦\text{-}٨)$$

فأن هذا المبلغ (د حـ$_{\overline{\text{ن}}|\text{ر}}$) يحصل على فائدة مركبة بمعدل ر عن فترة الدفعة - ومن ثم تصبح جملته تساوى

$$د \ حـ_{ن⌉ر} \ (١ + ر)^{ت} \qquad (٦-٩)$$

وبالتالى فأن:

$$جملة\ الدفعات\ المتوقفة = د \ (حـ_{ن+ت⌉ر} - حـ_{ت⌉ر}]$$

$$= د \ حـ_{ن⌉ر} \ (١+ر)^{ت} \qquad (٦-١٠)$$

مثال (٦-٨):

أودع شخص مبلغ ٤٥ جنيه فى آخر كل شهر لمدة عامين بمعدل فائدة مركبة ١٢% سنويا ، المطلوب :

١- أوجد جملة الدفعات فى نهاية المدة.

٢- أوجد جملة الدفعات بعد أنتهاء المدة بسنتين.

الحــل :

د = ٤٥ ، ك = ٢٤ ، ن = ٢٤× ١ = ٢٤ شهرا ، ت = ٢٤ شهر

$$ر = \frac{١٢,}{١٢} = ٠,٠١$$

$$جملة\ الدفعات\ بعد\ عامين = د \left[\frac{(١+ر)^{ك}-١}{ر}\right] = د \ حـ_{ك⌉ر}$$

$$= ٤٥ \left[\frac{(١+ر)^{٢٤}-١}{٠١,}\right] = ٤٥ \ حـ_{٢٤⌉٠,٠١}$$

$$= ٤٥ \ (٢٦,٩٧٣٤٦٤٨٥)$$

$$= ١٢١٣,٨١ \ جنيه \qquad (١)$$

٢- بعد سنتين من أنتهاء مدة الدفعات نجد أن:

ت = ٢ × ١٢ = ٢٤ شهر ←

ن + ت = ٢٤ + ٢٤ = ٤٨ شهر

وبالتالى فأن:

$$ح_{\overline{ن+ت}|ر} = \left[\frac{(١+ر)^{ن+ت}-١}{ر}\right] = \left[\frac{(١+,٠١)^{٤٨}-١}{,٠١}\right]$$

= (١٦,٢٢٢٦٠٧٧٦) (٢)

من (١) ، (٢) نجد أن:

جملة الدفعات بعد أنتهاء المدة بعامين = د [$ح_{\overline{ن+ت}|ر}$ - $ح_{\overline{ن}|ر}$]

= ٤٥ [٦١,٢٢٢٦٠٧٧٦ - ٢٦,٩٧٣٤٦٤٨٥]

= ٤٥ (٤٣,٢٤٩١٤٢٩١) = ١٥٤١,٢١ جنيه (٣)

حل آخـر :

من (١) نجد أن:

جملة الدفعات فى نهاية المدة تساوى ١٢١٣,٨١ جنيه وبأستخدام المعادلة (٦-١٠) نجد أن:

جملة الدفعات المتوقفة = د $ح_{\overline{ن}|ر}$ $(١+ر)^{ت}$

= ١٢١٣,٨١ $(١ + ٠,٠١)^{٢٤}$

= ١٥٤١,٢١ جنيه (٤)

ويلاحظ أن النتيجة التى حصلنا عليها فى (٤) هى نفس النتيجة التـى حصلنـا عليها فى (٣).

مثال (٦-٩):

أودع شخص ٣٠٠ جنيه فى آخر كل ربع سنه بمعدل فائدة مركبة ١٥% سنويا لمدة ثلاثة أعوام.

١- أوجد جملة الدفعات فى نهاية المدة ثلاثة سنوات.

٢- أوجد المستحق للشخص بعد سنتين من أنتهاء مدة الدفعات.

الحـــل :

١- د = ٣٠٠ ، ر = $\frac{١٥,}{٤}$ = ٠,٠٣٧٥ ، ن = ٣ × ٤ = ١٢

جملة الدفعات = د $\left[\frac{(١+ر)^{ن}-١}{ر}\right]$ = د $حـ_{\overline{ن|}ر}$

$$= ٣٠٠ \left[\frac{(١+,٠٣٧٥)^{١٢}-١}{,٠٣٧٥}\right]$$

= ٤٤٤٣,٦٤ جنيه (١)

٢- ت = ٣ × ٤ = ١٢ ← ن + ت = ١٢ + ١٢ = ٢٤

المستحق للشخص بعد ثلاثة سنوات من أنتهاء مدة الدفعات

= د [$حـ_{\overline{٢٤|}٠,٠٣٧٥}$ - $حـ_{\overline{١٢|}٠,٠٣٧٥}$]

= ٣٠٠ [٣٧,٨٥١٦٨٤٧٢ - ١٤,٨١٢١١٥٥]

= ٦٩١١,٨٧ جنيه (٢)

حل أخـر :

المستحق للشخص بعد ثلاثة سنوات من أنتهاء مدة الدفعات = د $حـ_{\overline{ن|}ر}$ $(١+ر)^{ت}$

$$= ٣٠٠ \; (\text{حـ}_{\overline{١٢}|٠,٠٣٧٥}) \; (١+\text{ر})^{١٢}$$

$$= ٤٤٤٣,٦٤ \; (١,٠٣٧٥)^{١٢} = ٦٩١١,٨٧ \text{ جنيه}$$

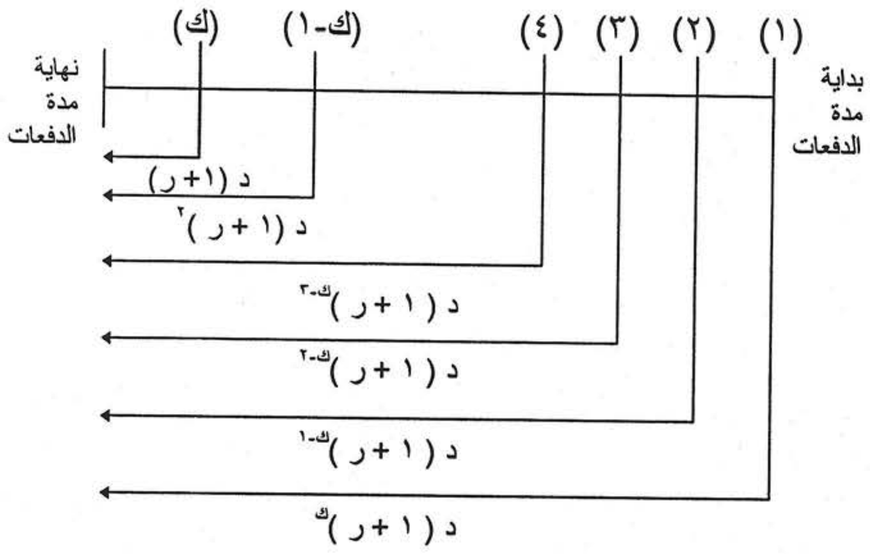
وهى نفس النتيجة التى توصلنا اليها فى (٢).

(٦-٢) الدفعات الفورية بفائدة مركبة :

Annuity Due at Compound Interest

فى الفصل السـابق تناولنـا الدفعـات الفوريـة بفـائدة بسـيطة ، أمـا اذا كانت الفائدة فائدة مركبة بمعدل فائدة يساوى ر عن فترة الدفعة ر. ففى هذه الحالة اذا اعتبرنا أن مدة الدفعات ن وحدة زمنية ، ومبلغ الدفعة يساوى د، وطول الفترة يساوى ل ، وعدد الدفعات يساوى ك.

والشكل التالى يوضح جملة كل دفعة من هذه الدفعات.



شكل (٦-٤)

ومن الشكل يتضح أن:

جملة الدفعة الأولى = د (١ + ر)^{ك}

جملة الدفعة الثانية = د (١ + ر)$^{ك-١}$

مثال (٦-١٠):

يدخر شخص مبلغ ٢٥٠ جنيه شهريا لمدة عامين بمعدل فائدة مركبة ١٤% شهريا. المطلوب:

١- أوجد جملة الدفعات العادية.

٢- أوجد جملة الدفعات الفورية.

٣- قارن بين جملة الدفعات العادية وجملة الدفعات الفورية.

الحـــل :

١- $\text{د} = ٢٥٠$ ، $\text{ك} = ٢ \times ١٢ = ٢٤$ ، $\text{ر} = ٠,١٤$

$$\text{ل} = \frac{١}{١٢} \text{ ، } \text{ن} = \text{ل} \times \text{ك} = \frac{١}{١٢} \times ٢٤ = ٢$$

مجموع الدفعات العادية $= \text{د}\left[\frac{(١+\text{ر})^{\text{ك}}-١}{\text{ر}}\right] = \text{د}\ \text{حـ}_{\overline{\text{ك}}|\text{ر}}$

$$= ٢٥٠\left[\frac{(١+,١٤)^{٢٤}-١}{,١٤}\right]$$

$= ٣٩٦٦٤,٦٦$ جنيه (١)

٢- جملة الدفعات الفورية $= \text{د}\ (١+\text{ر})\left[\frac{(١+\text{ر})^{\text{ك}}-١}{\text{ر}}\right]$

$$= \text{د}\ (١+\text{ر})\ \text{حـ}_{\overline{\text{ك}}|\text{ر}}$$

$$= ٢٥٠\ (١+٠,١٤)\left[\frac{(١+,١٤)^{٢٤}-١}{,١٤}\right]$$

$= ٤٥٢١٧,٧١$ جنيه (٢)

بالمثل :

جملة الدفعة الثالثة = د (١ + ر)$^{ك-٢}$

⋮

جملة الدفعة الأخيرة (ك) = د (١ + ر)

ومن أعلى نجد أن:

جملة الدفعات الفورية = د (١+ ر) + د (١+ ر)^{٢} + ...+ د (١+ ر)^{ك}

= د (١+ ر) [١ + (١+ ر) + (١+ ر)^{٢} +...+ (١+ ر)$^{ك-١}$]

(٦-١١)

= د (١ + ر) $\left[\frac{(١+ر)^{ك} - ١}{ر} \right]$

= د (١ + ر) حـ ك⌉ ر (٦-١٢)

حيث أن المقدار [١ + (١+ ر) + (١+ ر)^{٢} + ... + (١+ ر)$^{ك-١}$] في (٦-١١) يمثل مجموع متواليه هندسيه حدها الأول يساوى واحد وعدد حدودها يساوى (ك) وأساسها يساوى (١ + ر) - أنظر ملحق (٢).

ملحوظة: وبمقارنة جملة الدفعات العادية بفائدة مركبه فى المعادلة (٦-٤) بجملة الدفعات الفورية لنفس المبالغ والفترة والمدة ومعدل الفائدة المركبة فى المعادلة (٦-١٢) نجد أن:

جملة الدفعات الفورية = د (١ + ر) حـ ك⌉ ر

= د حـ ك⌉ ر (١ + ر)

= (١ + ر) × جملة الدفعات العادية (٦-١٣)

٣- وبمقارنة (١) بـ (٢) نجد أن:

جملة الدفعات الفورية = ٣٩٦٦٤,٦٦ × (١ + ٠,١٤)

= ٤٥٢١٧,٧١

أى تساوى جملة الدفعات العادية مضروبه فى المقدار (١ + ر).

مثال (٦-١١):

أودع شخص مبلغ ٥٧٠ جنيه كل ربع سنه لمدة ٤ سنوات بمعدل فائدة أسمى ١٣% سنويا.

١- أوجد جملة الدفعات الفورية ثم أحسب منها جملة الدفعات العادية.

الحـل :

د = ٥٧٠ ، ك = ١٦ ،

$$ل = \frac{١}{٤} \text{ سنه ، } ر = ل = \frac{٠,١٣}{٤} = ٠,٠٣٢٥$$

$$\text{جملة الدفعات الفورية} = د\,(١ + ر) \left[\frac{(١+ر)^{ك}-١}{ر}\right] = د(١+ر)\,\text{حـ}_{\overline{ك}|ر}$$

$$= ٥٧٠\,(١ + ٠,٠٣٢٥) \left[\frac{(١+ ٠,٠٣٢٥)^{١٦}-١}{٠,٠٣٢٥}\right]$$

$$= ٥٨٨,٥٢٥\,(٢٠,٥٥٩١٥٤٧٦)$$

= ١٢٠٩٩,٥٨ جنيه

$$\text{جملة الدفعات العادية} = \frac{\text{جملة الدفعات الفورية}}{(١ + ر)}$$

$$= \frac{١٢٠٩٩,٥٨}{(١ + ,٠٣٢٥)} = ١١٧١٨,٧٢ \text{ جنيه}$$

مثال (٦-١٢):

اذا كانت جملة دفعات فورية عددها ١٠ دفعات تدفع أول كل سنه بمعدل فائدة ١٢% تساوى ٩٨٢٧,٣٠ جنيه ، أوجد مبلغ الدفعه.

الحـــل :

ر = ٠,١٢ ، ك = ١٠

بما أن جملة الدفعات = د (١ + ر) $\left[\frac{(١+ر)^{ك}-١}{ر}\right]$

$$٩٨٢٧,٣٠ = د\ (١ + ٠,١٢) \left[\frac{(١+,١٢)^{١٠}-١}{,١٢}\right]$$

$\leftarrow$

$$د = \frac{٩٨٢٧,٣٠}{١٩,٦٥٤٨} = ٥٠٠ \text{ جنيه}$$

الدفعات الفورية المتوقفة :

وبنفس الأسلوب المتبع فى حساب جملة الدفعات العادية المتوقفة فإنه يمكن حساب جملة الدفعات الفورية المتوقفة. فاذا فرضنا أن مدة الدفعات تساوى ن ، فنجد أن جملة الدفعات بعد ت وحدة زمنية من أنتهاء مدة الدفعات يسمى بجملة الدفعات الفورية المتوقفة حيث :

جملة الدفعات الفورية المتوقفة = د [حـ $_{\overline{ك+ت+١}|ر}$ - حـ $_{\overline{ت+١}|ر}$]

(٦-١٤)

أو

جملة الدفعات الفورية المتوقفة = د × (حـ $_{\overline{ك+١}|ر}$ -١) (١ + ر)^{ت}

(٦-١٥)

مثال (٦-١٣):

أودع شخص مبلغ ٢٥٠ جنيه فى أحد البنوك فـى بدايـة كـل شـهر لمـدة عامين بمعدل فائدة مركبة ١٤,٤% سنويا. أوجد جملة هذه الدفعات فـى نهايـة السنه الثالثة من تاريخ ايداع أول دفعة.

الحــل :

د = ٢٥٠ ، ك = ٢ × ١٢ = ٢٤ دفعة

ر = $\frac{٠,١٤٤}{١٢}$ = ٠,٠١٢

وبما أن الدفعات تودع فى بدايـة كـل شـهر ، اذن تعتـبر هـذه الدفعـات دفعـات فورية، وبـالتالى فان الفترة بين أنتهاء مدة الدفعات وحساب الجملة تساوى عام أى تساوى ١٢ شهرا - أى : ت = ١٢ شهر

وبما أن :

جملة الدفعات الفورية المتوقعة = د [حـ $_{\overline{ك+ت+١}|ر}$ - حـ $_{\overline{ت+١}|ر}$]

= ٢٥٠ [حـ $_{\overline{٣٧}|٠,٠١٢}$ - حـ $_{\overline{١٣}|٠,٠١٢}$]

= ٢٥٠ [٤٦,٢٣٤٦٥٥ - ١٣,٩٧٨٤٤٦٦٣]

= ٨٠٦٤,٠٥٢ جنيه

$$= ١٧٠ \left\{\left[\frac{١-(١+٠,٠٤)^{-٢٨}}{٠,٠٤}\right]-\left[\frac{١-(١+٠,٠٤)^{-١٢}}{٠,٠٤}\right]\right\}$$

= ١٧٠ { ١٦,٦٦٣٠٦٣٢٢ - ٩,٣٨٥٠٧٣٧٦}

= ١٧٠ (٧,٢٧٧٩٨٩٤٦) = ١٢٣٧,٢٦ جنيه.

حل اخر

بما أن:

جملة الدفعات الفورية المتوقفه = د ($ح_{\overline{ك+١}|ر}$ -١)(١+ ر)^{ت}

=٢٥٠[٢٨,٩٥٤٢٠٦٤٤-١)(١+٠,٠١٢)^{١٢}

=٢٥٠(٢٧,٩٥٤٢٠٦٤٤)(١,١٥٣٨٩٤٦٢٤)

= ٨٠٦٤,٠٥٢

وهى نفس النتيجة بطريقة الحل السابقة.

مثال (٦-١٤):

أودع شخص مبلغ س فى بداية كل نصف عام فـى أحد البنـوك لمـدة ٣ سنوات بمعدل فائدة مركبة ١٠% سنويا وفى نهاية العام الخامس من بداية دفع أول دفعة كان جملة ماله لدى البنك يساوى ٦٥١٠,٨٧ جنيه، أوجد قيمة س.

الحــل :

د = س ، ر = $\frac{٠,١٠}{٢}$ = ٠,٠ ، ك = ٢ × ٣ = ٦ دفعات

ت = ٢ × ٢ = ٤ وحدات زمنية ، ر = $\frac{٠,١٠}{٢}$ = ٠,٠٥

وبما أن الشخص يقوم فى بداية كل فترة يدفع س فنجد أن هذه الدفعات دفعـات فورية متوقفة لمدة عامين وبالتالى فإن:

جملة الدفعات الفورية المتوقفة = د [$ح_{\overline{ك+ت+١}|ر}$ - $ح_{\overline{ت+١}|ر}$]

٦٥١٠,٨٧ = س [$ح_{\overline{١١}|٠,٠٥}$ - $ح_{\overline{٥}|٠,٠٥}$]

= س [١٤,٢٠٦٧٨٧١٦ - ٥,٥٢٥٦٣١٢٤٨]

= (٨,٦٨١١٥٥٩١٢) س

←

س = $\frac{\text{٥٦١٠, ٨٧}}{\text{٨, ٦٨١١٥٥٩١٢}}$ = ٧٥٠ جنيه

حل آخـــر:

بما أن :

جملة الدفعات الفورية المتوقفة = د ($\text{حـ}_{\text{ك+١}\urcorner \text{ر}}$ -١)(١+ ر)$^{\text{ت}}$

٦٥١٠,٨٧ = س ($\text{حـ}_{\text{٧}\urcorner \text{٠,٠٥}}$ -١)(١+ ٠,٠٥)$^{\text{٤}}$

= س (٨,١٤٢٠٠٨٤٥٢-١)(١,٢١٥٥٠٦٢٥)

٦٥١٠,٨٧ = ٨,٦٨١١٥٥٩١ س

←

س = $\frac{\text{٥٦١٠, ٨٧}}{\text{٨, ٦٨١١٥٥٩١}}$ = ٧٥٠ جنيه

وهى نفس النتيجة بطريقة الحل السابقة.

مثال (٦-١٥):

فى المثال السابق أوجد قيمة س إذا كان الشخص يقوم بدفع الدفعات فـى نهاية كل فترة.

الحـــل :

فى هذه الحالة تكون الدفعات دفعات عادية متوقفة.

وبالتالى فإن:

جملة الدفعات العادية المتوقفة = د [$\text{ح}_{\overline{\text{ك+ت}}|\text{ر}}$ - $\text{ح}_{\overline{\text{ت}}|\text{ر}}$]

٦٥١٠,٨٧ = س [$\text{ح}_{\overline{١٠}|٠,٠٥}$ - $\text{ح}_{\overline{٤}|٠,٠٥}$]

= س [١٢,٥٧٧٨٩٢٥٣ - ٤,٣١٠١٢٤٩٩٨]

= ٨,٢٦٧٧٦٧٥٣٢ س

←

$$\text{س} = \frac{٥٦١٠,٨٧}{٨,٢٦٧٧٦٧٥٣٢} = ٧٨٧,٥٠ \text{ جنيه}$$

حل آخـــر :

بما أن :

جملة الدفعات العادية المتوقفة = د $\text{ح}_{\overline{\text{ك}}|\text{ر}}$ $(١+\text{ر})^{\text{ت}}$

٦٥١٠,٨٧ = س $\text{ح}_{\overline{٦}|٠,٠٥}$ $(١+٠,٠٥)^{٤}$

= (٦,٨٠١٩١٢٨١٢)(١,٢١٥٥٠٦٢٥) س

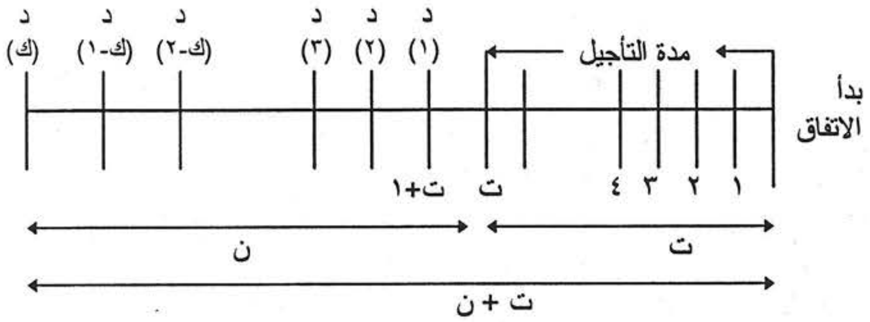
٦٥١٠,٨٧ = ٨,٢٦٧٧٦٧٥ س

←

$$\text{س} = \frac{٥٦١٠,٨٧}{٨,٢٦٧٧٦٧٥} = ٧٨٧,٥ \text{ جنيه}$$

(٦-٣) الدفعات المؤجلة Deferred Annuity

الدفعات المؤجلة هى دفعات عادية (أى تدفع مبلغ الدفعة فى نهاية الفترة) بحيث تبدأ مدة الدفعات بعد ت وحدة زمنية من بدأ الاتفاق فإذا أشرنا لعدد الدفعات العادية بالرمز ك بمعدل فائدة مركبة عن فترة الدفعة يساوى ر ، ومدة الدفعات تساوى ن على أن تبدأ مدة الدفعات بعد ت من الفترات الزمنية من بدأ الاتفاق كما هو موضح بالشكل التالى حيث مبلغ الدفعة يساوى د.



شكل (٦-٥)

وبالنسبة للدفعات المؤجلة التى سبق تعريفها أعلاه فإنه بإستخدام قوانين الدفعات العادية يمكن إيجاد جملة الدفعات أو مبلغ الدفعة. ولكن الأختلاف بين هذه الدفعات والدفعات العادية التى سبق تناولها فى الفصل (٦-١) يكون فى إيجاد القيمة الحالية (أنظر الباب الخامس) لجملة الدفعات.

لذا سوف نتناول فيما يلى إيجاد القيمة الحالية للدفعات العادية والدفعات الفورية والدفعات المؤجلة على النحو التالى:

أولا: القيمة الحالية للدفعات العادية

Present Value of Ordinary Annuity

سبق أن ذكرنا أن جملة الدفعات العادية بفائدة مركبة هى مجموع الدفعات فى نهاية المدة. وبالعكس من ذلك فإن القيمة الحالية للدفعات هو حساب مجموع القيم الحالية للدفعات فى بداية المدة.

والشكل التالى يوضح القيم الحالية للدفعات العادية حيث :

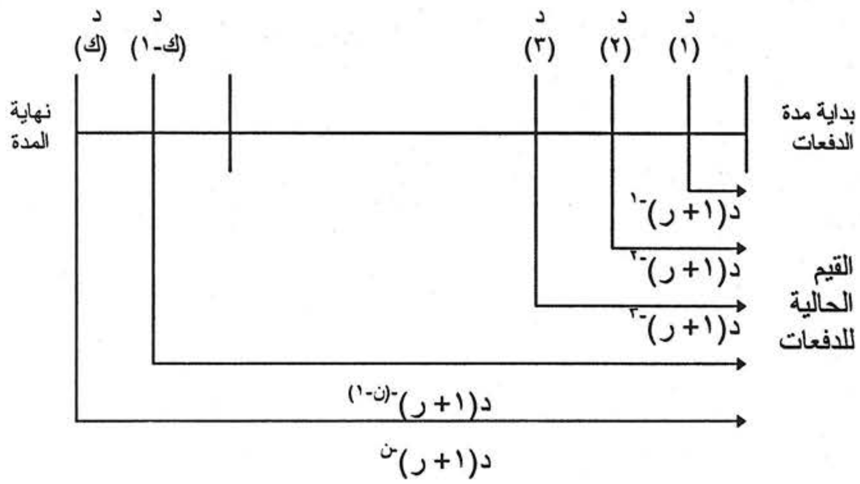
د : مبلغ الدفعة

ر : معدل الفائدة المركبة لفترة الدفعة

ك : عدد الدفعات

ل : فترة الدفعة.

ن : مدة الدفعات



شكل (٦-٦)

ومن الشكل يتضح أن:

جملة الدفعة الأولى = د

وبالتالى فإن القيمة الحالية للدفعة الأولى = د $(١+ ر)^{-١}$

القيمة الحالية للدفعة الثانية = د $(١+ ر)^{-٢}$

القيمة الحالية للدفعة الثالثة = د $(١+ ر)^{-٣}$

⋮

وبالتالى فإن القية الحالية للدفعة الأخيرة = د $(١+ ر)^{-ك}$

وبالتالى فإن :

مجموع القيم الحالية للدفعات المتساوية = { د $(١+ ر)^{-١}$+ د $(١+ ر)^{-٢}$+...

+ ... + د $(١+ ر)^{-(ن+١)}$+د $(١+ ر)^{-ك}$ }

وبما أن المقدار { د $(١+ ر)^{-١}$+ د $(١+ ر)^{-٢}$+ ...} يمثل مجموع متواليه هندسية (أنظر ملحق ٢) عددها الأول د$(١+ ر)^{-١}$، وأساسها يساوى $(١+ ر)^{-١}$ وعدد حدودها يساوى ك.

وبالتالى فإن:

$$\text{مجموع القيم الحالية للدفعات المتساوية} = د \left[\frac{١-(١+ر)^{-ك}}{ر}\right] \qquad (٦\text{-}١٦)$$

$$= د\ هـ_{\overline{ك}|ر} \qquad (٦\text{-}١٧)$$

$$\text{حيث} \quad هـ_{\overline{ك}|ر} = \left[\frac{١-(١+ر)^{-ك}}{ر}\right] \qquad (٦\text{-}١٨)$$

وملحق رقم (٨) يعطى القيم المختلفة للمقدار $هـ_{\overline{ك}|ر}$ عند القيم المختلفة لكل من ك، ر.

مثال (٦-١٦):

أوجد القيمة الحالية لـ ٩ دفعات عادية سنويه ، مبلغ الدفعة يساوى ١٥٠ جنيه بمعدل فائدة مركبة ٦% سنويا.

الحـــل :

ر = ٠,١٦ ، ك = ٩ ، د = ١٥٠ جنيه

$$\text{القيمة الحالية للدفعات} = \text{د} \left[\frac{1-(1+\text{ر})^{-\text{ك}}}{\text{ر}} \right] = \text{د هـ}_{\overline{9|}}\ 0.06$$

$$= 150 \left[\frac{1-(1+0.06)^{-9}}{0.06} \right]$$

$$= 150\ [6.801692274]$$

$$= 1020.25$$

مثال (٦-١٧):

أوجد القيمة الحالية لدفعات متساوية مبلغ الدفعة يساوى ٥٧٠ جنيه تدفع فى نهاية كل ربع سنه لمدة ٣ سنوات بمعدل فائدة مركبة ١٢% سنويا، أوجد القيمة الحالية للدفعات.

الحـــل :

د = ٥٧٠ ، ك = ٣ × ٤ = ١٢ دفعة

$$\text{ر} = \frac{0.12}{4} = 0.03$$

$$\text{القيمة الحالية} = د \left[\frac{١-(١+ر)^{-ك}}{ر}\right]$$

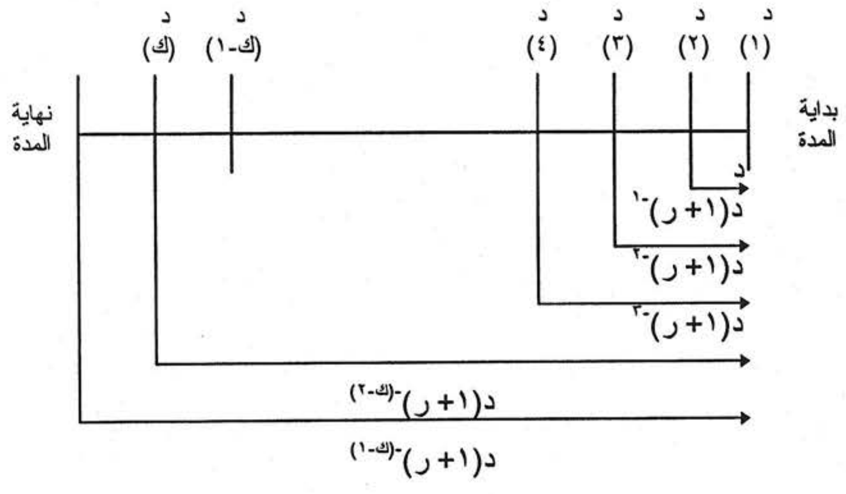
$$= ٥٧٠ \left[\frac{١-(١+٠,٠٣)^{-١٢}}{٠,٠٣}\right]$$

$$= ٥٧٠\ (٩,٩٥٤٠٠٣٩٩٣) = ٥٦٧٣,٧٨ \text{ جنيه}$$

ثانيا: القيمة الحالية للدفعات الفورية

بنفس الأسلوب المتبع أعلاه بالنسبه لإيجاد القيمة الحالية للدفعات المتساوية العادية ، سوف نوجد القيمة الحالية للدفعات المتساوية الفورية.

والشكل التالى يوضح القيمة الحالية لكل دفعة من الدفعات الفورية.



شكل (٦-٧)

ومن الرسم يتضح أن:

القيمة الحالية للدفعة الأولى = د

القيمة الحالية للدفعة الثانية = د $(١ + ر)^{-١}$

القيمة الحالية للدفعة الثالثة = د $(١ + ر)^{-٢}$

بالمثل:

القيمة الحالية للدفعة الأخيرة= (ك) = د $(١ + ر)^{-ك}$

وبالتالى فإن:

مجموع القيمة الحالية للدفعات الفورية = د + د $(١ + ر)^{-١}$ +...

+ د $(١ + ر)^{-(ك-١)}$

= د [١ + $(١ + ر)^{-١}$ + $(١ + ر)^{-٢}$ +...+ $(١ + ر)^{-(ك-١)}$]

= د [$(١ + ر)^{-ك+١}$ + $(١ + ر)^{-ك}$ + $(١ + ر)^{-ك-١}$ +...+١]

ويمثل المقدار[$(١ + ر)^{-ك+١}$ + $(١ + ر)^{-ك-٢}$ +...+ ١] مجموع متوالية هندسية حدها الأول $(١ + ر)^{-ك+١}$ وأساسها $(١+ر)^{-١}$ وعدد حدودها يساوى ك، وبالتالى فإن:

مجموع القيمة الحالية للدفعات الفورية = د [$(١ + ر)^{-ك+١}$ $\left[\frac{(١+ر)^{ك}-١}{(١+ر)-١}\right]$

$$= د\ (١ + ر) \left[(١ + ر)^{-ك} \left(\frac{(١+ر)^{ك}-١}{(١+ر)-١} \right) \right]$$

$$= د\ (١ + ر) \left[\frac{١-(١+ر)^{-ك}}{ر} \right] \qquad (٦-١٩)$$

$$= د\ (١ + ر)\ هـ_{\overline{ك}|ر} \qquad (٦-٢٠)$$

ملحوظة : وبمقارنة القيمة الحالية للدفعات العادية فى (٦-١٦) ، (٦-١٧) بالقيمة الحالية للدفعات الفورية فى (٦-١٩) ، (٦-٢٠) فنجد أن:

القيمة الحالية للدفعات الفورية = (١+ ر) [د هـ $\overline{ك}|$ ر]

= (١+ ر) [القيمة الحالية للدفعات العادية] (٦-٢١)

مثال (٦-١٨):

فى المثال السابق (٦-١٧) إذا كانت الدفعات تدفع فى بداية كل ربع سنة، أوجد القيمة الحالية للدفعات.

الحـــل :

فى هذه الحالة تكون الدفعات دفعات فورية وبإستخدام المعادلة (٤-٢٩) نجد أن:

$$\text{القيمة الحالية للدفعات الفورية} = \text{د}\,(١+\text{ر})\left[\frac{١-(١+\text{ر})^{-\text{ك}}}{\text{ر}}\right]$$

$$= \text{د}\,(١+٠,٠٣)\left[\frac{١-(١+٠,٠٣)^{-١٢}}{٠,٠٣}\right]$$

$$= (١,٠٣)\,(٩,٩٥٤٠٠٣٩٩٣)$$

= ٥٨٤٤ جنيه

حل آخـــر :

بما أن

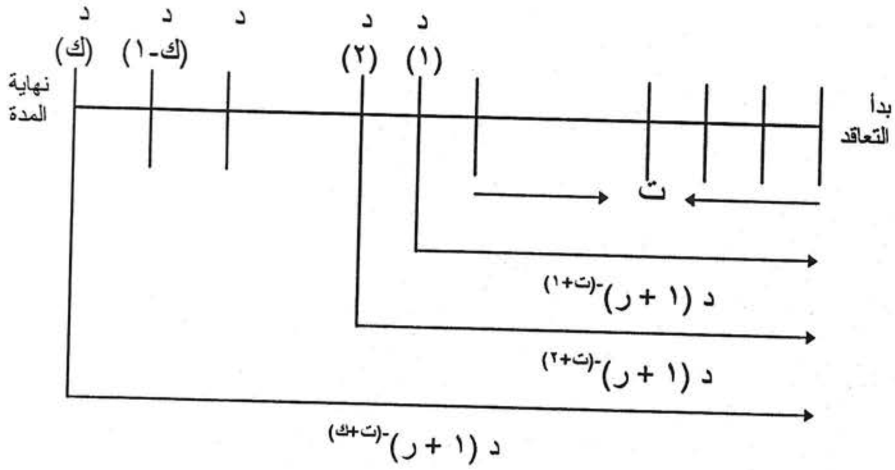
القيمة الحالية للدفعات الفورية = (١+ ر) × (القيمة الحالية للدفعات العادية)

= (١+٠,٠٣) (٥٦٧٣,٧٨)

= ٥٨٤٤ جنيه

ثالثا : القيمة الحالية للدفعات المؤجلة

من شكل (٦-٥) نكون الشكل التالى الذى يوضح القيم الحالية للدفعات المتساوية المؤجلة لـ ت من الوحدات الزمنية.



شكل (٦-٨)

القيمة الحالية للدفعة الأولى = د $(١+ ر)^{-(ت+١)}$

القيمة الحالية للدفعة الثانية = د $(١+ ر)^{-(ت+٢)}$

⋮

بالمثل :

القيمة الحالية للدفعة الأخيرة (ك)= د $(١+ ر)^{-(ت+ك)}$

وبالتالى فإن:

مجموع القيمة الحالية للدفعات المؤجلة $= \text{د}\,(١+\text{ر})^{-(\text{ت}+١)} + (١+\text{ر})^{-(\text{ت}+٢)} + \ldots + \text{د}(١+\text{ر})^{-(\text{ت}+\text{ك})}$

وبنفس الطريقة المتبعة فى الحالتين السابقتين نجد أن:

القيمة الحالية للدفعات المؤجلة

$$= \text{د} \left\{ \left[\frac{١-(١+\text{ر})^{-(\text{ك}+\text{ت})}}{\text{ر}} \right] - \left[\frac{١-(١+\text{ر})^{-\text{ت}}}{\text{ر}} \right] \right\} \qquad (٦\text{-}٢٢)$$

$$= \text{د}\,[\, \text{هـ}_{\overline{\text{ك}+\text{ت}}|\text{ر}} - \text{هـ}_{\overline{\text{ت}}|\text{ر}} \,] \qquad (٦\text{-}٢٣)$$

مثال (٦-١٩):

أوجد القيمة الحالية لدفعات متساوية مؤجلة مبلغ الدفعة الواحدة يساوى ١٧٠ جنيه لمدة ٤ سنوات تدفع كل ٣ شهور حيث أن فترة التأجيل تساوى ثلاثة سنوات بمعدل فائدة مركبة ١٦% سنويا.

الحـــل :

$$\text{ر} = \frac{٠,١٦}{٤} = ٠,٠٤ \text{ ، د} = ١٧٠ \text{ ، ك} = ٤ \times ٤ = ١٦$$

$$\text{ت} = ٤ \times ٣ = ١٢$$

القيمة الحالية للدفعات المؤجلة

$$= \text{د} \left\{ \left[\frac{١-(١+\text{ر})^{-(\text{ك}+\text{ت})}}{\text{ر}} \right] - \left[\frac{١-(١+\text{ر})^{-\text{ت}}}{\text{ر}} \right] \right\} \qquad (٦\text{-}٢٤)$$

$$\left\{\left[\frac{\text{١-(١+ ٠,٠٤)}^{\text{-٢٨}}}{\text{٠,٠٤}}\right]-\left[\frac{\text{١-(١+ ٠,٠٤)}^{\text{-١٢}}}{\text{٠,٠٤}}\right]\right\}\ \text{١٧٠} =$$

= ١٧٠ { ١٦,٦٦٣٠٦٣٢٢ - ٩,٣٨٥٠٧٣٧٦}

= ١٧٠ (٧,٢٧٧٩٨٩٤٦) = ١٢٣٧,٢٦ جنيه.

حل آخر :

جملة الدفعات المؤجلة = د [هـ ك+ن⌐ر - هـ ن⌐ر]

= د [هـ ٢٨⌐٤% - هـ ١٢⌐٤%]

من الجداول بملحق رقم (٨) نجد أن:

هـ ٢٨⌐٤%= ١٦,٦٦٣٠٦٣٢٢

هـ ١٢⌐٤%= ٩,٣٨٥٠٧٣٧٦

وبالتالى فإن:

جملة الدفعات المؤجلة = ١٧٠[١٦,٦٦٣٠٦٣٢٢ - ٩,٣٨٥٠٧٣٧٦]

= ١٧٠ (٧,٢٧٧٩٨٩٤٦) = ٢٣٧,٢٦ جنيه

(٦-٤) أمثلة تطبيقية Applied Examples

تطبيق (١):

فى تطبيق (١) بالفصل (٣-٤):

١- أوجد رصيد تلك المؤسسة فى ١٩٩٨/٢/١ اذا كانت الفائدة فائدة مركبة.

٢- أوجد المعدل الفعلى (الحقيقى) للايداعات.

٣- أوجد المعدل الفعلى (الحقيقى) لمسحوبات.

الحـــل:

١- اذا كانت الفائدة فائدة مركبة فنجد أن رصيد المؤسسة

= جملة الايداعات - جملة المسحوبات

حيث تمثل الايداعات دفعات عادية

أولا: جملة الايداعات = د $\left[\frac{(\text{١}+\text{ر})^{\text{ك}}-\text{١}}{\text{ر}}\right]$

أو

جملة الايداعات = د $\text{حـ}_{\overline{\text{ك}}|\text{ر}}$

$$= \text{٤٠٠٠٠٠} \left[\frac{(\text{١}+\text{,٠٣})^{\text{١٢}}-\text{١}}{\text{,٠٣}}\right] = \text{٥٦٧٦٨١١,٨٢٤}\ \text{جنيه} \qquad (\text{١})$$

ثانيا: المسحوبات تمثل دفعات عادية ايضا - حيث:

$$\text{جملة المسحوبات} = \text{١٠٠٠٠} \left[\frac{(\text{١}+\text{,٠١})^{\text{٣٦}}-\text{١}}{\text{,٠١}}\right] = \text{٤٣٠٧٦٨,٧٨٤}\ \text{جنيه}$$

(٢)

من (١)، (٢) نجد أن رصيد المؤسسة فى ١٩٩٨/٢/١

= ٥٦٧٦٨١١١,٨٢٤ - ٤٣٠٧٦٨,٧٨٤ = ٥٢٤٦٠٤٣,٠٤١ جنيه

(٣)

٢- المعدل الفعلى (الحقيقى) للايداعات = (١ + ع)^هـ - ١

$$= (١ + \frac{١٢,}{٤})^{٤} - ١ = (١,٠٣)^{٤} - ١$$

= ٠,١٢٥٥١ = ١٢,٥٥% سنويا.

٣- المعدل الفعلى (الحقيقى) للمسحوبات= $(١ + \frac{١٢,}{١٢})^{١٢}$ -١

= ١,١٢٦٨٣ - ١ = ٠,١٢٦٨ = ١٢,٦٨% سنويا.

تطبيق (٢):

فى تطبيق (٢) بالفصل (٣-٤).

١- أوجد جملة دفعات الفوائد اذا كانت الفائدة فائدة مركبة ومدة استثمار الفوائد مساوية لمدة القرض - ثم أوجد معدل الاستثمار فى هذه الحالة الذى حققته المؤسسة.

٢- أوجد جملة دفعات الفوائد اذا كانت الفائدة فائدة مركبة بحيث تنتهى مدة استثمار الفوائد بانتهاء مدة القرض - ثم احسب معدل الاستثمار للمؤسسة فى هذه الحالة.

الحــــل:

١- فى هذه الحالة الدفعات دفعات فورية - بالتالى:

جملة دفعات الفوائد = د(١+ ر) $\left[\frac{(١+ر)^{ك} - ١}{ر}\right]$

= ٣٢٠٠٠ (١+٠,٠٤) $\left[\frac{(١+ ,٠٤)^{٨} - ١}{,٠٤}\right]$

= ٣٣٢٨٠ (٩,٢١٤٢٢٦٢٥) = ٣٠٦٦٤٩,٤٥ جنيه

ويمكن الحصول على معدل الاستثمار على النحو التالى:

٣٠٦٦٤٩,٤٥ = ٨٠٠٠٠٠ × ع × ٢ ←

ع = $\frac{٣٠٦٦٤٩,٤٥}{٢ \times ٨٠٠٠٠٠}$ = ٠,١٩١٧ = ١٩,١٧%

٢- فى هذه الحالة الدفعات دفعات عادية بالتالى:

جملة دفعات الفوائد = د $\left[\frac{(١+ر)^{ك} - ١}{ر}\right]$

= $\left[\frac{(١+ ,٠٤)^{٨} - ١}{,٠٤}\right]$

= ٢٩٤٨٥٥,٢٤ جنيه ←

كذلك يمكن الحصول على معدل الاستثمار على النحو التالى:

٢٩٤٨٥٥,٢٤ = ٨٠٠٠٠٠ × ع × ٢ ←

ع = $\frac{٢٩٤٨٥٥,٢٤}{٢ \times ٨٠٠٠٠٠}$ = ٠,١٨٤٥ = ١٨,٤٥%

تطبيق (٣):

يقوم أحد المستثمرين بإيداع مبلغ ٢٠٠٠٠ جنيه آخر كل شهر لمدة ٧ شهور متتالية - فإذا كان رصيدة فى آخر المدة ١٤٦٤٥٩,٨٨ جنيه - أوجد معدل الفائدة المركبة السنوى.

الحـــل :

بما أن الدفعات تودع فى نهاية كل شهر - بالتالى فهى دفعات عادية بحيث:

د = ٢٠٠٠٠ ، ك = ٧ ، ر = ؟

وبما أن:

$$\text{جملة الدفعات} = \text{د} \left[\frac{(١+\text{ر})^{\text{ك}} - ١}{\text{ر}} \right] = ٢٠٠٠٠ \; \text{حـ}_{\overline{\text{ك}}|\text{ر}}$$

$$١٤٦٤٥٩,٨٨ = ٢٠٠٠٠ \; \text{حـ}_{\overline{٧}|\text{ر}} \leftarrow$$

$$\text{حـ}_{\overline{٧}|\text{ر}} = \frac{١٤٦٤٥٩,٨٨}{٢٠٠٠٠} = ٧,٣٢٢٩٩٤$$

وباستخدام ملحق رقم (٧) نجد أن (ر) = ١,٥ %.

وبالتالى فإن المعدل السنوى= ر×١٢= ١,٥% × ١٢= ١٨% سنويا

تطبيق (٤):

استثمر أحد الأشخاص أمواله لمدة عشرة سنوات ، حيث قام بإيداع دفعه سنوية مقدارها ٣٠٠ جنيه لمدة ٧ سنوات فى نهاية كل سنه بفائدة مركبة ١٢% سنويا.ثم قام بإيداع دفعة سنوية فى نهاية كل سنه مبلغها ٥٠٠ جنيه بمعدل فائدة مركبة ١٥% سنويا فى الثلاثة سنوات الأخيرة حيث زاد معدل

الفائدة من ١٢% الى ١٥% - أوجد الرصيد للمستثمر فى نهاية مدة الاستثمار.

الحـــل:

فى السبعه سنوات الاولى نجد أن الدفعات دفعات عادية بالتالى فإن:

١- جملة الدفعات فى نهاية ٧ سنوات الاولى = د $\left[\frac{(١+ر)^{ك} - ١}{ر}\right]$

$$= ٣٠٠ \left[\frac{(١+ ,١٢)^{٧} - ١}{,١٢}\right]$$

$= ٣٠٠ (١٠,٠٨٩٠١١٧٣) = ٣٠٢٦,٧٠$ جنيه (١)

٢- وبما أن معدل الفائدة زاد من ١٢% الى ١٥% فى الثلاثة سنوات الأخيرة. بالتالى فإن جملة هذه الدفعات فى نهاية المدة تساوى $حـ_{١}$ حيث:

$حـ_{١} = ٣٠٢٦,٧٠ (١+٠,١٥)^{٣} = ٤٦٠٣,٢٣$ جنيه (٢)

٣- إذا فرضنا أن $حـ_{٢}$ تشير الى جملة الدفعات الثانية فى الثلاثة سنوات الأخيرة فإن:

$حـ_{٢} = ٥٠٠ \left[\frac{(١+ ,١٥)^{٣} - ١}{,١٥}\right] = ١٧٣٦,٢٥$ جنيه (٣)

من (٢)، (٣) نجد أن:

الرصيد المستحق = $حـ_{١} + حـ_{٢} = ٤٦٠٣,٢٣ + ١٧٣٦,٢٥$

= ٦٣٣٩,٤٨ جنيه

(٦-٥) تمرينات Exercises

(٦-١) أودع شخص مبلغ ١٢٠ جنيه كل شهر لمدة عامين بمعدل فائدة ١٤,٤% سنويا.

١- أوجد جملة الدفعات اذا كان يودع المبلغ فى بداية كل شهر وكانت الفائدة فائدة بسيطة.

٢- أوجد جملة الدفعات اذا كان يودع المبلغ فى بداية الشهر وكانت الفائدة فائدة مركبة.

٣- اذا كان يودع المبلغ فى نهاية كل شهر بفائدة بسيطة.

٤- اذا كان يودع المبالغ فى نهاية كل شهر بفائدة مركبة.

(٦-٢) يودع أحد الأشخاص مبلغ يساوى س فى نهاية كل ربع سنة لمدة ٤ سنوات وبعد نهاية المدة سحب مدخراته فكانت ٦٥٠٠٠ جنيه، أوجد قيمة س اذا كان معدل الفائدة المركبة ١٦% سنويا.

(٦-٣) اشترى شخص منزل بالأجل بمبلغ ٣٠٠٠٠٠ جنيه واتفق على سداد ثمن المنزل على ٤ دفعات متساوية ربع سنوية بمعدل فائدة مركبة ٢٨% سنويا، أوجد مبلغ الدفعة.

(٦-٤) أوجد جملة دفعات شهرية تدفع فى نهاية كل شهر مبلغ الدفعة ١٥٠ جنيه شهريا لمدة عام اذا كان معدل الفائدة ٢٤% سنويا.

(٦-٥) اقترضت احدى الشركات مبلغ ١٠٠٠٠٠ جنيه لمدة عام على أن تدفع الفوائد الدورية فى نهاية كل شهر بمعدل فائدة ٣٦% سنويا.

١- أوجد مبلغ الدفعة اذا كانت الفائدة بسيطة.

٢- أوجد مبلغ الدفعة اذا كانت الفائدة مركبة.

(٦-٦) اذا كانت جملة دفعات دورية عادية لمدة ٧ سنوات ١٨٠٠٠٠ جنيه بمعدل فائدة مركبة ٢٤% سنويا. أوجد مبلغ الدفعة.

(٦-٧) أوجد القيمة الحالية لمجموعة من الدفعات الدورية المتساوية لمدة ٥ سنوات - حيث مبلغ الدفعة ٢٥٠ جنيه بمعدل فائدة مركبة ١٥% سنويا اذا كان:

١- الدفعات عادية.

٢- الدفعات فورية.

٣- دفعات مؤجلة لمدة ٣ سنوات.

(٦-٨) أودع شخص مبلغ يساوى س كل ربع سنة لمدة ٥ سنوات متتالية بمعدل فائدة ١٤% سنويا. ثم توقف عن الإيداع مدة سنتين ، فبلغت جملة دفعات فى نهاية مدة التوقف ٣٥٠٠٠٠ جنيه، أوجد مبلغ الدفعة اذا كانت:

١- الدفعات عادية. ٢- الدفعات فورية.

(٦-٩) أحسب القيمة الحالية لدفعات نصف سنوية مبلغ كل منها ٤٥٠ جنيه لمدة ٤ سنوات تبدأ مدتها بعد سنتين من الآن بمعدل فائدة ١٨% سنويا.

الباب السابع

استهلاك (أو سداد) الديون بفائدة مركبة

Amortization of the Debts at Compound Interest

(٧-١) سداد الدين بفائدة مركبة

Amortization of a Debt at Compound Interest

فى الجزء الاول من هذا الكتاب بالباب الرابع تناولنا بالتفصيل طرق استهلاك (أو سداد الديون فى حالة اذا كانت الفائدة فائدة بسيطة وفى هذا الباب سوف نتناول بعض طرق استهلاك (أو سداد) الدين عندما تكون الفائدة فائدة مركبة.

فإذا فرضنا أن مبلغ الدين يساوى (م) ومدة القرض (ن) وحدة زمنية بمعدل فائدة فى وحدة الزمن يساوى (ر) فإن:

جملة الدين (القرض) فى نهاية المدة = م (١ + ر)^ن (٧-١)

مثال (٧-١):

اقترض شخص مبلغ ١٥٦٠٠ جنيه لمدة ٤ سنوات بمعدل فائدة ١٥% سنويا. فإذا اتفق الدائن والمدين على تسديد القرض وفوائده فى نهاية المدة. أوجد جملة المبلغ الذى يجب أن يدفعه المدين فى نهاية المدة إذا كانت الفائدة فائدة مركبة.

الحل:

م = ١٥٦٠٠ جنيه ، ر = ٠,١٥ ، ن = ٤

جملة المبلغ المستحق = م (١ + ر)^ن

= ١٥٦٠٠ (١+٠,١٥)^٤ = ٢٧٢٨٤,٥٠ جنيه

وكما سبق وأن ذكرنا فى الباب الرابع أنه توجد طرق متعددة لسداد الديون - فإننا سوف نقتصر فى هذا الباب على طريقة استهلاك الدين (القرض) على أقساط دورية متساوية بفائدة مركبة فى الحالتين التاليتين:

١- عندما تكون الأقساط أقساط عادية.

٢- عندما تكون الأقساط أقساط فورية.

وذلك فى الفصلي (٧-٢) ، (٧-٣) على الترتيب.

(٧-٢) الأقساط العادية Ordinary Installments

إذا أعتبرنا أن أصل القرض يساوى (م)، ومبلغ القسط يساوى (س)، ومعدل الفائدة يساوى (ر) عن فترة القسط ، ومدة القرض تساوى (ن)، وعدد الأقساط يساوى (ك) فإن هذه الطريقة تعتمد على العلاقتين التاليتين السابق ذكرهما فى الباب الرابع وهما

أصل القرض = القيمة الحالية للأقساط (٧-٢)

أو

جملة القرض وفوائده فى نهاية المدة = جملة الأقساط فى نهاية المدة (٧-٣)

إذا كانت الأقساط أقساط عادية تدفع فى نهاية فترة القسط فإن:

أولا: فى حالة استخدام المعادلة (٧-٢):

نجد أن:

$$\text{م} = \text{س}\ \text{هـ}_{\overline{\text{ك}}|\text{ر}} \qquad (٧\text{-}٤)$$

حيث

$$\text{هـ}_{\overline{\text{ك}}|\text{ر}} = \frac{١ - (١ + \text{ر})^{-\text{ك}}}{\text{ر}} \qquad (٧\text{-}٥)$$

حيث يمكن إيجاد قيمة $\text{هـ}_{\overline{\text{ك}}|\text{ر}}$ من ملحق رقم (٨).

ومن المعادلة (٧-٤) يمكن حساب مبلغ القسط س حيث

$$\text{س} = \text{م} \times \frac{١}{\text{هـ}_{\overline{\text{ك}}|\text{ر}}} \qquad (٧\text{-}٦)$$

ثانيا: فى حالة استخدام المعادلة (٧-٣):

يمكن الحصول على مبلغ القسط (س) باستخدام المعادلة (٧-٣) على النحو التالى:

١- جملة القرض وفوائدة فى نهاية المدة = $م\,(١ + ر)^{ك}$ (٧-٧)

٢- جملة الأقساط فى نهاية مدة القرض = $س \times ح_{\overline{ك}|ر}$ (٧-٨)

(حيث تعتبر جملة الاقساط فى نهاية مدة القرض هى جملة دفعات دورية متساوية - أنظر الباب السادس (٦-١))

حيث :

$$ح_{\overline{ك}|ر} = \frac{(١ + ر)^{ك} - ١}{ر}$$

حيث يمكن إيجاد $ح_{\overline{ك}|ر}$ من ملحق رقم (٧).

ومن المعادلتين (٧-٧) ، (٧-٨) نجد أن:

$$م\,(١ + ر)^{ك} = س \times \frac{(١ + ر)^{ك} - ١}{ر} = س\, ح_{\overline{ك}|ر}$$

$$\Leftarrow$$

مبلغ القسط = س = $م \times (١ + ر)^{ك} \div ح_{\overline{ك}|ر}$

$$س = \frac{ر\,م\,(١ + ر)^{-ك}}{(١ + ر)^{ك} - ١} \qquad (٧-٩)$$

وبقسمة البسط والمقام فى الطرف الأيسر من المعادلة (٧-٩) على $(١ + ر)^{ك}$ نجد أن:

$$\text{س} = \frac{\text{م ر}}{١ - (١ + \text{ر})^{-\text{ك}}} = \frac{\text{م}}{\left[\frac{١ - (١ + \text{ر})^{-\text{ك}}}{\text{ر}}\right]} \leftarrow$$

$$\text{س} = \text{م} \times \frac{١}{\text{هـ}_{\text{ك}\rceil\text{ر}}} \qquad (٧-١٠)$$

أى نفس النتيجة التى وصلنا اليها فى المعادلة (٧-٦).

مثال (٧-١):

أقترض شخص مبلغ ٢٠٠٠٠٠ جنيه من أحد البنوك وتعهد بسداد المبلغ وفوائده على اقساط متساوية تدفع فى نهاية كل ربع سنه لمدة عامين بفائدة مركبة ٢٤% سنويا.

١- أحسب مبلغ القسط.

٢- مجموع الفوائد التى يدفعها هذا الشخص.

الحـــل :

١- $\text{م} = ٢٠٠٠٠٠$ ، $\text{ك} = ٤ \times ٢ = ٨$ ، $\text{ر} = \frac{٠,٢٤}{٤} = ٠,٠٦$

$$\text{س} = \text{م} \times \frac{١}{\text{هـ}_{\text{ك}\rceil\text{ر}}}$$

$$= ٢٠٠٠٠٠ \times \frac{١}{\text{هـ}_{٨\rceil٠,٠٦}} = ٢٠٠٠٠٠ \times \frac{١}{٦,٢٠٩٧٩٣٨١١}$$

$= ٣٢٢٠٧,١٨٩$ جنيه

حيث $\text{هـ}_{٨\rceil٠,٠٦} = ٦,٢٠٩٧٩٣٨١١$

٢- مجموع الأقساط = ٣٢٢٠٧,١٨٩ × ٨

= ٢٥٧٦٥٧,٥١٢ جنيه

وبالتالى فإن :

مجموع الفوائد = مجموع الأقساط - أصل القرض

= ٢٥٧٦٥٧,٥١٢ - ٢٠٠٠٠٠

= ٥٧٦٥٧,٥١٢ جنيه

جدول استهلاك القرض :

هو جدول يقارب جدول حساب استهلاك القرض فى حالة الفائدة البسيطة (أنظر الباب الرابع) حيث يوضح الجزء الذى يتم تسديده من أصل القرض كذلك الجزء الذى يتم تسديده من الفوائد لكل فترة على حده - فهو يعطى خطوات تفصيلية عند دفع كل قسط.

وجدول استهلاك القرض فى هذه الحالة هو جدول مكون من الأعمدة التالية:

١- عمود يوضح الفترات الزمنية.

٢- عمود يوضح رصيد القرض فى بداية كل فترة.

٣- عمود يوضح الفائدة المستحقة على رصيد القرض أول الفترة.

٤- عمود يوضح القسط.

٥- عمود يوضح المستهلك من أصل القرض.

٦- عمود يوضح رصيد القرض آخر كل فترة.

وسوف نوضح ذلك من خلال المثال التالى:

مثال (٧-٢):

فى المثال السابق (٧-١) كون جدول استهلاك القرض.

الحـــل :

لتكوين جدول استهلاك القرض نتبع الخطوات التالية:

(أولا) بالنسبة للفترة الزمنية الأولى (ربع السنه الأول) يكون :

١- رصيد أول الفترة الأولى = ٢٠٠٠٠٠ جنية

٢- الفائدة على القرض لمدة الفترة الأولى = ٢٠٠٠٠٠ × $\frac{٦}{١٠٠}$ × ١

= ١٢٠٠٠ جنيه

٣- المستهلك من أصل القرض

= مبلغ القسط - الفائدة على رصيد أول الفترة

= ٣٢٢٠٧,١٨٩ - ١٢٠٠٠

= ٢٠٢٠٧,١٨٩ جنيه

٤- رصيد القرض فى نهاية الفترة الأولى = ٢٠٠٠٠٠-٢٠٢٠٧,١٨٩

= ١٧٩٧٩٢,٨١١ جنيه

(ثانيا) بالنسبة للفترة الثانية (ربع السنه الثانى) يكون:

١- رصيد أول الفترة = ١٧٩٧٩٢,٨١١ جنيه

٢- الفائدة على رصيد أول الفترة الثانية = ١٧٩٧٩٢,٨١١× $\frac{٦}{١٠٠}$ ×١

= ١٠٧٨٧,٥٦٩ جنيه

٣- المستهلك من أصل القرض

= قيمة القسط - الفائدة على رصيد أول الفترة

= ٣٢٢٠٧,١٨٩ - ١٠٧٨٧,٥٦٩

= ٢١٤١٩,٦٢٠ جنيه

٤- رصيد القرض فى نهاية الفترة الثانية = رصيد القرض فى نهاية الفترة السـابقة - المستهلك من أصل القرض فى هذه الفترة

= ١٧٩٧٩٢,٨١١ - ٢١٤١٩,٦٢٠

= ١٥٨٣٧٣,١٩١ جنيه

(ثالثا) بالنسبة للفترة الثالثة:

١- رصيد القرض فى بداية الفترة الثالثة = ١٥٨٣٧٣,١٩١

٢- الفائدة على القرض لمدة الفترة الثالثة = ١٥٨٣٧٣,١٩١ × $\frac{٦}{١٠٠}$ × ١

= ٩٥٠٢,٣٩١ جنيه

٣- المستهلك من أصل القرض = ٣٢٢٠٧,١٨٩ - ٩٥٠٢,٣٩٢

= ٢٢٧٠٤,٧٩٨ جنيه

٤- رصيد القرض فى نهاية الفترة الثالثة= ١٥٨٣٧٣,١٩١-٢٢٧٠٤,٧٩٧

= ١٣٥٦٦٨,٣٩٣ جنيه

(رابعا) بالنسبة للفترة الرابعة:

١- رصيد القرض فى بداية الفترة الرابعة = ١٣٥٦٦٨,٣٩٣

٢- الفائدة على رصيد أول الفترة الرابعة = ١٣٥٦٦٨,٣٩٤ × $\frac{٦}{١٠٠}$ × ١

= ٨١٤٠,١٠٤ جنيه

٣- المستهلك من أصل القرض = ٣٢٢٠٧,١٨٩ - ٨١٤٠,١٠٤

= ٢٤٠٦٧,٠٨٥ جنيه

٤- رصيد القرض فى نهاية الفترة الرابعة = ١٣٥٦٦٨,٣٩٣-٢٤٠٦٧,٠٨٥

= ١١١٦٠١,٣٠٩ جنيه

(خامسا) بالنسبة للفترة الخامسة:

١- رصيد القرض فى بداية الفترة الخامسة = ١١١٦٠١,٣٠٩

٢- الفائدة على القرض لمدة الفترة الخامسة = ١١١٦٠١٣٠٩× $\frac{٦}{١٠٠}$ ×١

= ٦٦٩٦,٠٧٩ جنيه

٣- المستهلك من أصل القرض = ٣٢٢٠٧,١٨٩ - ٦٦٩٦,٠٧٩

= ٢٥٥١١,١١١

٤- رصيد القرض فى نهاية الفترة الخامسة= ١١١٦٠١,٣٠٩-٢٥٥١١,١١١

= ٨٦٠٩٠,١٩٩ جنيه

(سادسا) بالنسبة للفترة السادسة:

١- رصيد القرض فى بداية الفترة السادسة = ٨٦٠٩٠,١٩٨ جنيه

٢- الفائدة على القرض لمدة الفترة السادسة = ٨٦٠٩٠,١٩٨× $\frac{٦}{١٠٠}$ ×١

= ٥١٦٥,٤١٢ جنيه

٣- المستهلك من أصل القرض = ٣٢٢٠٧,١٨٩ - ٥١٦٥,٤١٢

= ٢٧٠٤١,٧٧٧ جنيه

٤- رصيد القرض فى نهاية الفترة السادسة = ٨٦٠٩٠,١٩٨-٢٧٠٤١,٧٧٧

= ٥٩٠٤٨,٤٢١ جنيه

(سابعا) بالنسبة للفترة السابعة:

١- رصيد القرض فى بداية الفترة السابعة = ٥٩٠٤٨,٤٢١ جنيه

٢- الفائدة على القرض لمدة الفترة السابعة = ٥٩٠٤٨,٤٢١ × $\frac{٦}{١٠٠}$ × ١

= ٣٥٤٢,٩٠٥ جنيه

٣- المستهلك من أصل القرض = ٣٢٢٠٧,١٨٩ - ٣٥٤٢,٩٠٥

= ٢٨٦٦٤,٢٨٤ جنيه

٤- رصيد القرض فى نهاية الفترة السابعة = ٥٩٠٤٨,٤٢١-٢٨٦٦٤,٢٨٤

= ٣٠٣٨٤,١٣٧ جنيه

(ثامنا) بالنسبة للفترة الثامنة:

١- رصيد القرض فى بداية الفترة الثامنة = ٣٠٣٨٤,١٣٧ جنيه

٢- الفائدة على القرض لمدة الفترة الثانية = ٣٠٣٨٤,١٣٧ × $\frac{٦}{١٠٠}$ × ١

= ١٨٢٣,٠٤٨ جنيه

٣- المستهلك من أصل القرض = ٣٢٢٠٧,١٨٩ - ١٨٢٣,٠٤٨

= ٣٠٣٨٤,١٤١

٤- رصيد القرض فى نهاية الفترة الثامنة = ٣٠٣٨٤,١٤-٣٠٣٨٤,١٤

= ٠

والجدول التالى يوضح حساب الذى يلخص جميع الخطوات المذكورة أعلاه كما هو موضح بجدول (٧-١).

جدول (٧-١)

جدول استهلاك القرض

الفترة الزمنية	رصيد القرض أول الفترة		الفائدة المستحقة		مبلغ القسط المتساوى		المستهلك من أصل القرض		رصيد القرض آخر الفترة	
	مليم	جنية	مليم	جنيه	مليم	جنية	مليم	جنية	مليم	جنية
١	-	٢٠٠٠٠٠	-	١٢٠٠٠	١٨٩	٣٢٢٠٧	١٨٩	٢٠٢٠٧	٨١١	١٧٩٧٩٢
٢	٨١١	١٧٩٧٩٢	٥٦٩	١٠٧٨٧	١٨٩	٣٢٢٠٧	٦٢٠	٢١٤١٩	١٩١	١٥٨٣٧٣
٣	١٩١	١٥٨٣٧٣	٣٩٢	٩٥٠٢	١٨٩	٣٢٢٠٧	٧٩٧	٢٢٧٠٤	٣٩٤	١٣٥٦٦٨
٤	٣٩٤	١٣٥٦٦٨	١٠٤	٨١٤٠	١٨٩	٣٢٢٠٧	٠٨٥	٢٤٠٦٧	٣٠٩	١١١٦٠١
٥	٣٠٩	١١١٦٠١	٠٧٩	٦٦٩٦	١٨٩	٣٢٢٠٧	١١١	٢٥٥١١	١٩٨	٨٦٠٩٠
٦	١٩٨	٨٦٠٩٠	٤١٢	٥١٦٥	١٨٩	٣٢٢٠٧	٧٧٧	٢٧٠٤١	٤٢١	٥٩٠٤٨
٧	٤٢١	٥٩٠٤٨	٩٠٥	٣٥٤٢	١٨٩	٣٢٢٠٧	٢٨٤	٢٨٦٦٤	١٣٧	٣٠٣٨٤
٨	١٣٧	٣٠٣٨٤	٠٤٨	١٨٢٣	١٨٩	٣٢٢٠٧	١٤١	٣٠٣٨٤	صفر	صفر
اجمالى			*٠,٠٠٩	٥٧٦٥٧	٥١٢	٢٥٧٦٥٧	-	٢٠٠٠٠٠		

* الفرق ٠,٠٠٩ فى جملة الفائدة ٥٧٦٥٧,٠٠٩ يرجع الى التقريب الى ٣ أرقام عشرية.

(٧-٣) الأقساط الفورية **Installments Due**

فى حالة إذا كانت الأقساط فورية أى يدفع أول قسط فى بداية أول فترة فى مدة القرض كما سبق أن ذكر ذلك سابقا.

وسوف نتبع نفس الطريقة فى حالة الأقساط العادية لحساب مبلغ القسط (س) على النحو التالى:

القيمة الحالية للقسط الأول = س

القيمة الحالية للقسط الثانى = $\text{س}\,(١+\text{ر})^{-١}$

$$\vdots$$

وبالمثل

القيمة الحالية للقسط الأخير (ك) = $\text{س}\,(١+\text{ر})^{-(\text{ك}-١)}$

وحيث أن:

مبلغ القرض = القيمة الحالية للأقساط

بالتالى فإن:

$$\text{م} = \text{س} + \text{س}\,(١+\text{ر})^{-١} + \text{س}\,(١+\text{ر})^{-٢} + \dots + \text{س}\,(١+\text{ر})^{-(\text{ك}-١)}$$

$$\text{م} = \text{س}\left[(١+\text{ر})^{-\text{ك}+١} + (١+\text{ر})^{-\text{ك}+٢} + \dots + (١+\text{ر})^{-\text{ك}+\text{ك}}\right]$$

$$= \text{س}\,(١+\text{ر})^{-\text{ك}}\left[(١+\text{ر}) + (١+\text{ر})^{٢} + \dots + (١+\text{ر})^{\text{ك}}\right]$$

$$= \text{س}(١+\text{ر})(١+\text{ر})^{-\text{ك}}\left[١+(١+\text{ر})+(١+\text{ر})^{٢}+\dots+(١+\text{ر})^{\text{ك}-١}\right]$$

$$= \text{س}\,(١+\text{ر})\,(١+\text{ر})^{-\text{ك}}\left[\frac{(١+\text{ر})^{\text{ك}}-١}{\text{ر}}\right]$$

$$= \text{س}\ (١+\text{ر}) \left[\frac{١-(١+\text{ر})^{-\text{ك}}}{\text{ر}} \right] \qquad (٧-١١)$$

$$\text{م} = \text{س}\ (١+\text{ر})\ \text{هـ}_{\overline{\text{ك}}|\text{ر}} \qquad (٧-١٢)$$

$$\leftarrow$$

$$\text{س} = \text{م} \times \frac{١}{\text{هـ}_{\overline{\text{ك}}|\text{ر}}} \times \frac{١}{(١+\text{ر})} \qquad (٧-١٣)$$

ملحوظات:

١- وبمقارنة مبلغ القسط فى الأقساط العادية فى المعادلة (٧-٦) بمبلغ القسط فى الأقساط الفورية فى (٧-١٣) نجد أن:

مبلغ القسط فى الأقساط الفورية = مبلغ القسط فى الأقساط العادية $\times (١+\text{ر})^{-١}$

(٧-١٤)

٢- بنفس الخطوات المتبعة فى حالة بناء جدول حساب استهلاك القرض فى حالة الأقساط العادية سوف نتبع فى حالة الأقساط الفورية. وسوف نوضح ذلك من خلال المثال التالى:

مثال (٧-٣):

أقترض شخص مبلغ ٢٠٠٠٠ جنيه وأتفق على أن يدفع القرض وفوائده على ٤ أقساط سنوية متساوية حيث يقوم بدفع أول قسط عند الأتفاق . وذلك بسعر فائدة مركبة ١٠% سنويا.

١- أوجد مبلغ القسط.

٢- كون جدول حساب استهلاك القرض.

الحـــل :

ك = ٥ ، م = ٢٠٠٠٠ ، ر = ١٠%

١- من المعادلة (٧-١٣) نجد أن:

$$س = م \times \frac{١}{هـ_{\overline{ك}|ر}} \times \frac{١}{(١+ر)}$$

$$= ٢٠٠٠٠٠ \times \frac{١}{\left[\frac{١-(١+٠,١)^{-٤}}{٠,١}\right]} \times \frac{١}{(١+٠,١)}$$

$$= ٢٠٠٠٠ \times \frac{١}{\left[١-(١,١)^{-٤}\right]} \times \frac{١}{(١,١)}$$

$$= \frac{٢٠٠٠}{(١,١)(٠,٣١٦٩٨٦٥٤٤)} = \frac{٢٠٠٠}{٠,٣٤٨٦٨٥١٩٩}$$

= ٥٧٣٥,٨٣٣ جنيه

٢- ولتكوين جدول استهلاك القرض نتبع الخطوات التالية:

(أولا) بالنسبة للفترة الاولى:

١- الرصيد فى بداية السنه الاولى = ٢٠٠٠٠ جنيه.

٢- المستهلك من أصل القرض = القسط الأول*.

= ٥٧٣٥,٨٣٣ جنيه

٣- الرصيد آخر السنه الأولى = ٢٠٠٠٠ - ٥٧٣٥,٨٣٣

* حيث أن الفائدة المستحقة على الرصيد عند بداية أول قسط تساوى صفر.

= ١٤٢٦٤,١٦٧ جنيه

(ثانيا) بالنسبة للفترة الثانية:

١- الرصيد فى بداية السنه الثانية = ١٤٢٦٤,١٦٧

٢- الفائدة على رصيد السنه الثانية = ١٤٢٦٤,١٦٧ × $\frac{١٠}{١٠٠}$ × ١

= ١٤٢٦,٤١٧

٣- المستهلك من أصل القرض = ٥٧٣٥,٨٣٣ - ١٤٢٦,٤١٧

= ٤٣٠٩,٤١٦ جنيه

٤- الرصيد فى آخر السنه = ١٤٢٦٤,١٦٧ - ٤٣٠٩,٤١٦

= ٩٩٥٤,٧٥١ جنيه

(ثالثا) بالنسبة للفترة الثالثة:

١- الرصيد فى بداية السنه الثالثة = ٩٩٥٤,٧٥١ جنيه

٢- الفائدة على رصيد السنه الثالثة = ٩٩٥٤,٧٥١× $\frac{١٠}{١٠٠}$ × ١

= ٩٩٥,٤٧٥ جنيه

٣- المستهلك من أصل القرض = ٥٧٣٥,٨٣٣ - ٩٩٥,٤٧٥

= ٤٧٤٠,٣٥٨ جنيه

٤- الرصيد فى نهاية السنه الثالثة = ٩٩٥٤,٧٥١ - ٤٧٤٠,٣٥٨

= ٥٢١٤,٣٩٣ جنيه

(رابعا) بالنسبة للفترة الرابعة:

١- الرصيد فى بداية السنه الرابع = ٥٢١٤,٣٩٣ جنيه

٢- الفائدة على رصيد السنه الرابع = $٥٢١٤,٣٩٣ \times \frac{١٠}{١٠٠} \times ١$

= ٥٢١,٤٣٩ جنيه

٣- المستهلك من أصل القرض = ٥٧٣٥,٨٣٣ - ٥٢١,٤٣٩

= ٥٢١٤,٣٩٤

٤- الرصيد فى نهاية السنه الرابعة = ٥٢١٤,٣٩٣ - ٥٢١٤,٣٩٤

= صفر

والجدول التالى يلخص الخطوات السابقة.

وعادة تستخدم هذه الطريقة عند الشراء بالتقسيط كما سوف يتضح فى المثال التالى.

جدول (٧-٢)

جدول استهلاك الدين (القرض)

الفترة	رصيد أول الفترة		الفائدة على رصيد أول الفترة		القسط المتساوى		المستهلك من أصل القرض		رصيد أخر الفترة	
	مليم	جنية	مليم	جنيه	مليم	جنية	مليم	جنية	مليم	جنية
١	-	٢٠٠٠٠	-	-	٨٣٣	٥٧٣٥	٨٣٣	٥٧٣٥	١٦٧	١٤٢٦٤
٢	١٦٧	١٤٢٦٤	٤١٧	١٤٢٦	٨٣٣	٥٧٣٥	٤١٦	٤٣٠٩	٧٥١	٩٩٥٤
٢	٧٥١	٩٩٥٤	٤٧٥	٩٩٥	٨٣٣	٥٧٣٥	٤١٦	٤٣٠٩	٧٥١	٩٩٥٤
٣	٧٥١	٩٩٥٤	٤٧٥	٩٩٥	٨٣٣	٥٧٣٥	٣٥٨	٤٧٤٠	٣٩٣	٥٢١٤
٤	٣٩٣	٥٢١٤	٤٣٩	٥٢١	٨٣٣	٥٧٣٥	٣٩٤	٥٢١٤	-	-
			٣٣١	٢٩٤٣	٣٣٢	٢٢٩٤٣	-	٢٠٠٠٠		

مثال (٧- ٤):

أشترى شخص جهاز كمبيوتر بمبلغ ٥٠٠٠ جنيه وأتفق مع الشركة التى تقوم ببيع الأجهزة على سداد ثمن الجهاز وفوائدة على خمسة أقساط سنوية متساوية يدفع أولها فورا حيث أن سعر الفائدة مركبة ٢٥% سنويا ، المطلوب:

١- أيجاد قيمة القسط المتساوى من الأصل والفائدة.

٢- تكوين جدول استهلاك القرض.

الحـــل :

م = ٥٠٠٠ ، ر = ٢٥% ، ك = ٥ ، س = ؟

وبما أن :

$$\text{س} = \text{م} \times \frac{1}{\text{هـ}_{\overline{\text{ك}}|\text{ر}}} \times (1+\text{ر})^{-1}$$

$$= ٥٠٠٠ \times \frac{1}{\text{هـ}_{\overline{٥}|٠,٢٥}} \times (1+٠,٢٥)^{-1}$$

$$= ٥٠٠٠ \times (٠,٣٧١٨٤٦٧٣٩)\,(٠,٨)$$

= ١٤٨٧,٣٨٧ جنيه

٢- ولتكوين جدول استهلاك القرض نتبع الخطوات التالية:

(أولا)

١- الرصيد فى بداية السنه الأولى = ٥٠٠٠ جنيه

٢- الفائدة على رصيد أول السنه = صفر

٣- المستهلك من أصل القرض = القسط - الفائدة

= ١٤٨٧,٣٨٧-٠ = ١٤٨٧,٣٨٧ جنيه

٤- الرصيد آخر السنه = ٥٠٠٠ - ١٤٨٧,٣٨٧

= ٣٥١٢,٦١٣ جنيه

(ثانيا)

١- الرصيد فى بداية السنه الثانية = ٣٥١٢,٦١٣ جنيه

٢- الفائدة على رصيد أول السنه = ٣٥١٢,٦١٣ × $\frac{٢٥}{١٠٠}$ × ١

= ٨٧٨,١٥٣ جنيه

٣- المستهلك من أصل القرض = ١٤٨٧,٣٨٧ - ٨٧٨,١٥٣

= ٦٠٩,٢٣٤ جنيه

٤- الرصيد آخر السنه = ٣٥١٢,٦١٣ - ٦٠٩,٢٣٤

= ٢٩٠٣,٣٧٩ جنيه

(ثالثا)

١- الرصيد فى بداية السنه الثالثة = ٢٩٠٣,٣٧٩ جنيه

٢- الفائدة على رصيد السنه الثالثة = ٢٩٠٣,٣٧٩× $\frac{٢٥}{١٠٠}$ × ١

= ٧٢٥,٨٤٥ جنيه

٣- المستهلك من أصل القرض = ١٤٨٧,٣٨٧ - ٧٢٥,٨٤٥

= ٧٦١,٥٤٢ جنيه

٤- الرصيد آخر السنه = ٢٩٠٣,٢٧٩ - ٧٦١,٥٤٢

= ٢١٤١,٧٣٧ جنيه

(رابعا)

١- الرصيد فى بداية السنه الرابعة = ٢١٤١,٧٣٧ جنيه

٢- الفائدة على الرصيد أول السنه الرابعة= $٢١٤١,٧٣٧ \times \frac{٢٥}{١٠٠} \times ١$

= ٥٣٥,٤٣٤ جنيه

٣- المستهلك من أصل القرض = ١٤٨٧,٣٨٧ - ٥٣٥,٤٣٤

= ٩٥١,٩٥٣ جنيه

٤- الرصيد فى نهاية السنه الرابعة = ٢١٤١,٧٣٧-٩٥١,٩٥٣

= ١١٨٩,٧٨٤ جنيه

(خامسا)

١- الرصيد فى بداية السنه الخامسة = ١١١٨٩,٧٨٤ جنيه

٢- الفائدة على الرصيد أول السنه الخامسة = $١١٨٩,٧٨٤ \times \frac{٢٥}{١٠٠} \times ١$

= ٢٩٧,٤٤٦ جنيه

٣- المستهلك من أصل القرض = ١٤٨٧,٣٨٧ - ٢٩٧,٤٤٦

= ١١٨٩,٩٤١ جنيه

٤- الرصيد فى نهاية السنه الخامسة = ١١٨٩,٧٨٤ - ١١٨٩,٩٤١

= - ٠,١٥٧ ≃ صفر

ملحوظة : الكسر (-١٥٧) مليم يرجع الى تقريب الأرقام الى ثلاثة أعداد عشرية. وفى حالة تقريب الى أقرب جنيه نجد أن الرصيد فى نهاية السنه الخامسة يساوى صفر.

والجدول التالى يلخص الخطوات السابقة.

جدول (٧-٣)

جدول استهلاك الدين (القرض)

الفترة	رصيد أول السنة		الفائدة على رصيد أول السنة		القسط المتساوى		المستهلك من أصل القرض		رصيد آخر السنة	
	مليم	جنية	مليم	جنيه	مليم	جنية	مليم	جنية	مليم	جنية
١	-	٥٠٠٠	-	-	٣٨٧	١٤٨٧	٣٨٧	١٤٨٧	٦١٣	٣٥١٢
٢	٦١٣	٣٥١٢	١٥٣	٨٧٨	٣٨٧	١٤٨٧	٢٣٤	٦٠٩	٣٧٩	٢٩٠٣
٣	٣٧٩	٢٩٠٣	٨٤٥	٧٢٥	٣٨٧	١٤٨٧	٥٤٢	٧٦١	٧٣٧	٢١٤١
٤	٣٧٣	٢١٤١	٤٣٤	٥٣٥	٣٧٨	١٤٨٧	٩٥٣	٩٥١	٧٨٤	١١٨٩
٥	٧٨٤	١١٨٩	٤٤٦	٢٩٧	٣٧٨	١٤٨٧	٩٤١	١١٨٩	١٥٧-	
			٨٧٨	٢٤٣٦	٩٣٥	٧٤٣٦	-	٥٠٠٠		

(٧-٤) أمثلة تطبيقية Applied Examples

تطبيق (١):

أشترى أحد الأشخاص قطعة أرض بمبلغ ٥٠٠٠٠٠ جنيـه وأتفـق علـى سداد الثمن وفوائده على ٥ أقساط متساوية بمعدل فـائدة مركبـة ٢٠% سـنويا بحيث يدفع القسط الأول عند الشراء.

١- أوجد مبلغ القسط.

٢- كون جدول حساب استهلاك الدين.

الحـــل:

١- تعتبر الأقساط أقساط فورية حيث:

$$\text{س} = \text{م} \times \frac{١}{\text{هـ}_{\text{ن}\rceil\text{ر}}} \times \frac{١}{(١+\text{ر})}$$

$$= ٥٠٠٠٠٠ \times \frac{١}{\text{هـ}_{٥\rceil ٠,٢٠}} \times \frac{١}{(١+ ٠,٢٠)}$$

وبما أن:

$$\text{هـ}_{٥\rceil ٠,٢٠} = \frac{١-(١+\text{ر})^{-\text{ك}}}{\text{ر}} \times \frac{١-(١+ ٠,٢٠)^{-٥}}{٠,٢٠}$$

$$= ٢,٩٩٠٦١٢١٤ \leftarrow$$

$$\text{س} = ٥٠٠٠٠٠ \times \frac{١}{٢,٩٩٠٦١٢١٤} \times \frac{١}{(١,٢)}$$

$$= ١٣٩٣٢٤,٨٧٧ \text{ جنيه}$$

٢- ولتكوين جدول استهلاك القرض نتبع الخطوات التالية:

أولا: ١- الرصيد فى بداية السنة الاولى = ٥٠٠٠٠٠ جنيه

٢- المستهلك من أصل القرض = القسط = ١٣٩٣٢٤,٨٧٧ جنيه

٣- الرصيد آخر السنه الاولى = ٥٠٠٠٠٠ - ١٣٩٣٢٤,٨٧٧

= ٣٦٠٦٧٥,١٢٣ جنيه

ثانيا: ١- الرصيد فى بداية السنه الثانية = ٣٦٠٦٧٥,١٢٣ جنيه

٢- الفائدة على رصيد السنه الثانية = ٣٦٠٦٧٥,١٢٣ × $\frac{٢٠}{١٠٠}$ × ١

= ٧٢١٣٥,٠٢٥ جنيه

٣- المستهلك من أصل الدين = ١٣٩٣٣٤,٨٧٧ - ٧٢١٣٥,٠٢٥

= ٦٧١٨٩,٨٥٢ جنيه

٤- الرصيد فى آخر السنه = ٣٦٠٦٧٥,١٢٣ - ٦٧١٨٩,٨٥٢

= ٢٩٣٤٨٥,٢٧١ جنيه

ثالثا: ١- الرصيد فى بداية السنه الثالثة = ٢٩٣٤٨٥,٢٧١ جنيه

٢- الفائدة على رصيد السنه الثالثة = ٢٩٣٤٨٥,٢٧١ × $\frac{٢٠}{١٠٠}$ × ١

= ٥٨٦٩٧,٠٥٤ جنيه

٣- المستهلك من أصل الدين = ١٣٩٣٢٤,٨٧٧ - ٥٨٦٩٧,٠٥٤

= ٨٠٦٢٧,٨٢٣ جنيه

٤- الرصيد فى آخر السنه الثالثة = ٢٩٣٤٨٥,٤٧١ - ٨٠٦٢٧,٨٢٣

= ٢١٢٨٥٧,٤٤٨ جنيه

رابعا: ١- الرصيد فى بداية السنه الرابعة = ٢١٢٨٥٧,٤٤٨ جنيه

٢- الفائدة على رصيد السنه الرابع = ٢١٢٨٥٧,٤٤٨ × $\frac{٢٠}{١٠٠}$ × ١

= ٤٢٥٧١,٤٩٠ جنيه

٣- المستهلك من اصل الدين = ١٣٩٣٢٤,٨٧٧ - ٤٢٥٧١,٤٩٠

= ٩٦٧٥٣,٣٨٧ جنيه

٤- الرصيد فى آخر السنه = ٢١٢٨٥٧,٤٤٨ - ٩٦٧٥٣,٣٨٧

= ١١٦١٠٤,٠٦١ جنيه

خامسا: ١- الرصيد فى بداية السنه الخامسة = ١١٦١٠٤,٠٦١ جنيه

٢- الفائدة على رصيد السنه الخامسة = ١١٦١٠٤,٠٦١× $\frac{٢٠}{١٠٠}$ × ١

= ٢٣٢٢٠,٨١٢ جنيه

٣- المستهلك من أصل الدين = ١٣٩٣٢٤,٨٧٧ - ٢٣٢٢٠,٨١٢

= ١١٦١٠٤,٠٦١ جنيه

٤- الرصيد فى آخر السنه الخامسة = ١١٦١٠٤,٠٦١ - ١١٦١٠٤,٠٦٥

= صفر تقريبا

والجدول التالى يلخص الخطوات السابقة.

جدول (٧-٤)
حساب استهلاك القرض

السنة	رصيد أول السنة		الفائدة على رصيد أول السنة		القسط المتساوى		المستهلك من أصل القرض		رصيد آخر الفترة	
	مليم	جنية	مليم	جنيه	مليم	جنية	مليم	جنية	مليم	جنية
الاولى	-	٥٠٠٠٠٠	-	-	٨٧٧	١٣٩٣٢٤	٨٧٧	١٣٩٣٢٤	١٢٣	٣٦٠٦٧٥
الثانية	١٢٣	٣٦٠٦٧٥	٠٢٥	٧٢١٣٥	٨٧٧	١٣٩٣٢٤	٨٥٢	٦٧١٨٩	٢٧١	٢٩٣٤٨٥
الثالثة	٢٧١	٢٩٣٤٨٥	٠٥٤	٥٨٦٩٧	٨٧٧	١٣٩٣٢٤	٨٢٣	٨٠٦٢٧	٤٤٨	٢١٢٨٧٥
الرابعة	٤٤٨	٢١٢٨٥٧	٤٩٠	٤٢٥٧١	٨٧٧	١٣٩٣٢٤	٣٨٧	٩٦٧٥٣	٠٦١	١١٦١٠٤
الخامسة	٠٦١	١١٦١٠٤	٨١٢	٢٣٢٢٠	٨٧٧	١٣٩٣٢٤	٠٦٥	١١٦١٠٤	-	-

تطبيق (٢):

اقترض أحد الأشخاص مبلغ معين من أحد البنوك بفائدة مركبة بمعدل ٢٤% سنويا بحيث يسدد المبلغ وفوائده على ١٠ أقساط شهرية متساوية تدفع فى نهاية كل شهر. فإذا كان قيمة القسط ٥٨٠ جنيه. أوجد المبلغ الذى اقترضه الشخص.

الحـــل :

بما أن الفائدة تضاف كل شهر بالتالى ر = $\frac{٠,٢٤}{١٢}$ =٠,٠٢ حيث:

أصل القرض = القيمة الحالية للأقساط المتساوية

$\leftarrow$

أصل المبلغ = د هـ$_{\overline{ك}|ر}$ = د $\left[\frac{١-(١+ر)^{-ك}}{ر}\right]$

= ٥٨٠ $\left[\frac{١-(١+٠,٠٢)^{-١٠}}{٠,٠٢}\right]$ = ٥٢٠٩,٩٠ جنيه

تطبيق (٣):

اشترى أحد رجال الأعمال الات بمبلغ ٥٧٠٠٠٠ جنيه وأتفق على سداد الثمن وفوائده المركبة على ٤ أقساط متساوية آخر كل نصف سنه بمعدل فائدة مركبة ٢٠% سنويا. المطلوب:

١- أوجد مبلغ القسط الواحد.

٢- كون جدول استهلاك الدين.

الحـــل:

تعتبر الأقساط أقساط عادية حيث: ر = $\frac{٠,٢٠}{٢}$ = ٠,١٠، ك=٤،

م=٥٧٠٠٠٠ جنيه.

←

١- مبلغ القسط = س = م × $\frac{١}{هـ_{\overline{ك}|ر}}$ = م × $\frac{١}{هـ_{\overline{٤}|٠,١٠}}$

= ٥٧٠٠٠٠ × $\frac{١}{٣,١٦٩٨٦٥٤٤٦}$

= ١٧٩٨١٨,٣٥٨

٢- لتكوين جدول استهلاك الدين نتبع الخطوات التالية:

أولا:

١- الرصيد فى بداية الفترة الاولى = ٥٧٠٠٠٠ جنيه

٢- الفائدة على رصيد الفترة الاولى = ٥٧٠٠٠٠ × $\frac{١٠}{١٠٠}$ × ١

= ٥٧٠٠٠ جنيه

٣- المستهلك من أصل الدين = ١٧٩٨١٨,٣٥٨ - ٥٧٠٠٠

= ١٢٢٨١٨,٣٥٨ جنيه

٤- الرصيد فى آخر الفترة = ٥٧٠٠٠٠ - ١٢٢٨١٨,٣٥٨

= ٤٤٧١٨١,٦٤٢ جنيه

ثانيا:

١- الرصيد فى بداية الفترة الثانية = ٤٤٧١٨١,٦٤٢ جنيه

٢- الفائدة على رصيد الفترة الثانية = ٤٤٧١٨١,٦٤٢ × $\frac{١٠}{١٠٠}$ × ١

= ٤٤٧١٨,١٦٤

٣- المستهلك منأصل الدين = ١٧٩٨١٨,٣٥٨-٤٤٧١٨,١٦٤

= ١٣٥١٠٠,١٩٤ جنيه

٤- الرصيد فى آخر الفترة = ٤٤٧١٨١,٦٤٢-١٣٥١٠٠,١٦٤

= ٣١٢٠٨١,٤٤٨ جنيه

ثالثا:

١- الرصيد فى بداية الفترة الثالثة = ٣١٢٠٨١,٤٤٨ جنيه

٢- الفائدة على رصيد الفترة الثالثة = ٣١٢٠٨١,٤٤٨× $\frac{١٠}{١٠٠}$ × ١

=٣١٢٠٨,١٤٥ جنيه

٣- المستهلك من أصل الدين = ١٧٩٨١٨,٣٥٨-٣١٢٠٨,١١٤٥

= ١٤٨٦١٠,٢١٣ جنيه

٤- الرصيد آخر الفترة = ٣١٢٠٨١١,٤٤٨ - ١٤٨٦١٠,٢١٣

= ١٦٣٤٧١,٢٣٥ جنيه

رابعا:

١- الرصيد فى بداية الفترة الرابعة = ١٦٣٤٧١,٢٣٥ جنيه

٢- الفائدة على رصيد الفترة الرابعة = ١٦٣٤٧١,٢٣٥× $\frac{١٠}{١٠٠}$ × ١

=١٦٣٤٧,١٢٤ جنيه

٣- المستهلك من أصل الدين= ١٧٩٨١٨,٣٥٨ - ١٦٣٤٧,١٢٤

= ١٦٣٤٧,١٢٣

٤- الرصيد آخر الفترة = ١٦٣٤٧١,٢٣٥ - ١٦٣٤٧,١٢٣ - ١٦٣٤٧,١٢٣

= صفر تقريبا

والجدول التالى يلخص الخطوات السابقة.

جدول (٧-٥)
حساب استهلاك الدين

الفترة	رصيد أول الفترة		الفائدة على رصيد أول الفترة		القسط المتساوى		المستهلك من أصل القرض		رصيد آخر الفترة	
	مليم	جنية	مليم	جنيه	مليم	جنية	مليم	جنية	مليم	جنية
١	-	٥٧٠٠٠٠	-	٥٧٠٠٠	٣٥٨	١٧٩٨١٨	٣٥٨	١٢٢٨١٨	٦٤٢	٤٤٧١٨١
٢	٦٤٢	٤٤٧١٨١	١٦٤	٤٤٧١٨	٣٥٨	١٧٩٨١٨	١٩٤	١٣٥١٠٠	٤٤٨	٣١٢٠٨١
٣	٤٤٨	٣١٢٠٨١	١٤٥	٣١٢٠٨	٣٥٨	١٧٩٨١٨	٢١٣	١٤٨٦١٠	٢٣٥	١٦٣٤٧١
٤	٣٢٥	١٦٣٤٧١	١٢٤	١٦٣٤٧	٣٥٨	١٧٩٨١٨	٢٣٥	١٦٣٤٧١	-	-
			٤٣٣	١٤٩٢٧٣	٤٣٢	٧١٩٢٧٣	-	٥٧٠٠٠٠		

(٧-٥) تمرينـــات Exercises

(٧-١) اقترض شخص مبلـغ ١٢٠٠٠ جنيـه لمدة ٨ شـهور بمعدل فـائدة ٢٤% سنويا، والمطلوب:

١- ايجاد جملة المبلـغ الـذى يجب دفعـه فـى نهايـة المـدة اذا كـانت الفائدة بسيطة.

٢- ايجاد جملة المبلغ الذى يدفعه فـى نهايـة المـدة اذا كـانت الفـائدة فائدة مركبة تضاف كل شهر.

(٧-٢) فى التمرين السابق - اذا اتفق الدائن مع المدين علـى تسـديد القـرض وفوائده على ٨ أقساط متساوية تدفع فى نهاية كل شهر. والمطلوب:

١- أوجد مبلغ القسط المتساوى.

٢- كون جدول حساب استهلاك القرض.

(٧-٣) اقترض شخص مبلـغ ٢٥٠٠٠٠ جنيـه مـن أحـد البنـوك لإقامـة أحـد المشروعات الصغيرة وتم الاتفاق علـى سـداد اصـل القـرض بعـد ٥ سنوات على أن يسـدد الفـائدة علـى القـرض دوريـا كـل نصـف سـنه بمعدل فائدة ٣٦% سنويا. والمطلوب:

١- ايجـاد جملـة الفوائـد التـى يقـوم بسـدادها اذا كـانت الفـائدة فـائدة بسيطة.

٢- ايجاد جملة الفوائد اذا كانت الفائدة مركبة وتضـاف كـل نصـف سنه.

(٧-٤) اقترض شخص مبلغ ١٨٥٠٠ جنيه وذلك بمعدل فائدة بسيطة ١٦% سنويا، على أن يسدد القرض وفوائده على ستة أقساط متساوية تدفـع فى نهاية كل ربع سنة. والمطلوب:

١- ايجاد قيمة القسط المتساوى.

٢- تكون جدول حساب استهلاك القرض.

(٧-٥) فى التمرين السابق اذا كانت الفائدة فائدة مركبة بمعدل ١٦% سـنويا والمطلوب:

١- ايجاد قيمة القسط المتساوى.

٢- تكوين جدول حساب استهلاك القرض.

(٧-٦) اقترض شخص مبلغ م من أحـد البنـوك بمعدل فـائدة بسـيطة ٢٥% سنويا وتعـهد بسـداد القـرض وفوائـده علـى ٤ أقسـاط متسـاوية ربـع سنوية مبلغ كل منـها ٢٥٠٠ جنيـه تدفـع فـى نهايـة كـل ربـع سـنة. والمطلوب:

١- ايجاد المبلغ المقترض.

٢- تكوين جدول حساب استهلاك القرض.

(٧-٧) اشـترت ربـة منزل ثلاجـة كهربائيـة بالتقسـيط ثمـن الثلاجـة ٢٥٠٠ جنيه واتفقـت مـع البـائع علـى تسـديد الثمـن وفوائـده علـى ٥ أقسـاط شهرية متساوية تدفـع أول قسـط عنـد الاتفـاق علـى أن يكـون معدل الفائدة المركبة ٢٤% سنويا. والمطلوب:

١- تحديد مبلغ القسط المتساوى.

٢- تكوين جدول استهلاك الدين.

الجزء الثالث

سعر الصرف للعملات الأجنبية

الباب الثامن

سعر الصرف الأجنبي

الباب الثامن

أسعار الصـــرف

Exchange Prices

(٨-١) التجارة الخارجية وسعر الصرف

Foreign Trade and Exchange Price

(٨-٢) ايجاد سعر الصرف

Finding the Exchange Price

(٨-٣) سعر الصرف والتحويلات المالية

Exchange Price and Finnance Trans-formations

(٨-٤) تمرينات **Exercises**

(٨-١) التجارة الدولية وسعر الصرف

Foreign Trade and Exchange Price

لكل دولة عملة نقدية خاصة بها فى التعاملات داخل الدولة، فمثلا الجنيه المصرى هو العملة فى جمهورية مصر العربية، والجنيه الاسترلينى فى المملكة المتحدة البريطانية، الين اليابانى فى اليابان، والريال السعودى فى المملكة السعودية ، والفرنك الفرنسى فى فرنسا والمارك فى المانيا، ... الخ.

وفى التجارة الدولية يتم تبادل السلع والخدمات بين الدول فى شكل صادرات وواردات، ويتطلب هذا التبادل التجارى الدولى تحديد قيمة العملة الوطنية فى مقابل العملات الاجنبية لكى يمكن تحديد قيمة السلع والخدمات التى يتم تبادلها. فعلى سبيل المثال اذا قامت احدى المؤسسات المصرية باستيراد أجهزة قيمتها ٥٠٠٠٠ جنيه استرلينى من أحدى الشركات الانجليزية - فإذا قامت المؤسسة المصرية (الجهة المستوردة) بسداد قيمة الأجهزة المستوردة بالجنيه المصرى حيث تساوى قيمة هذه الأجهزة بالجنيه المصرى ٢٧٥٠٠٠ جنيه مصرى أو بعبارة أخرى الجنيه الواحد الاسترلينى يساوى ٥.٥ جنيه مصرى (٢٧٥٠٠٠÷ ٥٠٠٠٠ = ٥,٥٠). ويسمى المقدار ٥,٥٠ بسعر صرف الجنيه الاسترلينى بالجنيه المصرى.

وعلى العكس اذا صدرت احدى الشركات المصرية بضائع قيمتها ٨٠٠٠٠٠ جنيه مصرى لاحدى الشركات الانجليزية (المستورد) فإن الشركة الانجليزية تقوم بدفع قيمة البضائع بالجنيه الاسترلينى حيث تقوم بدفع

الانجليزية تقوم بدفع قيمة البضائع بالجنيه الاسترلينى حيث تقوم بدفع ١٤٥٤٥,٥٥ جنيه استرلينى.

اذا كان الجنيه الاسترلينىيساوى ٥,٥٠ جنيه مصرى أو بعبارة اخرى الجنيه الواحد المصرى يساوى تقريبا ٠,١٨١٨٢ جنيه استرلينى (حيث الجنيه الاسترلينى = ٥,٥٠ جنيه مصرى بالتالى فإن الجنيه المصرى يساوى (١÷٥,٥٠=٠,١٨١٨٢ جنيه استرلينى) وبالتالى يسمى المقدار ٠,١٨١٨٢ بسعر صرف الجنيه المصرى بالجنيه الاسترلينى. مما سبق يمكن تعريف سعر الصرف بأنه سعر تبادل العملات فى نطاق التعاملات الدولية.

ومن الأمثلة السابقة يتضح أن سعر الصرف يعتبر عامل أساسى فى عمليات التصدير والاستيراد.

أهمية سعر الصرف:

١- يعكس سعر الصرف للعملة الوطنية بالنسبة للعملات الاجنبية قوة العملة الوطنية بالنسبة للعملات الأجنبية الاخرى. حيث انخفاض قيمة العملة الوطنية والذى يعكس ارتفاع سعر الصرف للعملات الأجنبية يؤدى الى ارتفاع تكاليف الواردات مما يؤدى الى ارتفاع الأسعار فى السوق الوطنية بالاضافة أن ارتفاع سعر الصرف للعملات الأجنبية يؤدى الى زيادة حجم الديون الخارجية مقوما بالعملة الوطنية وبالتالى الى زيادة العجز الصافى للموازنة.

٢- كذلك يؤخذ فى الاعتبار سعر الصرف عند عقد الاتفاقات المالية الدولية والاقتراض الخارجى.

٣- عدم استقرار سعر الصرف للعملة الوطنية بالنسبة للعملات الاجنبية يؤدى الى ارتفاع اسعار المنتجات النهائية المحلية نتيجة لارتفاع اسعار متطلبات الانتاج المستوردة.

مما سبق يتضح أهمية سعر الصرف حيث يكون من أهم أهداف السياسة الاقتصادية العمل على استقرار سعر الصرف للعملة الوطنية بالنسبة للعملات الاجنبية.

ويعتبر الاسلوب الأمثل لرفع قيمة العملة الوطنية فى مقابل العملات الاجنبية هو زيادة القدرة التصديرية للانتاج الوطنى عن طريق اختبار المنتجات التى لها ميزة نسبية فى التصدير.

كذلك من أهم الاساليب المباشرة لتحقيق استقرار فى سعر الصرف للعملة الوطنية بالنسبة للعملات الاجنبية هو اسلوب الحماية الجمركية حيث يمكن الحد من زيادة الواردات من خلال التحكم فى معدلات الرسوم الجمركية.

(٨-٢) إيجاد سعر الصرف

Finding the Exchange Price

إذا اشرنا لسعر صرف العملة (أ) بالنسبة للعملة (ب) بالرمز (ص) على النحو: عملة (أ)/ عملة (ب). (ص)" وهذا يعنى أن الوحدة الواحدة من العملة (أ) تساوى عدد (ص) من العملة (ب).

ومثال ذلك:

١- دولار امريكى / جنيه مصرى (٣,٣٧)

فهذا يعنى أن الدولار الواحد الامريكى يساوى ٣,٣٧ جنيه مصرى.

٢- جنيه استرلينى /جنيه مصرى (٥,٥٠)

فهذا يعنى أن الجنيه الاسترلينى يساوى ٥,٥٠ جنيه مصرى.

٣- دولار امريكى / مارك المانى (١,٤٥)

فهذا يعنى أن الدولار الواحد الامريكى يساوى ١,٤٥ مارك المانى.

ويمكن ايجاد سعر الصرف باستخدام احد المعادلتين التاليتين:

$$\text{(أ)/ (ب).(ص)} = \frac{\text{المبلغ بالعملة (ب)}}{\text{المبلغ بالعملة (أ)}} \qquad (١-٨)$$

$$\text{(ب)/ (أ).(ص)} = \frac{\text{المبلغ بالعملة (أ)}}{\text{المبلغ بالعملة (ب)}} \qquad (٢-٨)$$

وسوف نوضح استخدام المعادلتين السابقتين من خلال الأمثلة التالية:

مثال (٨-١):

قامت أحدى الشركات المصرية بأستيراد بضائع بمبلغ ٢٧٠٠٠٠ دولار من أحدى الشركات الأمريكية وأتفقت الشركتين (المصدرة الامريكية

والمستوردة المصرية) على سداد ثمن البضائع بالجنيه المصرى على أن تدفع الشركة المصرية مبلغ ٨٩٩١٠٠ جنيه مصرى ثمنا للبضاعة. أوجد كل من:

١- سعر صرف الدولار بالنسبة للجنيه المصرى.

٢- سعر صرف الجنيه المصرى بالنسبة للدولار الامريكى.

الحـــل :

إذا فرضنا أن الدولار الامريكى العملة (أ)، والجنيه المصرى العملة (ب). فإن :

١- $(أ)/(ب)\ (ص) = \frac{المبلغ\ بالعملة\ (ب)}{المبلغ\ بالعملة\ (أ)} = \frac{٨٩٩١٠٠}{٢٧٠٠٠٠}$

$= ٣,٣٣ \leftarrow$

(أ) / (ب) (٣,٣٣) أى أن الدولار الواحد يساوى ٣,٣٣ جنيه مصرى.

٢- $(ب) / (أ)\ (ص) = \frac{المبلغ\ بالعملة\ (أ)}{المبلغ\ بالعملة\ (ب)}$

$= \frac{٢٧٠٠٠٠}{٨٩٩١٠٠} \simeq ٠,٣٠٠$

أى أن الجنيه المصرى يساوى تقريبا ٠,٣٠ دولار أمريكى.

مثال (٨-٢):

قامت احدى المؤسسات المصرية بشراء بضائع المانيه من أحدى الشركات الألمانية بمبلغ ٦٠٠,٠٠٠ فرنك ألمانى. فإذا قامت بسداد الثمن بالجنيه المصرى بمبلغ قدرة ٩٠٠,٠٠٠ جنيه مصرى.

١- أوجد سعر الصرف للفرنك الألمانى بالنسبة للجنيه المصرى.

٢- أوجد سعر الصرف للجنيه المصرى بالنسبة للفرنك الألمانى.

٣- إذا كان سعر صرف الدولار الأمريكى بالنسبة للفرنك الألمانى يساوى ١,٤٠ - كم دولار يجب أن تدفعها المؤسسة المصرية إذا قامت بالسداد بالدولار الأمريكى - أوجد سعر الصرف للدولار الأمريكى بالنسبة للجنيه المصرى.

الحــل :

إذا فرضنا أن الفرنك الألمانى يمثل العملة (أ)، والجنيه المصرى يمثل العملة (ب).

١- (أ) / (ب) (ص) = $\frac{\text{المبلغ بالجنيه المصرى}}{\text{المبلغ بالفرنك الألمانى}}$

$$= \frac{٩٠٠٠٠٠}{٦٠٠٠٠٠} = ١,٥$$

أى أن الفرنك الواحد يساوى ١,٥ جنيه مصرى.

(ب) / (أ) (ص) = $\frac{\text{المبلغ بالفرنك}}{\text{المبلغ بالجنيه}}$

$$= \frac{٦٠٠٠٠٠}{٩٠٠٠٠٠} = ٠,٦٦٧$$

أى أن الجنيه المصرى الواحد يساوى ٠,٦٦٧ فرنك المانى.

٣- المبلغ بالدولار = ٦٠٠,٠٠٠ × $\frac{١}{١,٤}$

= ٤٢٨٥٧١,٤٣ دولار أمريكى.

٤- سعر الصرف للدولار بالنسبة للجنيه المصرى

$$= \frac{\text{المبلغ بالجنيه المصرى}}{\text{المبلغ بالدولار الامريكى}}$$

$$= \frac{٩٠٠٠٠٠}{٤٢٨٥٧١,٤٣} = ٢,١$$

أى أن الدولار الواحد يساوى ٢,١ جنيه مصرى.

(٨-٣) سعر الصرف والتحويلات المالية

Exchange Price and Finnance Transformations

فى عمليات الاستيراد والتصدير يتم سداد ديون المعاملات التجارية الدولية عن طريق البنوك بشراء العملة المطلوبة للسداد أو باستخدام التحويلات البنكية بالشيكات ، حيث تقوم البنوك بعملية شراء وبيع العملات النقدية مقابل عمولة تحصل عليها - وعادة تتمثل عمولة البنك فى الفرق بين سعر البيع وسعر الشراء النقدى للعملة فى حالة البيع والشراء المباشر - كذلك يتم تحصيل مستحقات المعاملات التجارية الدولية عن طريق البنوك وذلك مقابل عمولة يحصل عليها البنك. وفيما يلى سوف نتناول ذلك بالتفصيل.

أولا: سداد ديون المعاملات التجارية الدولية:

فى المعاملات التجارية الدولية يتم سداد ديون المعاملات التجارية الدولية عن طريق البنوك بشراء العملة المطلوبة للسداد أو باستخدام التحويلات البنكية بالشيكات.

- وعند شراء العملة المطلوبة من البنك لسداد الدين يتم الشراء بأسعار بيع البنك للعملة فى يوم الشراء حيث تتمثل عمولة البنك فى هذه الحالة فى الفرق بين أسعار البيع وأسعار الشراء النقدى للعملة بالنسبة للبنك.
- أما فى حالة التحويلات البنكية فإن البنك يحصل على عمولة تضاف قيمتها لسعر الشراء وسوف نوضح ذلك من خلال الأمثلة التالية:

مثال (٨-٣):

قامت أحدى كليات الطب المصرية باستيراد أجهزة طبية من أحدى الشركات الانجليزية بمبلغ ٧٠,٠٠٠ جنيه استرلينى. فإذا كان سعر الصرف للجنيه الاسترلينى يساوى ٥,٥٧٠ جنيه (شراء)، ٥,٥٩ جنيه (بيع) وأن البنك يتقاضى عمولة ٠٣%.

١- أوجد عمولة البنك.

٢- أوجد اجمالى المبلغ الذى تقوم الكلية بدفعه للبنك بالجنيه المصرى لتحويله للشركة الانجليزية.

الحل :

١- تعتبر هذه العملية من التحويل عملية بيع ٧٠٠,٠٠٠ جنيه استرلينى لكلية الطب وبالتالى يكون سعر الصرف ٥,٥٩ جنيه مصرى لكل جنيه استرلينى وبالتالى يكون:

قيمة المبلغ بالجنيه المصرى = ٧٠٠,٠٠٠ × ٥,٥٩

= ٣٩١٣٠٠٠ جنيه

عمولة البنك = قيمة المبلغ × عمولة البنك

$$= ٣٩١٣٠٠٠ \times \frac{٣}{١٠٠٠} = ١١٧٣٩ \text{ جنيه}$$

٢- اجمالى المبلغ الذى تقوم الكلية بدفعه للبنك

= قيمة المبلغ بالجنيه المصرى + عمولة البنك

= ٣٩١٣٠٠٠ + ١١٧٣٩ = ٣٩٢٤٧٣٩ جنيه

مثال (٨-٤):

قامت أحدى شركات انتاج السيراميك بجمهورية مصر العربيـة بتصدير منتجـات قيمتـها ١٠٠,٠٠٠ دولار امريكـى الـى احـدى المؤسسـات الأمريكيـة وتسلمت الشركـة شيك بـالمبلغ وقدمتـه الـى أحـد البنـوك المصريـة لتحصيلـه بالجنيه المصرى فإذا كان سعر الصرف للدولار ٣,٦٠ جنيه (شراء)، ٣,٦٧٠ (بيع) وأن عمولة البنك ٠٢,٠%. أوجد مايلى:

١- قيمة الشيك بالجنيه المصرى.

٢- عمولة البنك.

٣- صافى المبلغ الذى تحصل عليه الشركة.

الحــل :

١- تعتبر هذه العمليـة بالنسبة للبنـك عمليـة شـراء مبلـغ ١٠٠,٠٠٠ دولار وبالتالى يكون سعر الصـرف ٣,٦٠ جنيـه (شـراء) لكـل دولار وبالتـالى يكون:

قيمة الشيك بالجنيه المصرى = ١٠٠,٠٠٠ × ٣,٦٠= ٣٦٠٠٠٠ جنيه

٢- عمولة البنك = قيمة الشيك × العمولة

$$= ٣٦٠٠٠٠ \times \frac{٢}{١٠٠٠} = ٧٢٠ \text{ جنيه}$$

٣- صافى المبلغ الذى تحصل عليه شركة السراميك

= قيمة الشيك بالجنيه المصرى - عمولة البنك

= ٣٦٠,٠٠٠ - ٧٢٠ = ٣٥٩٢٨٠ جنيه

مثال (٨-٥):

قامت احدى الشركات المصرية بتصدير منتجات قيمتها ٩٠٠,٠٠٠ فرانك فرنسى وقامت المؤسسة الفرنسية المستوردة بتقديم شيك بالمبلغ للشركة. فإذا قامت الشركة بتحصيل الشيك من أحد البنوك المصرية بالجنيه المصرى مقابل عمولة ١,٥ ٠% حيث سعر الصرف ٢,١١ جنيه (شراء)، ٢,١٥ جنيه (بيع للفرنك الواحد.

١- أوجد قيمة الشيك بالجنيه المصرى.

٢- أوجد عمولة البنك.

٣- صافى المبلغ الذى يدفعه البنك للشركة.

الحـــل : العملية بالنسبه للبنك عملية شراء

١- قيمة الشيك بالجنيه المصرى=٩٠٠,٠٠٠×٢,١١=١٨٩٩٠٠٠ جنيه

٢- عمولة البنك = ١٨٩٩٠٠٠ × $\frac{١,٥}{١٠٠٠}$ = ٢٨٤٨,٥ جنيه

٣- صافى المبلغ الذى تحصله الشركة = قيمة الشيك - عمولة البنك

= ١٨٩٩٠٠٠ - ٢٨٤٨,٥ = ١٨٩٦١٥١,٥ جنيه

ثانيا: تحصيل مستحقات المعاملات التجارية الدولية:

وكما ذكرنا سابقا أن البنوك تقوم بخصم الأوراق التجارية فى المعاملات التجارية المحلية كذلك تقوم بخصم الاوراق التجارية فى المعاملات التجارية الدولية.

ومن الباب الثانى نجد أن:

الخصم التجارى = القيمة الأسمية × معدل الخصم × مدة الخصم

القيمة الحالية التجارية = القيمة الأسمية - الخصم التجارى

ومن خلال الأمثلة التالية سوف نوضح خصم الأوراق التجارية بالعملات الأجنبية وتحصل قيمتها بالعملة المحلية.

مثال (٨-٦):

قامت احدى المؤسسات المصرية بتقديم كمبيالة قيمتها (الأسمية) ١٧٠,٠٠٠ دولار امريكى عند تاريخ استحقاقها لأحد البنوك المصرية لأسترداد مستحقاتها لدى أحد الشركات الأمريكية. فإذا كان سعر الشراء للدولار ٢,٦١ جنيه مصرى وسعر البيع ٢,٦٢ جنيه مصرى. فإذا كانت عمولة البنك ١%. أوجد عمولة البنك ثم أوجد صافى المستحق للمؤسسة.

الحـــل:

بما أن الكمبيالة قدمت للبنك فى تاريخ استحقاقها بالتالى فإن العملية بالنسبة للبنك تعتبر عملية شراء كذلك نجد أن:

قيمة الخصم التجارى تساوى صفر قيمة الكمبيالة بالجنيه المصرى

= ١٧٠,٠٠٠ × ٢,٦١ = ٤٤٣٧٠٠ جنيه

١- عمولة البنك = ٤٤٣٧٠٠ × $\frac{١}{١٠٠}$ = ٤٤٣٧ جنيه

٢- صافى المستحق للمؤسسة = ٤٤٣٧٠٠ - ٤٤٣٧ = ٤٣٩٢٦٣ جنيه

مثال (٨-٧):

فى ٢٠٠٠/٦/١٩ قدمت احدى المؤسسات الانجليزية لأحد البنوك فى لندن كمبيالة مستحقه لها فىتاريخ ٢٠٠٠/٨/٢٣ لخصمها حيث القيمة الأسمية للكمبيالة ٥٨٢٠٠ دولار أمريكى.

فإذا كان سعر صرف الدولار بالنسبة للجنيه الاسترلينى ٠,٦٤ شراء ، ٠,٦٤٢ (بيع). وسعر الخصم ٨% سنويا، وعمولة البنك ٠٢ %.

١- أوجد مدة الخصم.

٢- قيمة الخصم التجارى.

٣- القيمة الحالية للكمبيالة بالدولار ثم بالجنيه الاسترلينى.

٤- عمولة البنك.

٥- صافى المبلغ الذى تحصل عليه المؤسسة بالجنيه الاسترلينى.

الحـــل :

	يونيه		يوليو		اغسطس		
١- مدة الخصم	١١	+	٣١	+	٢٣	=	٦٥ يوم

٢- الخصم التجارة على الكمبيالة = مبلغ الكمبيالة × معدل الخصم × مدة الخصم

$$= ٥٨٢٠٠ \times \frac{٨}{١٠٠} \times \frac{٦٥}{٣٦٠} = ٨٤٠,٦٧$$ دولار

٣- القيمة الحالية للكمبيالة = القيمة الأسمية - الخصم التجارى

= ٥٨٢٠٠ - ٨٤٠,٦٧ = ٥٧٣٥٩,٣٣ دولار

= ٣٦٧٠٩,٩٧ جنيه استرلينى

٤- عمولة البنك = القيمة الحالية بالجنيه الاسترلينى × معدل العمولة

$$= ٣٦٧٠٩,٩٧ \times \frac{٢}{١٠٠٠} = ٧٣,٤٢$$ جنيه استرلينى

٥- صافى المبلغ = القيمة الحالية للكمبيالة بالجنيه الاسترلينى - عمولة البنك

= ٣٦٧٠٩,٩٧ - ٧٣,٤٢ = ٣٦٦٣٦,٥٥ جنيه استرلينى

مثال (٨-٨):

قدم أحد رجال الأعمال المصرية كمبيالة قيمتها الأسمية ٢٥٠,٠٠٠ دولار أمريكى لخصمها قبل موعد أستحقاقها بـ ٧٥ يوم فإذا كان سعر صرف الدولار الأمريكى يساوى ٣,٦٢ جنيه مصرى (شراء)، ٣,٦٣ جنيه مصرى (بيع) وسعر الخصم للدولار ٧% سنويا وعمولة البنك ٢٠٠%.

١- أوجد القيمة الحالية للكمبيالة بكل من الدولار والجنيه المصرى.

٢- أوجد صافى المبلغ الذى يحصل عليه رجال الأعمال.

الحـــل :

مدة الخصم = ٧٥ يوم

قيمة الخصم = القيمة الأسمية × معدل الخصم × مدة الخصم

$$= ٢٥٠,٠٠٠ \times \frac{٧}{١٠٠} \times \frac{٧٥}{٣٦٠} = ٣٦٤,٥٨ \text{ دولار}$$

١- القيمة الحالية للكمبيالة = ٢٥٠.٠٠٠ - ٣٦٤,٥٨

= ٢٤٩٦٣٥,٤٢ دولار

= ٢٤٩٦٣٥,٤٢ × ٣,٦٢ = ٩٠٣٦٨٠,٢٢ جنيه مصرى

٢- عمولة البنك = القيمة الحالية للكمبيالة بالجنيه المصرى × معدل العمولة

$$= ٩٠٣٦٨٠,٢٢ \times \frac{٢}{١٠٠٠} = ١٨٠٧,٣٦ \text{ جنيه}$$

صافى المبلغ الذى يحصل عليه رجل الأعمال = القيمة الحالية - العمولة

= ٩٠٣٦٨٠,٢٢ - ١٨٠٧,٣٦

= ٩٠١٨٧٢,٨٦ جنيه مصرى

مثال (٨-٩):

قامت احدى الشركات المصرية بسحب كمبيالة على مؤسسة أمريكية وقبل موعد استحقاقها بشهر قدمتها لأحد البنوك المصرية للحصول على قيمتها بالعملة الوطنيه فحصلت على مبلغ ٧٥٢٠٠٠ جنيه مصرى فإذا كان سعر الدولار ٣,٣٩ جنيه مصرى (شراء)، ٣٤٠ جنيه مصرى (بيع)، وعمولة البنك ٣% ومعدل الخصم ٦% سنويا. أوجد القيمة الأسمية للكمبيالة.

الحـــل :

بما أن الصافى الذى حصلت عليه الشركة

= القيمة الحالية للكمبيالة بالجنيه المصرى - عمولة البنك

$\leftarrow$

٧٥٢٠٠٠ = القيمة الحالية للكمبيالة بالجنيه المصرى - (القيمة الحالية بالجنيه المصرى × معدل العمولة)

= القيمة الحالة $\left[١ - \frac{٣}{١٠٠} \right]$ = القيمة الحالية $\left(\frac{٩٧}{١٠٠} \right)$

$\leftarrow$

القيمة الحالية للكمبيالة بالجنيه المصرى = ٧٥٢٠٠٠ × $\frac{١٠٠}{٩٧}$

= ٧٧٥٢٥٧,٧٣ جنيه مصرى

= ٧٧٥٢٥٧,٧٣ × $\frac{١}{٣,٤٠}$ = ٢٢٨٠١١٦,٩٨ دولار امريكى

وبما أن القيمة الحالية = القيمة الأسمية - الخصم التجارى

= القيمة الأسمية [١- (معدل الخصم × مدة الخصم)]

= القيمة الأسمية [١- ($\frac{٦}{١٠٠} \times \frac{١}{١٢}$)]

= القيمة الأسمية (٠,٩٩٥) ←

القيمة الأسمية = القيمة الحالية × $\frac{١}{٠,٩٩٥}$

= ٢٢٨٠١٦,٩٨ × $\frac{١}{٠,٩٩٥}$ = ٢٢٩١٦٢,٧٩ دولار امريكى

(٨-ع) تمريـــنـــات Exercises

(٨-١) قـامت احـدى الشركـات المصريـة بتصديـر بضـائع الـى أحـدى المؤسسات الالمانية وقامت بسـحب كمبيالـة علـى المؤسسـة الالمانيـة قيمتها الاسمية ١٧٥٠٠٠ مارك المانى فإذا قدمـت الشركـة الـى أحد البنوك المصرية للحصول على قيمتها بالعملة الوطنية حيث أن سـعر صرف المارك الالمانى ١,٧٣ جنيه مصـرى (شـراء) ، ١,٧٢ جنيـه مصرى (بيع) وسعر الخصـم للمـارك الالمـانى ٨% سنويا وعمولـة البنك ٠٢,% . أوجد:

١- القيمـة الحاليـة للكمبيالـة اذا قدمتـها الشركـة للبنـك فـى تـاريخ استحقاقها كذلك المبلغ الذى تقوم الشركة بتحصيله.

٢- القيمة الحالية للكمبيالة اذا قدمتها الشركة قبل موعـد اسـتحقاقها بثلاثة شهور ثم أوجد المبلغ الذى تقوم الشركة بتحصيله.

(٨-٢) وضح معنى كل من المصطلحات التالية:

١- سعر الصرف : جنيه استرلينى / جنيه مصرى (٥,٠٤).
٢- سعر الصرف : دولار امريكى / جنيه مصرى (٣,٦٠).
٣- سعر الصرف : فرنك فرنسى / جنيه مصرى (٠,٥٦).
٤- سعر الصرف: جنيه مصرى / جنيه استرلينى (٠,٢).
٥- سعر الصرف: ريال سعودى / جنيه مصرى (٠,٨).
٦- سعر الصرف : دولار امريكى / فرنك سويسرى (٠,٦٨).

(٨-٣) اذا كـان سـعر الصـرف : جنيـه اسـترلينى / جنيـه مصـرى (٥,٠٤)، سعر الصرف: دولار امريكى / جنيه مصرى (٣,٦٧). أوجد:

١- سعر الصرف: جنيه استرلينى / دولار امريكى.

٢- سعر الصرف: دولار امريكى / جنيه استرلينى.

(٨-٤) احسب المبلـغ ١٨٧٢٠٠ جنيـه اسـترلينى بالجنيـه المصـرى اذا كـان سـعر الصـرف للجنيـه الاسـترلينى ٥,٠٤ جنيــه مصــرى (شــراء)، ٥,٠٣ (بيع).

(٨-٥) أوجد سعر الصرف فى كل حالة من الحالات التالية:

١- ٧٨٥٠٠ جنيه استرلينى فى مقابل ٤٢٣١١٥ جنيه مصرى.

٢- ٩٥٠ دولار امريكى فى مقابل ٣٤٨٦,٥ جنيه مصرى.

٣- ١٦٠٠٠ جنيه مصرى فى مقابل ٣٢٠٠ جنيه استرلينى.

٤- ٨٧٠٠٠ فرنك فرنسى فى مقابل ١٧٤٠٠٠ جنيه مصرى.

٥- ٢٨٧ ريال سعودى فى مقابل ٣٥٨٧,٥ جنيه مصرى.

٦- ٣٧٥٠٠ جنيه مصرى فى مقابل ٤٦٨٧٥ ريال سعودى.

(٨-٦) خصمت احدى الشركات المصرية فـى احد البنـوك الوطنيـة كمبيالـة مسـتحقة لـها علـى شركـة المانيـة قيمتـها الاسـمية ١٧٨٠٠٠ مــارك المانى حيث تستحق الكمبيالة الاستحقاق بعد ٣ شهر، فإذا كان معـدل الخصم للمارك الالمانى ٦% سنويا وسعر الصرف للمــارك الالمـانى يسـاوى ١,٤٥ جنيـه مصـرى (شـراء)، ١,٤٢ جنيـه مصـرى (بيــع) وعمولـة البنـك ٠,٠٣%. أحسـب صـــافى مـا تحصـل عليـه الشركـة المصرية بالعملة الوطنية.

جدول (7-1)

جدول استهلاك القرض

الفترة الزمنية	رصيد القرض أول الفترة		الفائدة المستحقة		مبلغ القسط المتساوى		المستهلك من أصل القرض		رصيد القرض آخر الفترة	
	مليم	جنية	مليم	جنيه	مليم	جنية	مليم	جنية	مليم	جنية
1	-	200000	-	12000	189	32207	189	20207	811	179792
2	811	179792	569	10787	189	32207	620	21419	191	158373
3	191	158373	392	9502	189	32207	797	22704	394	135668
4	394	135668	104	8140	189	32207	085	24067	309	111601
5	309	111601	079	6696	189	32207	111	25511	198	86090
6	198	86090	412	5165	189	32207	777	27041	421	59048
7	421	59048	905	3542	189	32207	284	28664	137	30384
8	137	30384	048	1823	189	32207	141	30384	صفر	صفر
اجمالى			0.09*	57657	512	257657	-	200000		

* الفرق 0.009 فى جملة الفائدة 57657.009 يرجع الى التقريب الى 3 أرقام عشرية.

جدول (1)

حساب استهلاك القرض

الفترة الزمنية	رصيد القرض أول الفترة		الفائدة المستحقة		مبلغ القسط المتساوى		المستهلك من أصل القرض		رصيد القرض آخر الفترة	
	مليم	جنية	مليم	جنيه	مليم	جنية	مليم	جنية	مليم	جنية
1	-	12000	-	240	118	1638	118	1398	882	10601
2	882	10601	038	212	118	1638	080	1426	802	9175
3	803	9175	516	183	118	1638	602	1454	200	7721
4	200	7721	424	154	118	1638	692	1483	506	6237
5	506	6237	750	124	118	1638	368	1513	138	4724
6	138	4724	483	94	118	1638	635	1543	503	3180
7	503	3180	610	63	118	1638	508	1574	995	1605
8	-	1066	120	32	118	1638	-	1606	-	-
المجموع			941	1104	944	13104	-	12000		

جدول (3)

حساب استهلاك القرض

الفترة الزمنية	رصيد القرض أول الفترة		الفائدة المستحقة		مبلغ القسط المتساوى		المستهلك من أصل القرض		رصيد القرض آخر الفترة	
	مليم	جنية	مليم	جنيه	مليم	جنية	مليم	جنية	مليم	جنية
1	-	18500	-	740	0952	3529	0952	2789	9048	15710
2	9048	15710	4362	628	0952	3529	6590	2900	2458	12810
3	2458	12810	4098	512	0952	3529	6854	3016	5604	9793
4	5604	9793	7424	391	0952	3529	3528	3137	2076	6656
5	2076	6656	2483	266	0952	3529	8469	3262	361	3393
6	361	3393	734	135	0952	3529	361	3393	-	-
المجموع			3506	2669	5712	21174	-	18500		

جدول (4)
حساب استهلاك القرض

الفترة الزمنية	رصيد القرض أول الفترة		الفائدة المستحقة		مبلغ القسط المتساوى		المستهلك من أصل القرض		رصيد القرض آخر الفترة	
	مليم	جنية	مليم	جنيه	مليم	جنية	مليم	جنية	مليم	جنية
1	403	8613	338	538	-	2500	662	1961	741	6651
2	741	6651	734	415	-	2500	266	2084	475	4567
3	475	4567	467	285	-	2500	532	2214	942	2352
4	932	2352	059	147	-	2500	941	2352	-	-
المجموع			598	1386	-	10000	402	8613		

جدول (5)

حساب استهلاك القرض

الفترة الزمنية	رصيد القرض أول الفترة		الفائدة المستحقة		مبلغ القسط المتساوى		المستهلك من أصل القرض		رصيد القرض آخر الفترة	
	مليم	جنية	مليم	جنيه	مليم	جنية	مليم	جنية	مليم	جنية
1	-	2500	-	-	9961	519	9961	519	0039	1980
2	0039	1980	6000	39	9961	519	396	480	6079	1499
3	6079	1499	9922	29	9961	519	0039	490	604	1009
4	604	1009	19208	20	9961	519	804	499	800	509
5	800	509	196	10	9961	519	8001	509	-	-
المجموع			980	99	980	2599	-	2500		-

جدول (7-2)

جدول استهلاك الدين (القرض)

الفترة	رصيد أول الفترة		الفائدة على رصيد أول الفترة		القسط المتساوى		المستهلك من أصل القرض		رصيد آخر الفترة	
	مليم	جنية	مليم	جنيه	مليم	جنية	مليم	جنية	مليم	جنية
1	-	20000	-	-	833	5735	833	5735	167	14264
2	167	14264	417	1426	833	5735	416	4309	751	9954
2	751	9954	475	995	833	5735	416	4309	751	9954
3	751	9954	475	995	833	5735	358	4740	393	5214
4	393	5214	439	521	833	5735	394	5214	-	-
			331	2943	332	22943	-	20000		

جدول (7-3)

جدول استهلاك الدين (القرض)

الفترة	رصيد أول السنة		الفائدة على رصيد أول السنة		القسط المتساوى		المستهلك من أصل القرض		رصيد آخر السنة	
	مليم	جنية	مليم	جنيه	مليم	جنية	مليم	جنية	مليم	جنية
1	-	5000	-	-	387	1487	387	1487	613	3512
2	613	3512	153	878	387	1487	234	609	379	2903
3	379	2903	845	725	387	1487	542	761	737	2141
4	373	2141	434	535	378	1487	953	951	784	1189
5	784	1189	446	297	378	1487	941	1189	157-	
			878	2436	935	7436	-	5000		

ملحق (١)

المتواليه العددية

ملحق (١)

المتوالية العددية

إذا كان لدينا المتتابعة:

أ ، أ + د ، أ + ٢ د ، أ + ٣ د ، ... أ + (ن - ١) د

فإننا نجد أن عدد حدودها يساوى ن بحيث أن:

حدها الأول = أ ،

حدها الثانى = أ + د ،

حدها الثالث = أ + ٢ د

⋮

وحدها رقم (ر)= أ + (ر - ١) د

حيث نلاحظ أن الفرق بين كل حدين متتاليين يساوى مقدار ثابت (د) ، فإنه فى هذه الحالة تسمى المتتابعة متتابعة أو متوالية عدديه (أو الحسابية) حدها الأول يساوى أ ، وأساسها (يساوى المقدار الثابت د) يساوى د وعدد حدودها يساوى ن:

فإذا رمزنا بالرمز $ح_ن$ لمجموع حدود المتوالية العددية فإن:

$$ح_ن = \frac{ن}{٢} [٢أ + (ن-١) د]$$

أو

$$ح_ن = \frac{ن}{٢} [أ_١ + أ_ن]$$

حيث $أ_١$ ، $أ_ن$ هما الحد الأول والحد الأخير فى المتوالية على الترتيب.

٢٠٢ ، ٢٠٤ ،

ملحق (٢)

المتوالية الهندسية

ملحق (٢)
المتوالية الهندسية

إذا كان لدينا المتوالية

أ ، أ ر ، أ ر^{٢} ، أ ر^{٣} ، ... ، أ ر$^{ن-١}$

حيث :

أ$_{١}$ = أ

أ$_{٢}$ = أ ر

أ$_{٣}$ = أ ر^{٢}

أ$_{٤}$ = أ ر^{٣}

⋮

بالمثل:

أ$_{هـ}$ = أ ر$^{(هـ-١)}$

فإننا نلاحظ أن خارج قسمة كل حد من حدود المتوالية على الحد السابقة له مباشرة مقدار ثابت يساوى ر ، فى هذه الحالة تسمى المتوالية بالمتوالية الهندسية حدها الاول يساوى أ ، وعدد حدودها يساوى ن وأساسها (المقدار الثابت) يساوى ر. فإذا رمزنا لمجموع حدود هذه المتوالية بالرمز حـ$_{ن}$ أيضا فإن:

$$حـ_{ن} = \frac{أ(ر^{ن}-١)}{ر-١} \quad ، \quad ر > ١$$

أو

$$ح_ن = \frac{أ(١ - ر^ن)}{١ - ر} \quad ، \quad ر < ١$$

وعندما ر < ١ ، ن ← ∞ فإن المتوالية في هذه الحالة تسمى بالمتوالية الهندسية اللانهائية بحيث :

$$ح_ن = \frac{أ}{١ - ر}$$

٢٠٧ ، ٢٠٨ ، ابيض

ملحق (٣)

الأرقام المسلسلة لأيام السنة

ملحق (٣)

الأرقام المسلسلة لأيام السنة

جدول (١): الرقم المسلسل لكل يوم من أيام السنة البسيطة

اليوم من الشهر	يناير	فبراير	مارس	ابريل	مايو	يونيه	يوليه	اغسطس	سبتمبر	اكتوبر	نوفمبر	ديسمبر
١	١	٣٢	٦٠	٩١	١٢١	١٥٢	١٨٢	٢١٣	٢٤٤	٢٧٤	٣٠٥	٣٣٥
٢	٢	٣٣	٦١	٩٢	١٢٢	١٥٣	١٨٣	٢١٤	٢٤٥	٢٧٥	٣٠٦	٣٣٦
٣	٣	٣٤	٦٢	٩٣	١٢٣	١٥٤	١٨٤	٢١٥	٢٤٦	٢٧٦	٣٠٧	٣٣٧
٤	٤	٣٥	٦٣	٩٤	١٢٤	١٥٥	١٨٥	٢١٦	٢٤٧	٢٧٧	٣٠٨	٣٣٨
٥	٥	٣٦	٦٤	٩٥	١٢٥	١٥٦	١٨٦	٢١٧	٢٤٨	٢٧٨	٣٠٩	٣٣٩
٦	٦	٣٧	٦٥	٩٦	١٢٦	١٥٧	١٨٧	٢١٨	٢٤٩	٢٧٩	٣١٠	٣٤٠
٧	٧	٣٨	٦٦	٩٧	١٢٧	١٥٨	١٨٨	٢١٩	٢٥٠	٢٨٠	٣١١	٣٤١
٨	٨	٣٩	٦٧	٩٨	١٢٨	١٥٩	١٨٩	٢٢٠	٢٥١	٢٨١	٣١٢	٣٤٢
٩	٩	٤٠	٦٨	٩٩	١٢٩	١٦٠	١٩٠	٢٢١	٢٥٢	٢٨٢	٣١٣	٣٤٣
١٠	١٠	٤١	٦٩	١٠٠	١٣٠	١٦١	١٩١	٢٢٢	٢٥٣	٢٨٣	٣١٤	٣٤٤
١١	١١	٤٢	٧٠	١٠١	١٣١	١٦٢	١٩٢	٢٢٣	٢٥٤	٢٨٤	٣١٥	٣٤٥
١٢	١٢	٤٣	٧١	١٠٢	١٣٢	١٦٣	١٩٣	٢٢٤	٢٥٥	٢٨٥	٣١٦	٣٤٦
١٣	١٣	٤٤	٧٢	١٠٣	١٣٣	١٦٤	١٩٤	٢٢٥	٢٥٦	٢٨٦	٣١٧	٣٤٧
١٤	١٤	٤٥	٧٣	١٠٤	١٣٤	١٦٥	١٩٥	٢٢٦	٢٥٧	٢٨٧	٣١٨	٣٤٨
١٥	١٥	٤٦	٧٤	١٠٥	١٣٥	١٦٦	١٩٦	٢٢٧	٢٥٨	٢٨٨	٣١٩	٣٤٩
١٦	١٦	٤٧	٧٥	١٠٦	١٣٦	١٦٧	١٩٧	٢٢٨	٢٥٩	٢٨٩	٣٢٠	٣٥٠
١٧	١٧	٤٨	٧٦	١٠٧	١٣٧	١٦٨	١٩٨	٢٢٩	٢٦٠	٢٩٠	٣٢١	٣٥١
١٨	١٨	٤٩	٧٧	١٠٨	١٣٨	١٦٩	١٩٩	٢٣٠	٢٦١	٢٩١	٣٢٢	٣٥٢
١٩	١٩	٥٠	٧٨	١٠٩	١٣٩	١٧٠	٢٠٠	٢٣١	٢٦٢	٢٩٢	٣٢٣	٣٥٣

تابع جدول (١): الرقم المسلسل لكل يوم من أيام السنة البسيطة

اليوم من الشهر	يناير	فبراير	مارس	ابريل	مايو	يونيه	يوليه	اغسطس	سبتمبر	اكتوبر	نوفمبر	ديسمبر
٢٠	٢٠	٥١	٧٩	١١٠	١٤٠	١٧١	٢٠١	٢٣٢	٢٦٣	٢٩٣	٣٢٤	٣٥٤
٢١	٢١	٥٢	٨٠	١١١	١٤١	١٧٢	٢٠٢	٢٣٣	٢٦٤	٢٩٤	٣٢٥	٣٥٥
٢٢	٢٢	٥٣	٨١	١١٢	١٤٢	١٧٣	٢٠٣	٢٣٤	٢٦٥	٢٩٥	٣٢٦	٣٥٦
٢٣	٢٣	٥٤	٨٢	١١٣	١٤٣	١٧٤	٢٠٤	٢٣٥	٢٦٦	٢٩٦	٣٢٧	٣٥٧
٢٤	٢٤	٥٥	٨٣	١١٤	١٤٤	١٧٥	٢٠٥	٢٣٦	٢٦٧	٢٩٧	٣٢٨	٣٥٨
٢٥	٢٥	٥٦	٨٤	١١٥	١٤٥	١٧٦	٢٠٦	٢٣٧	٢٦٨	٢٩٨	٣٢٩	٣٥٩
٢٦	٢٦	٥٧	٨٥	١١٦	١٤٦	١٧٧	٢٠٧	٢٣٨	٢٦٩	٢٩٩	٣٣٠	٣٦٠
٢٧	٢٧	٥٨	٨٦	١١٧	١٤٧	١٧٨	٢٠٨	٢٣٩	٢٧٠	٣٠٠	٣٣١	٣٦١
٢٨	٢٨	٥٩	٨٧	١١٨	١٤٨	١٧٩	٢٠٩	٢٤٠	٢٧١	٣٠١	٣٣٢	٣٦٢
٢٩	٢٩	-	٨٨	١١٩	١٤٩	١٨٠	٢١٠	٢٤١	٢٧٢	٣٠٢	٣٣٣	٣٦٣
٣٠	٣٠	-	٨٩	١٢٠	١٥٠	١٨١	٢١١	٢٤٢	٢٧٣	٣٠٣	٣٣٤	٣٦٤
٣١	٣١	-	٩٠	-	١٥١	-	٢١٢	٢٤٣	-	٣٠٤	-	٣٦٥

جدول (٢): الرقم المسلسل لكل يوم من أيام السنة الكبيسة

اليوم من الشهر	يناير	فبراير	مارس	ابريل	مايو	يونيه	يوليه	اغسطس	سبتمبر	اكتوبر	نوفمبر	ديسمبر
١	١	٣٢	٦١	٩٢	١٢٢	١٥٣	١٨٣	٢١٤	٢٤٥	٢٧٥	٣٠٦	٦٣٦
٢	٢	٣٣	٦٢	٩٣	١٢٣	١٥٤	١٨٤	٢١٥	٢٤٦	٢٧٦	٣٠٧	٣٣٧
٣	٣	٣٤	٦٣	٩٤	١٢٤	١٥٥	١٨٥	٢١٦	٢٤٧	٢٧٧	٣٠٨	٣٣٨
٤	٤	٣٥	٦٤	٩٥	١٢٥	١٥٦	١٨٦	٢١٧	٢٤٨	٢٧٨	٣٠٩	٣٣٩
٥	٥	٣٦	٦٥	٩٦	١٢٦	١٥٧	١٨٧	٢١٨	٢٤٩	٢٧٩	٣١٠	٣٤٠
٦	٦	٣٧	٦٦	٩٧	١٢٧	١٥٨	١٨٨	٢١٩	٢٥٠	٢٨٠	٣١١	٣٤١
٧	٧	٣٨	٦٧	٩٨	١٢٨	١٥٩	١٨٩	٢٢٠	٢٥١	٢٨١	٣١٢	٣٤٢
٨	٨	٣٩	٦٨	٩٩	١٢٩	١٦٠	١٩٠	٢٢١	٢٥٢	٢٨٢	٣١٣	٣٤٣
٩	٩	٤٠	٦٩	١٠٠	١٣٠	١٦١	١٩١	٢٢٢	٢٥٣	٢٨٣	٣١٤	٣٤٤
١٠	١٠	٤١	٧٠	١٠١	١٣١	١٦٢	١٩٢	٢٢٣	٢٥٤	٢٨٤	٣١٥	٣٤٥
١١	١١	٤٢	٧١	١٠٢	١٣٢	١٦٣	١٩٣	٢٢٤	٢٥٥	٢٨٥	٣١٦	٣٤٦
١٢	١٢	٤٣	٧٢	١٠٣	١٣٣	١٦٤	١٩٤	٢٢٥	٢٥٦	٢٨٦	٣١٧	٣٤٧
١٣	١٣	٤٤	٧٣	١٠٤	١٣٤	١٦٥	١٩٥	٢٢٦	٢٥٧	٢٨٧	٣١٨	٣٤٨
١٤	١٤	٤٥	٧٤	١٠٥	١٣٥	١٦٦	١٩٦	٢٢٧	٢٥٨	٢٨٨	٣١٩	٣٤٩
١٥	١٥	٤٦	٧٥	١٠٦	١٣٦	١٦٧	١٩٧	٢٢٨	٢٥٩	٢٨٩	٣٢٠	٣٥٠
١٦	١٦	٤٧	٧٦	١٠٧	١٣٧	١٦٨	١٩٨	٢٢٩	٢٦٠	٢٩٠	٣٢١	٣٥١
١٧	١٧	٤٨	٧٧	١٠٨	١٣٨	١٦٩	١٩٩	٢٣٠	٢٦١	٢٩١	٣٢٢	٣٥٢
١٨	١٨	٤٩	٧٨	١٠٩	١٣٩	١٧٠	٢٠٠	٢٣١	٢٦٢	٢٩٢	٣٢٣	٣٥٣
١٩	١٩	٥٠	٧٩	١١٠	١٤٠	١٧١	٢٠١	٢٣٢	٢٦٣	٢٩٣	٣٢٤	٣٥٤
٢٠	٢٠	٥١	٨٠	١١١	١٤١	١٧٢	٢٠٢	٢٣٣	٢٦٤	٢٩٤	٣٢٥	٣٥٥
٢١	٢١	٥٢	٨١	١١٢	١٤٢	١٧٣	٢٠٣	٢٣٤	٢٦٥	٢٩٥	٣٢٦	٣٥٦
٢٢	٢٢	٥٣	٨٢	١١٣	١٤٣	١٧٤	٢٠٤	٢٣٥	٢٦٦	٢٩٦	٣٢٧	٣٥٧
٢٣	٢٣	٥٤	٨٣	١١٤	١٤٤	١٧٥	٢٠٥	٢٣٦	٢٦٧	٢٩٧	٣٢٨	٣٥٨

تابع جدول (٢): الرقم المسلسل لكل يوم من أيام السنه الكبيسة

اليـــوم مـــــن الشهر	يناير	فبراير	مارس	ابريل	مايو	يونيه	يوليه	اغسطس	سبتمبر	اكتوبر	نوفمبر	ديسمبر
٢٤	٢٤	٥٥	٨٤	١١٥	١٤٥	١٧٦	٢٠٦	٢٣٧	٢٦٨	٢٩٨	٣٢٩	٣٥٩
٢٥	٢٥	٥٦	٨٥	١١٦	١٤٦	١٧٧	٢٠٧	٢٣٨	٢٦٩	٢٩٩	٣٣٠	٣٦٠
٢٦	٢٦	٥٧	٨٦	١١٧	١٤٧	١٧٨	٢٠٨	٢٣٩	٢٧٠	٣٠٠	٣٣١	٣٦١
٢٧	٢٧	٥٨	٨٧	١١٨	١٤٨	١٧٩	٢٠٩	٢٤٠	٢٧١	٣٠١	٣٣٢	٣٦٢
٢٨	٢٨	٥٩	٨٨	١١٩	١٤٩	١٨٠	٢١٠	٢٤١	٢٧٢	٣٠٢	٣٣٣	٣٦٣
٢٩	٢٩	٦٠	٨٩	١٢٠	١٥٠	١٨١	٢١١	٢٤٢	٢٧٣	٣٠٣	٣٣٤	٣٦٤
٣٠	٣٠	-	٩٠	١٢١	١٥١	١٨٢	٢١٢	٢٤٣	٢٧٤	٣٠٤	٣٣٥	٣٦٥
٣١	٣١	-	٩١	-	١٥٢	-	٢١٣	٢٤٤	-	٣٠٥	-	٣٦٦

ملحق (٤)

جملة الوحدة النقدية (١+ع)^{ن}

ملحق (٤)

الجدول التالى يعطى جملة الوحدة النقدية (١+ع)^{ن} عند القيم المختلفة لـ ن

ع = ٠,٥%

ن	(١+ع)^{ن}	ن	(١+ع)^{ن}	ن	(١+ع)^{ن}
١	١,٠٠٥٠٠٠٠٠	٢١	١,١١٠٤٢٠٠٦	٤١	١,٢٢٦٨٩٨٢٠٨
٢	١,١٠٠٢٥٠٠	٢٢	١,١١٥٩٧٢١٦	٤٢	١,٢٣٣٠٣٢٦٩٩
٣	١,٠١٥٠٧٥١٣	٢٣	١,١٢١٥٥٢٠٢	٤٣	١,٢٣٩١٩٧٨٦٢
٤	١,٠٢٠١٥٠٥٠	٢٤	١,١٢٧١٥٩٧٨	٤٤	١,٢٤٥٣٩٣٨٥٢
٥	١,٠٢٥٢٥١٢٥	٢٥	١,١٣٢٧٩٥٥٨	٤٥	١,٢٥١٦٢٠٨٢١
٦	١,٠٣٠٣٧٧٥١	٢٦	١,١٣٨٤٥٩٠٠	٤٦	١,٢٥٧٨٧٨٩٢٥
٧	١,٠٣٥٥٢٩٤٠	٢٧	١,١٤٤١٥١٨٥	٤٧	١,٢٦٤١٦٨٣١٩
٨	١,٠٤٠٧٠٧٠٤	٢٨	١,١٤٩٨٧٢٦١	٤٨	١,٢٧٠٤٨٩١٦١
٩	١,٠٤٥٩١٠٥٨	٢٩	١,١٥٥٦٢١١٩٧	٤٩	١,٢٧٦٨٤١٦٠٧
١٠	١,٠٥١١٤٠١٣	٣٠	١,١٦١٤٠٠٨	٥٠	١,٢٨٣٢٢٥٨١٥
١١	١,٠٥٦٣٩٥٨٣	٣١	١,١٦٧٢٠٧٠٨	٥١	١,٢٨٩٦٤١٩٤٤
١٢	١,٠٦١٦٧٧٨١	٣٢	١,١٧٣٠٤٣١٢	٥٢	١,٢٩٦٠٩٠١٥٤
١٣	١,٠٦٦٩٨٦٢٠	٣٣	١,١٧٨٩٠٨٣٣	٥٣	١,٣٠٢٥٧٠٦٠٤
١٤	١,٠٧٢٣٢١١٣	٣٤	١,١٨٤٨٠٢٨٨	٥٤	١,٣٠٩٠٨٦٤٥٨
١٥	١,٠٧٧٦٨٢٧٤	٣٥	١,١٩٠٧٢٦٨٩	٥٥	١,٣١٥٦٢٨٨٧٥
١٦	١,٠٨٣٠٧١١١٥	٣٦	١,١٩٦٦٨٠٥٢	٥٦	١,٣٢٢٢٠٧٠١٩
١٧	١,٠٨٨٤٨٦٥١	٣٧	١,٢٠٢٦٦٣٩٣	٧٥	١,٣٢٨٨١٨٠٥٤
١٨	١,٠٩٣٩٢٨٩٤	٣٨	١,٢٠٨٦٧٧٢٥	٥٨	١,٣٣٥٤٦٢١٤٥
١٩	١,٠٩٩٣٩٨٥٨	٣٩	١,٢١٤٧٢٠٦٣	٥٩	١,٣٤٢١٣٩٤٥٥
٢٠	١,١٠٤٨٩٥٥٨	٤٠	١,٢٢٠٧٩٤٢٤	٦٠	١,٣٤٨٨٥٠١٥٣

٢٧٦

جملة الوحدة النقدية $(١+ع)^{ن}$ عند القيم المختلفة لـ ن

ع = ١%

ن	$(١+ع)^{ن}$	ن	$(١+ع)^{ن}$	ن	$(١+ع)^{ن}$
١	١,٠١٠٠٠٠٠٠	٢١	١,٢٣٢٣٩١٩٤	٤١	١,٥٠٣٧٥٢٣٧١
٢	١,٠٢٠١٠٠٠٠	٢٢	١,٢٤٤٧١٥٨٦	٤٢	١,٥١٨٧٨٩٨٩٥
٣	١,٠٣٠٣٠١٠٠	٢٣	١,٢٥٧١٦٣٠٢	٤٣	١,٥٣٣٩٧٧٧٩٤
٤	١,٠٤٠٦٠٤٠١	٢٤	١,٢٦٩٧٣٤٦٥	٤٤	١.٥٤٩٣١٧٥٧٢
٥	١,٠٥١٠١٠٠٥	٢٥	١,٢٨٢٤٣٢٠٠	٤٥	١,٥٦٤٨١٠٧٤٧
٦	١,٠٦١٥٢٠١٥	٢٦	١,٢٩٥٢٥٦٣١	٤٦	١,٥٨٠٤٥٨٨٥٥
٧	١,٠٧٢١٣٥٣٥	٢٧	١,٣٠٨٢٠٨٨٨	٤٧	١,٥٩٦٢٦٣٤٤٣
٨	١,٠٨٢٨٥٦٧١	٢٨	١,٣٢١١٢٩٠٩٧	٤٨	١,٦١٢٢٢٦٠٧٨
٩	١,٠٩٣٦٨٥٢٦	٢٩	١,٣٢٤٥٠٣٨٨	٤٩	١,٦٢٨٣٤٨٣٣٨
١٠	١,١٠٤٦٢٢١٣	٣٠	١,٣٤٧٨٤٨٩٢	٥٠	١,٦٤٤٦٣١٨٢٢
١١	١,١١٥٦٦٨٣٥	٣١	١,٣٦١٣٢٧٤٠	٥١	١,٦٦١٠٧٨١٤
١٢	١,١٢٦٨٢٥٠٣	٣٢	١,٣٧٤٩٤٠٦٨	٥٢	١,٦٧٧٦٨٨٩٢١
١٣	١,١٣٨٠٩٣٢٨	٣٣	١,٣٨٨٦٩٠٠٩	٥٣	١,٦٩٤٤٦٥٨١١
١٤	١,١٤٩٤٧٤٢١	٣٤	١,٤٠٢٥٧٦٩٩	٥٤	١,٧١١١٤١٠٤٦٩
١٥	١,١٦٠٩٦٨٩٦	٣٥	١,٤١٦٦٠٢٧٦	٥٥	١,٧٢٨٥٢٤٥٧٣
١٦	١,١٧٢٥٧٨٦٤	٣٦	١,٤٣٠٧٦٨٧٨	٥٦	١,٧٤٥٨٠٩٨١٩
١٧	١,١٨٤٣٠٤٤٣	٣٧	١,٤٤٥٠٧٦٤٧	٥٧	١,٧٦٣٢٦٧٩١٧
١٨	١,١٩٦١٤٧٤٨	٣٨	١,٤٥٩٥٢٧٢٤	٥٨	١,٧٨٠٩٠٠٥٩٧
١٩	١,٢٠٨١٠٨٩٥	٣٩	١,٤٧٤١٢٢٥١	٥٩	١,٧٩٨٧٠٩٦٠٣
٢٠	١,٢٢٠١٩٠٠٤	٤٠	١,٤٨٨٨٦٣٧٣	٦٠	١,٨١٦٦٩٦٦٩٩

٣١٧

جملة الوحدة النقديه (١+ع)^{ن} عند القيم المختلفة لـ ن

ع = ١,٥%

ن	(١+ع)^{ن}	ن	(١+ع)^{ن}	ن	(١+ع)^{ن}
١	١,٠١٥٠٠٠٠	٢١	١,٣٦٧٠٥٧٨٣	٤١	١,٨٤١٢٢٨٦٨٥
٢	١,٠٣٠٢٢٥٠٠	٢٢	١,٣٨٧٥٦٣٧٠	٤٢	١,٨٦٨٨٤٧١١٥
٣	١,٠٤٥٦٧٨٣٨	٢٣	١,٤٠٨٣٧٧١٥	٤٣	١,٨٩٦٨٧٩٨٢٢
٤	١,٠٦١٣٦٣٥٥	٢٤	١,٤٢٩٥٠٢٨١	٤٤	١,٩٢٥٣٣٣٠١٩
٥	١,٠٧٧٢٨٤٠٠	٢٥	١,٤٥٠٩٤٥٣٥	٤٥	١,٩٥٤٢١٣٠١٤
٦	١,٠٩٣٤٤٣٢٦	٢٦	١,٤٧٢٧٠٩٥٣	٤٦	١,٩٨٣٥٢٦٢١
٧	١,١٠٩٨٤٤٩١	٢٧	١,٤٩٤٨٠٠١٨	٤٧	٢,٠١٣٢٧٩١٠٣
٨	١,١٢٦٤٩٢٥٩	٢٨	١,٥١٧٢٢٢١٨	٤٨	٢,٠٤٣٤٧٨٢٨٩
٩	١,١٤٣٣٨٩٩٨	٢٩	١,٥٣٩٩٨٠٥١	٤٩	٢,٠٧٤١٣٠٤٦٤
١٠	١,١٦٠٥٤٠٨٣	٣٠	١,٥٦٣٠٨٠٢٢	٥٠	٢,١٠٥٢٤٢٤٢١
١١	١,١٧٧٩٤٨٩٤	٣١	١,٥٨٦٥٢٦٤٢	٥١	٢,١٣٦٨٢١٠٥٧
١٢	١,١٩٥٦١٨١٧	٣٢	١,٦١٠٣٢٤٣٢	٥٢	٢,١٦٨٨٧٣٣٧٣
١٣	١,٢١٣٥٥٢٤٤	٣٣	١,٦٣٤٤٧٩١٨	٥٣	٢,٢٠١٤٠٦٤٧٣
١٤	١,٢٣١٧٥٥٧٣	٣٤	١,٦٥٨٩٩٦٣٧	٥٤	٢,٢٣٤٤٢٧٥٧
١٥	١,٢٥٠٢٣٢٠٧	٣٥	١,٦٨٣٨٨١٣٢	٥٥	٢,٢٦٧٩٤٣٩٨٤
١٦	١,٢٦٨٩٨٥٥٥	٣٦	١,٧٠٩١٣٩٥٤	٥٦	٢,٣٠١١٩٦٣١٤٤
١٧	١,٢٨٨٠٢٠٣٣	٣٧	١,٧٣٤٧٧٦٦٣	٥٧	٢,٣٣٦٤٩٢٥٩١
١٨	١,٣٠٧٣٤٠٦٤	٣٨	١,٧٦٠٧٩٨٢٨	٥٨	٢,٣٧١٥٣٩٩٨
١٩	١,٣٢٦٩٥٠٧٥	٣٩	١,٧٨٧٢١٠٢٥	٥٩	٢,٤٠٧١١٣٠٧٩
٢٠	١,٣٤٦٨٥٥٠١	٤٠	١,٨١٤٠١٨٤١	٦٠	٢,٤٤٣٢١٩٧٧٦

جملة الوحدة النقديه (١+ع)^{ن} عند القيم المختلفة لـ ن

ع = ٢%

ن	(١+ع)^{ن}	ن	(١+ع)^{ن}	ن	(١+ع)^{ن}
١	١,٠٢٠٠٠٠٠٠	٢١	١,٥١٥٦٦٦٣٤	٤١	٢,٢٥٢٢٠٠٤٥٧
٢	١,٠٤٠٤٠٠٠٠	٢٢	١,٥٤٥٩٧٩٦٧	٤٢	٢,٢٩٧٢٤٤٤٦٦
٣	١,٠٦١٢٠٨٠٠	٢٣	١,٥٧٦٨٩٩٢٦	٤٣	٢,٣٤٣١٨٩٣٥٥
٤	١,٠٨٢٤٣٢١٦	٢٤	١,٦٠٨٤٣٧٢٥	٤٤	٢,٣٩٠٠٥٣١٤٢
٥	١,١٠٤٠٨٠٨٠	٢٥	١,٦٤٠٦٠٥٩٩	٤٥	٢,٤٣٧٨٥٤٢٠٥
٦	١,١٢٦١٦٢٤٢	٢٦	١,٦٧٣٤١٨١١	٤٦	٢,٤٨٦٦١١١٢٨٩
٧	١,١٤٨٦٨٥٦٧	٢٧	١,٧٠٦٨٨٦٤٨	٤٧	٢,٥٣٦٣٤٣٥١٥
٨	١,١٧١٦٥٩٣٨	٢٨	١,٧٤١٠٢٤٢١	٤٨	٢,٥٨٧٠٧٠٣٨٥
٩	١,١٩٥٠٩٢٥٧	٢٩	١,٧٧٥٨٤٤٦٩	٤٩	٢,٦٣٨٨١١٧٩٣
١٠	١,٢١٨٩٩٤٤٢	٣٠	١,٨١١٣٦١٥٨	٥٠	٢,٦٩١٥٨٨٠٢٩
١١	١,٢٤٣٣٧٤٣١	٣١	١,٨٤٧٥٨٨٨٢	٥١	٢,٧٤٥٤١٩٧٩
١٢	١,٢٦٨٢٤١٧٩	٣٢	١,٨٨٤٥٤٠٥٩	٥٢	٢,٨٠٠٣٢٨١٨٥
١٣	١,٢٩٣٦٠٦٦٣	٣٣	١,٩٢٢٢٣١٤٠	٥٣	٢,٨٥٦٣٣٤٧٤٩
١٤	١,٣١٩٤٧٨٧٦	٣٤	١,٩٦٠٦٧٦٠٣	٥٤	٢,٩١٣٤٦١١٤٤٤
١٥	١,٣٤٥٨٦٨٣٤	٣٥	١,٩٩٩٨٨٩٥٥	٥٥	٢,٩٧١٧٣٠٦٧٣
١٦	١,٣٧٢٧٨٥٧١	٣٦	٢,٠٣٩٨٨٧٣٤	٥٦	٣,٠٣١١٦٥٢٨٦
١٧	١,٤٠٠٢٤١٤٢	٣٧	٢,٠٨٠٦٨٥٠٩	٥٧	٣,٠٩١٧٨٨٥٩٢
١٨	١,٤٢٨٢٤٦٢٥	٣٨	٢,١٢٢٢٩٨٧٩	٥٨	٣,١٥٣٦٢٤٣٦٤
١٩	١,٤٥٦٨١١٧	٣٩	٢,١٦٤٧٤٤٧٧	٥٩	٣,٢١٦٦٩٦٨٥١
٢٠	١,٤٨٥٩٤٧٤٠	٤٠	٢,٢٠٨٠٣٩٦٦	٦٠	٣,٢٨١٠٣٠٧٨٨

٣١٩

جملة الوحدة النقديه (١+ع)^{ن} عند القيم المختلفة لـ ن

ع = ٢,٥%

ن	(١+ع)^{ن}	ن	(١+ع)^{ن}	ن	(١+ع)^{ن}
١	١,٠٢٥٠٠٠٠	٢١	١,٦٧٩٥٨١٨٥	٤١	٢,٧٥٢١٩٠٤٣٤
٢	١,٠٥٠٦٢٥٠٠	٢٢	١,٧٢١٥٧١٤٠	٤٢	٢,٨٢٠٩٩٥١٩٥
٣	١,٠٧٦٨٩٠٧٣	٢٣	١,٧٦٤٦١٠٦٨	٤٣	٢,٨٩١٥٢٠٠٧٥
٤	١,١٠٣٨١٢٨٩	٢٤	١,٨٠٨٧٢٥٩٥	٤٤	٢,٩٦٣٨٠٨٠٧٧
٥	١,١٣١٤٠٨٢١	٢٥	١,٨٥٣٩٤٤١٠	٤٥	٣,٠٣٧٩٠٣٢٧٩
٦	١,١٥٩٦٩٣٤٤	٢٦	١,٩٠٠٢٩٢٧٠	٤٦	٣,١١٣٨٥٠٨٦١
٧	١,١٨٨٦٨٥٧٥	٢٧	١,٩٤٧٨٠٠٠٢	٤٧	٣,١٩١٦٩٧١٣٢
٨	١,٢١٨٤٠٢٩٠	٢٨	١,٩٩٦٤٩٥٠٢	٤٨	٣,٢٧١٤٨٩٥٦
٩	١,٢٤٨٨٦٢٩٧	٢٩	٢,٠٤٦٤٠٧٣٩	٤٩	٣,٣٥٣٢٧٦٨
١٠	١,٢٨٠٠٨٤٥٤	٣٠	٢,٠٩٧٥٦٧٥٨	٥٠	٣,٤٣٧١٠٨٧١٩
١١	١,٣١٢٠٨٦٦٦	٣١	٢,١٥٠٠٠٦٧٧	٥١	٣,٥٢٣٠٣٦٤٣٧
١٢	١,٣٤٤٨٨٨٨٢	٣٢	٢,٢٠٣٧٥٦٩٤	٥٢	٣,٦١١١١٢٣٤٨
١٣	١,٣٧٨٥١١٠٤	٣٣	٢,٢٥٨٨٥٠٨٦	٥٣	٣,٧٠١٣٩٠١٥٧
١٤	١,٤١٢٩٧٣٨٢	٣٤	٢,٣١٥٣٢٢١٣	٥٤	٣,٧٩٣٩٢٤٩١١
١٥	١,٤٤٨٢٩٨١٧	٣٥	٢,٣٧٣٢٠٥١٩	٥٥	٣,٨٨٨٧٧٣٠٣٤
١٦	١,٤٨٤٥٠٥٦٢	٣٦	٢,٤٣٢٥٣٥٣٢	٥٦	٣,٩٨٥٩٩٢٣٥٩
١٧	١,٥٢١٦١٨٢٦	٣٧	٢,٤٩٣٣٤٨٧٠	٥٧	٤,٠٨٥٦٤٢١١٦٨
١٨	١,٥٥٩٦٥٨٧٢	٣٨	٢,٥٥٥٦٨٢٤٢	٥٨	٤,١٨٧٧٨٣٢٢٣
١٩	١,٥٩٨٦٥٠١٩	٣٩	٢,٦١٩٥٧٤٤٨	٥٩	٤,٢٩٢٤٧٧٨٠٣
٢٠	١,٦٣٨٦١٦٤٤	٤٠	٢,٦٨٥٠٦٣٨٤	٦٠	٤,٣٩٩٧٨٩٧٤٨

جملة الوحدة النقديه (١+ع)^{ن} عند القيم المختلفة لـ ن

ع = ٣%

ن	(١+ع)^{ن}	ن	(١+ع)^{ن}	ن	(١+ع)^{ن}
١	١,٠٣٠٠٠٠٠	٢١	١,٨٦٠٢٩٤٥٧	٤١	٣,٣٥٩٨٩٨٩٢٦
٢	١,٠٦٠٩٠٠٠	٢٢	١,٩١٦١٠٣٤١	٤٢	٣,٤٦٠٦٩٥٨٩٣
٣	١,٠٩٢٧٢٧٠٠	٢٣	١,٩٧٣٥٨٦٥١	٤٣	٣,٥٦٤٥١٦٧٧
٤	١,١٢٥٥٠٨٨١	٢٤	٢,٠٣٢٧٩٤١١	٤٤	٣,٦٧١٤٥٢٢٧٣
٥	١,١٥٩٢٧٤٠٧	٢٥	٢,٠٩٣٧٧٧٩٣	٤٥	٣,٧٨١٥٩٥٨٤٢
٦	١,١٩٤٠٥٢٣٠	٢٦	٢,١٥٦٥٩١٢٧	٤٦	٣,٨٩٥٠٤٣٧١٧
٧	١,٢٢٩٨٧٣٨٧	٢٧	٢,٢٢١٢٨٩٠١	٤٧	٤,٠١١٨٩٥٠٢٨
٨	١,٢٦٦٧٧٠٠٨	٢٨	٢,٢٨٧٩٢٧٦٨	٤٨	٤,١٣٢٢٥١٨٧٩
٩	١,٣٠٤٧٧٣١٨	٢٩	٢,٣٥٦٥٦٥٥١	٤٩	٤,٢٥٦٢١٩٤٣٥
١٠	١,٣٤٣٩١٦٣٨	٣٠	٢,٤٢٧٢٦٢٤٧	٥٠	٤,٣٨٣٩٠٦٠١٩
١١	١,٣٨٤٢٢٣٨٧	٣١	٢,٥٠٠٠٨٠٣٥	٥١	٤,٥١٥٤٢٣١٩٩
١٢	١,٤٢٥٧٦٠٨٩	٣٢	٢,٥٧٥٠٨٢٧٦	٥٢	٤,٦٥٠٨٨٥٨٩٥
١٣	١,٤٦٨٥٣٣٧١	٣٣	٢,٦٥٢٣٣٥٢٤	٥٣	٤,٧٩٠٤١٢٤٧٢
١٤	١,٥١٢٥٨٩٧٢	٣٤	٢,٧٣١٩٠٥٣٠	٥٤	٤,٩٣٤١٢٤٨٤٦
١٥	١,٥٥٧٩٦٧٤٢	٣٥	٢,٨١٣٨٦٢٤٥	٥٥	٥,٠٨٢١٤٨٥٩١
١٦	١,٦٠٤٧٠٦٤٤	٣٦	٢,٨٩٨٢٧٨٣٣	٥٦	٥,٢٣٤٦١٣٠٤٩
١٧	١,٦٥٢٨٤٧٦٣	٣٧	٢,٩٨٥٢٢٦٦٨	٥٧	٥,٣٩١٦٥١٤٤١
١٨	١,٧٠٢٤٣٣٠٦	٣٨	٣,٠٧٤٧٨٣٤٨	٥٨	٥,٥٥٣٤٠٠٩٨٤
١٩	١,٧٥٣٥٠٦٠٥	٣٩	٣,١٦٧٠٢٦٩٨	٥٩	٥,٧٢٠٠٠٣٠١٣
٢٠	١,٨٠٦١١١٢٣	٤٠	٣,٢٦٢٠٣٧٧٩	٦٠	٥,٨٩١٦٠٣١٠٤

جملة الوحدة النقديه $(١+ع)^{ن}$ عند القيم المختلفة لـ ن

ع = ٣,٥%

ن	$(١+ع)^{ن}$	ن	$(١+ع)^{ن}$	ن	$(١+ع)^{ن}$
١	١,٠٣٥٠٠٠٠	٢١	٢,٠٥٩٤٣١٤٧	٤١	٤,٠٩٧٨٣٣٨١١
٢	١,٠٧١٢٢٥٠٠	٢٢	٢,١٣١٥١١٥٨	٤٢	٤,٢٤١٢٥٧٩٩٤
٣	١,١٠٨٧١٧٨٨	٢٣	٢,٢٠٦١١٤٤٨	٤٣	٤,٣٨٩٧٠٢٠٢٤
٤	١,٤٧٥٢٣٠٠	٢٤	٢,٢٨٣٣٢٨٤٩	٤٤	٤,٥٤٣٣٤١٥٩٥
٥	١,١٨٧٦٨٦٣١	٢٥	٢,٣٦٣٢٤٤٩٨	٤٥	٤,٧٠٢٣٥٨٥٥١
٦	١,٢٢٩٢٥٥٣٣	٢٦	٢,٤٤٥٩٥٨٥٦	٤٦	٤,٨٦٦٩٤١١
٧	١,٢٧٢٢٧٩٢٦	٢٧	٢,٥٣١٥٦٧١١	٤٧	٥,٠٣٧٢٨٤٠٣٩
٨	١,٣١٦٨٠٩٠٤	٢٨	٢,٦٢٠١٧١٩٦	٤٨	٥,٥١٣٥٨٨٩٨
٩	١,٣٦٢٨٩٧٣٥	٢٩	٢,٧١١٧١٩٨	٤٩	٥,٣٩٦٠٦٤٥٩٤
١٠	١,٤١٠٥٩٨٧٦	٣٠	٢,٨٠٦٧٩٣٧٠	٥٠	٥,٥٨٤٩٢٦٨٥٥
١١	١,٤٥٩٩٦٩٧٢	٣١	٢,٩٠٥٠٣١٤٨	٥١	٥,٧٨٠٣٩٩٢٩٥
١٢	١,٥١١٠٦٨٦٦	٣٢	٣.٠٠٦٧٠٧٥٩	٥٢	٥,٩٨٢٧١٣٢٧
١٣	١,٥٦٣٩٥٦٠٦	٣٣	٣,١١١٩٤٢٣٥	٥٣	٦,١٩٢١٠٨٢٣٥
١٤	١,٦١٨٦٩٤٥٢	٣٤	٣,٢٢٠٨٦٠٣٣	٥٤	٦,٤٠٨٨٣٢٠٢٣
١٥	١,٦٧٥٣٤٨٨٣	٣٥	٣,٣٣٣٥٩٠٤٥	٥٥	٦,٦٣٣١٤١١٤٤
١٦	١,٧٣٣٩٨٦٠٤	٣٦	٣,٤٥٠٢٦٦١١	٥٦	٦,٨٦٥٣٠١٠٨٤
١٧	١,٧٩٤٦٧٥٥٥	٣٧	٣,٥٧١٠٢٥٤٣	٥٧	٧,٣٠٣٩١٧٩٢
١٨	١,٨٥٧٤٨٩٢٠	٣٨	٣,٦٩٦٠١١٣٢	٥٨	٧,٣٥٤٢٨٢١٥٣
١٩	١,٩٢٢٥٠١٣٢	٣٩	٣,٨٢٥٣٧١٧١	٥٩	٧,٦١١٦٨٢٠٢٩
٢٠	١,٩٨٩٧٨٨٨٦	٤٠	٣,٩٥٩٢٥٩٧٢	٦٠	٧,٨٧٨٠٩٠٩

جملة الوحدة النقديه $(١+ع)^{ن}$ عند القيم المختلفة لـ ن

ع = ٤%

ن	$(١+ع)^{ن}$	ن	$(١+ع)^{ن}$	ن	$(١+ع)^{ن}$
١	١,٠٤٠٠٠٠٠٠٠	٢١	٢,٢٧٨٧٦٨٠٧	٤١	٤,٩٩٣٠٦١٤٥٣
٢	١,٠٨١٦٠٠٠٠	٢٢	٢,٣٦٩٩١٨٧٩	٤٢	٥,١٩٢٧٨٣٩١١٥
٣	١,١٢٤٨٦٤٠	٢٣	٢,٤٦٤٧١٥٥٤	٤٣	٥,٤٠٠٤٩٥٢٦٧
٤	١,١٦٩٨٥٨٥٦	٢٤	٢,٥٦٣٣٠٤١٦	٤٤	٥,٦١٦٥١٥٠٧٨
٥	١,٢١٦٦٥٢٩٠	٢٥	٢,٦٦٥٨٣٦٣٣	٤٥	٥,٨٤١١٧٥٦٨١
٦	١,٢٦٥٣١٩٠٢	٢٦	٢,٧٧٢٤٦٩٧٨	٤٦	٦,٠٧٤٨٢٢٧٠٨
٧	١,٣١٥٩٣١٧٨	٢٧	٢,٨٨٣٣٦٨٥٨	٤٧	٦,٣١٧٨١٥٦١٦
٨	١,٣٦٨٥٦٩٠٥	٢٨	٢,٩٩٨٧٠٣٣٢	٤٨	٦,٥٧٠٥٢٨٢٤١
٩	١,٤٢٣٣١٨١	٢٩	٣,١١٨٦٥١٤٥	٤٩	٦,٨٣٣٣٤٩٣٧١
١٠	١,٤٨٠٢٤٤٢٨	٣٠	٣,٢٤٣٣٩٧٥١	٥٠	٧,١٠٦٦٨٣٣٤٦
١١	١,٥٣٩٤٥٤٠٦	٣١	٣,٣٧٣١٣٣٤١	٥١	٧,٣٩٠٩٥٠٦٧٩
١٢	١,٦٠١٠٣٢٢٢	٣٢	٣,٥٠٨٠٥٨٧٥	٥٢	٧,٦٨٦٥٨٨٧٠٦
١٣	١,٦٦٥٠٧٣٥١	٣٣	٣,٦٤٨٣٨١١٠	٥٣	٧,٩٩٤٠٥٢٢٥٥
١٤	١,٧٣١٦٧٦٤٥	٣٤	٣,٧٩٤٣١٦٣٤	٥٤	٨,٣١٣٨١٤٣٤٥
١٥	١,٨٠٠٩٤٣٥١	٣٥	٣,٩٤٦٠٨٨٩٩	٥٥	٨,٦٤٦٣٦٦٩١٩
١٦	١,٧٢٩٨١٢٥	٣٦	٤,١٠٣٩٣٢٥٥	٥٦	٨,٩٩٢٢٢١٥٩٦
١٧	١,٩٤٧٩٠٠٥٠	٣٧	٤,٢٠٦٨٠٨٩٨٦	٥٧	٩,٣٥١٩١٠٤٥٩
١٨	٢,٢٥٨١٦٥٢	٣٨	٤,٤٣٨٨١٣٤٥	٥٨	٩,٧٢٥٩٨٧٨٧٨
١٩	٢,١٠٦٨٤٩١٨	٣٩	٤,٦١٦٣٦٥٩٩	٥٩	١٠,١١٥٠٢٦٣٥
٢٠	٢,١٩١١٢٣١٤	٤٠	٤,٨٠١٠٢٠٦٣	٦٠	١٠,٥١٩٦٢٧٤١

جملة الوحدة النقديه (١+ع)$^{\text{ن}}$ عند القيم المختلفة لـ ن

ع = ٤,٥%

ن	(١+ع)$^{\text{ن}}$	ن	(١+ع)$^{\text{ن}}$	ن	(١+ع)$^{\text{ن}}$
١	١,٠٤٥٠٠٠٠٠	٢١	٢,٥٢٠٢٤١١٦٠	٤١	٦,٠٧٨١٠٠٩٤٢
٢	١,٠٩٢٠٢٥٠٠	٢٢	٢,٦٣٣٦٥٢٠١	٤٢	٦,٣٥١٦١٥٤٨٤
٣	١,١٤١١٦٦١٣	٢٣	٢,٧٥٢١٦٦٣٥	٤٣	٦,٦٣٧٤٣٨١٨١
٤	١,١٩٢٥١٨٦٠	٢٤	٢,٨٧٦٠١٣٨٣	٤٤	٦,٩٣٦١٢٢٨٩٩
٥	١,٢٤٦١٨١٩٤	٢٥	٣,٠٠٥٤٣٤٤٦	٤٥	٧,٢٤٨٢٤٨٤٢٩
٦	١,٣٠٢٢٦٠١٢	٢٦	٣,١٤٠٦٧٩٠١	٤٦	٧,٥٧٤٤١٩٦٠٩
٧	١,٣٦٠٨٦١٨٣	٢٧	٢,٢٨٢٠٠٩٥٦	٤٧	٧,٩١٥٢٦٨٤٩١
٨	١,٤٢٢١٠٠٦١	٢٨	٣,٤٢٩٦٩٩٩	٤٨	٨,٢٧١٤٥٥٥٧٣
٩	١,٤٨٦٠٩٥١٤	٢٩	٣,٥٨٤٠٣٦٤٩	٤٩	٨,٦٤٣٦٧١٠٧٤
١٠	١,٥٥٢٩٦٩٤٢	٣٠	٣,٧٤٥٣١٨١٣	٥٠	٩,٠٣٢٦٣٦٢٧٢
١١	١,٦٢٢٨٥٣٠٥	٣١	٣,٩١٣٨٥٧٤٥	٥١	٩,٤٣٩١٠٤٩٠٥
١٢	١,٦٩٥٨٨١٤٣	٣٢	٤,٠٨٩٩٨١٠٤	٥٢	٩,٨٦٣٨٦٤٦٢٥
١٣	١,٧٧٢١٩٦١٠	٣٣	٤,٢٧٤٠٣٠١٨	٥٣	١٠,٣٠٧٧٣٨٥٣
١٤	١,٨٥١٩٤٤٩٢	٣٤	٤,٤٦٦٣٦١٥٤	٥٤	١٠,٧٧١٥٨٦٧٧
١٥	١,٩٣٥٢٨٢٤٤	٣٥	٤,٦٦٧٣٤٧٨١	٥٥	١١,٢٥٦٣٠٨١٧
١٦	٢,٠٢٢٣٧٠١٥	٣٦	٤,٨٧٧٣٧٨٤٦	٥٦	١١,٧٦٢٨٤٢٠٤
١٧	٢,١١٣٣٧٦٨١	٣٧	٥,٠٩٦٨٦٠٤٩	٥٧	١٢,٢٩٢١٦٩٩٣
١٨	٢,٢٠٨٤٧٨٧٧	٣٨	٥,٣٢٦٢١٩٢١	٥٨	١٢,٨٤٥٣١٧٥٨
١٩	٢,٣٠٧٨٦٠٣١	٣٩	٥,٥٦٥٨٩٩٠٨	٥٩	١٣,٤٢٣٣٥٦٨٧
٢٠	٢,٤١١٧١٤٠٢	٤٠	٥,٨١٦٣٦٤٥٤	٦٠	١٤,٠٢٧٤٠٧٩٣

جملة الوحدة النقديه (١+ع)ن عند القيم المختلفة لـ ن
ع = ٥%

ن	(١+ع)ن	ن	(١+ع)ن	ن	(١+ع)ن
١	١,٠٥٠٠٠٠	٢١	٢,٧٨٥٩٦٢٥٩	٤١	٧,٣٩١٩٨٨١٤٧
٢	١,١٠٢٥٠٠٠	٢٢	٢,٩٢٥٢٦٠٧٢	٤٢	٧,٧٦١٥٨٧٥٥٤
٣	١,١٥٧٦٢٥٠٠	٢٣	٣,٠٧١٥٢٣٧٦	٤٣	٨,١٤٩٦٦٦٩٣٢
٤	١,٢١٥٥٠٦٢٥	٢٤	٣,٢٢٥٠٩٩٩٤	٤٤	٨,٥٥٧١٥٠٢٧٩
٥	١,٢٧٦٢٨١٥٦	٢٥	٣,٣٨٦٣٥٤٩٤	٤٥	٨,٩٨٥٠٠٧٧٩٣
٦	١,٣٤٠٠٩٥٦٤	٢٦	٣,٥٥٥٦٧٢٦٩	٤٦	٩,٤٣٤٢٥٨١٨٢
٧	١,٤٠٧١٠٠٤٢	٢٧	٣,٧٣٣٤٥٦٣٢	٤٧	٩,٩٠٥٩٧١٠٩١
٨	١,٤٧٧٤٥٥٤٤	٢٨	٣,٩٢٠١٢٩١٤	٤٨	١٠,٤٠١٢٦٩٦٥
٩	١,٥٥١٣٢٨٢٢	٢٩	٤,١١١٦١٣٥٦٠	٤٩	١٠,٩٢١٣٣٣١٣
١٠	١,٦٢٨٨٩٤٦٣	٣٠	٤,٣٢١٩٤٢٣٨	٥٠	١١,٤٦٧٣٩٩٧٨
١١	١,٧١٠٣٣٩٣٦	٣١	٤,٥٣٨٠٣٩٤٩	٥١	١٢,٠٤٠٧٦٩٧٧
١٢	١,٧٩٥٨٥٦٣٣	٣٢	٤,٧٦٤٩٤١٤٧	٥٢	١٢,٦٤٢٨٠٨٢٦
١٣	١,٨٨٥٦٤٩١٤	٣٣	٥,٠٠٣١٨٨٥٤	٥٣	١٣,٢٧٤٩٤٨٦٨
١٤	١,٩٧٩٩٣١٦٠	٣٤	٥,٢٥٣٣٤٧٩٧	٥٤	١٣,٩٣٨٦٩٦١١
١٥	٢,٠٧٨٩٢٨١٨	٣٥	٥,٥١٦٠١٥٣٧	٥٥	١٤,٦٣٥٦٣٠٩١
١٦	٢,١٨٢٨٧٤٥٩	٣٦	٥,٧٩١٨١٦١٤	٥٦	١٥,٣٦٧٤١٢٤٦
١٧	٢,٢٩٢٠١٨٣٢	٣٧	٦,٠٨١٤٠٦٩٤	٥٧	١٦,١٣٥٧٨٣٠٨
١٨	٢,٤٠٦٦١٩٢٣	٣٨	٦,٣٨٥٤٧٧٢٩	٥٨	١٦,٩٤٢٥٧٢٢٤
١٩	٢,٥٢٦٩٥٠٢٠	٣٩	٦,٧٠٤٧٥١١٩	٥٩	١٧,٧٨٩٧٠٠٨٥
٢٠	٢,٦٥٣٢٩٧٧١	٤٠	٧,٠٣٩٩٨٨٧١	٦٠	١٨,٦٧٩١٨٥٨٩

جملة الوحدة النقديه (١+ع)^ن عند القيم المختلفة لـ ن

ع = ٥.٥%

ن	(١+ع)^ن	ن	(١+ع)^ن	ن	(١+ع)^ن
١	١٫٠٥٥٠٠٠٠	٢١	٤٫٠٧٨٢٣٤١٥	٤١	٨٫٩٨١٥٤٠٧٥٦
٢	١٫١١٣٠٢٥٠٠	٢٢	٣٫٢٤٧٥٣٧٠٣	٤٢	٩٫٤٧٥٥٢٥٤٩٧
٣	١٫١٧٤٢٤١٣٨	٢٣	٣٫٤٢٦١٥١٥٧	٤٣	٩٫٩٩٦٦٧٩٤
٤	١٫٢٣٨٨٢٤٦٥	٢٤	٣٫٦١٤٥٨٩٩٠	٤٤	١٠٫٥٤٦٤٩٦٧٧
٥	١٫٣٠٦٩٦٠٠١	٢٥	٣٫٨١٣٣٩٢٣٥	٤٥	١١٫١٢٦٥٥٤٠٩
٦	١٫٣٧٨٨٤٢٨١	٢٦	٤٫٠٢٣١٢٨٩٣	٤٦	١١.٧٣٨٥١٤٥٦
٧	١٫٤٥٤٦٧٩١٦	٢٧	٤٫٢٤٤٤٠١٠٢	٤٧	١٢٫٣٨٤١٣٢٨٦
٨	١٫٥٣٤٦٨٦٥١	٢٨	٤٫٤٧٧٨٤٣٠٧	٤٨	١٣٫٠٦٥٢٦٠١٧
٩	١٫٦١٩٠٩٤٢٧	٢٩	٤٫٧٢٤١٢٤٤٤	٤٩	١٣٫٧٨٣٨٤٩٤٨
١٠	١٫٧٠٨١٤٤٤٦	٣٠	٤٫٩٨٣٩٥١٢٩	٥٠	١٤٫٥٤١٩٦١٢
١١	١٫٨٠٢٠٩٢٤٠	٣١	٥٫٢٥٨٠٦٨٦١	٥١	١٥٫٣٤١٧٦٩٠٧
١٢	١٫٩٠١٢٠٧٤٩	٣٢	٥٫٥٤٧٢٦٢٣٨	٥٢	١٦٫١٨٥٥٦٦٣٧
١٣	٢٫٠٠٥٧٧٣٩٠	٣٣	٥٫٨٥٢٣٦١٨١	٥٣	١٧٫٠٧٥٧٧٢٥٢
١٤	٢٫١١٦٠٩١٤٦	٣٤	٦٫١٧٤٢٤١٧١	٥٤	١٨٫٠١٤٩٤
١٥	٢٫٢٣٢٤٧٦٤٩	٣٥	٦٫٥١٣٨٢٥٠١	٥٥	١٩٫٠٠٥٧٦١٧١
١٦	٢٫٣٥٥٢٦٢٧٠	٣٦	٦٫٨٧٢٠٨٥٣٨	٥٦	٢٠٫٠٥١٠٧٨٦
١٧	٢٫٤٨٤٨٠٢١٥	٣٧	٧٫٢٥٠٠٥٠٠٨	٥٧	٢١٫١٥٣٨٨٧٩٢
١٨	٢٫٦٢١٤٦٦٢٧	٣٨	٧٫٦٤٨٨٠٢٤	٥٨	٢٢٫٣١٧٣٥١٧٦
١٩	٢٫٧٦٥٦٤٦٩١	٣٩	٨٫٠٦٩٤٨٦٩٩	٥٩	٢٣٫٥٤٤٨٠٦١١
٢٠	٢٫٩١٧٧٥٧٤٩	٤٠	٨٫٥١٣٣٠٨٧٧	٦٠	٢٤٫٨٣٩٧٧٠٤٤

جملة الوحدة النقديه (١+ع)ن عند القيم المختلفة لـ ن

ع = ٦%

ن	(١+ع)ن	ن	(١+ع)ن	ن	(١+ع)ن
١	١,٠٦٠٠٠٠٠٠	٢١	٣,٣٩٩٥٦٣٦٠	٤١	١٠,٩٠٢٨٦١٠١
٢	١,١٢٣٦٠٠٠٠	٢٢	٣,٦٠٣٥٣٧٤٢	٤٢	١١,٥٥٧٠٣٢٦٧
٣	١,١٩١٠١٦٠٠	٢٣	٣,٨١٩٧٤٩٦٦	٤٣	١٢,٢٥٠٤٥٤٦٣
٤	١,٢٦٢٤٧٦٩٦	٢٤	٤,٠٤٨٩٣٤٦٤	٤٤	١٢,٩٨٥٤٨١٩١
٥	١,٣٢٨٢٢٥٥٨	٢٥	٤,٢٩١٨٧٠٧٢	٤٥	١٣,٧٦٤٦١٠٨٣
٦	١,٤١٨٥١٩١١	٢٦	٤,٥٤٩٣٨٢٩٦	٤٦	١٤,٥٩٠٤٨٧٤٨
٧	١,٥٠٣٦٣٠٢٦	٢٧	٤,٨٢٢٣٤٥٩٤	٤٧	١٥,٤٦٥٩١٦٧٢
٨	١,٥٩٣٨٤٨٠٧	٢٨	٥.١١١٦٨٦٧٠	٤٨	١٦,٣٩٣٨٧١٧٣
٩	١,٦٨٩٤٧٨٩٦	٢٩	٥,٤١٨٣٨٧٩٠	٤٩	١٧,٣٧٧٥٠٤٠٣
١٠	١,٧٩٠٨٤٧٧٠	٣٠	٥,٧٤٣٤٩١١٧	٥٠	١٨,٤٢٠١٥٤٢٧
١١	١,٨٩٨٢٩٨٥٦	٣١	٦,٠٨٨١٠٠٦٤	٥١	١٩,٥٢٥٣٦٣٥٣
١٢	٢,٠١٢١٩٦٤٧	٣٢	٦,٤٥٢٣٨٦٦٨	٥٢	٢٠,٦٩٦٨٨٥٣٤
١٣	٢,١٣٢٩٢٨٢٦	٣٣	٦,٨٤٠٥٨٩٨٨	٥٣	٢١,٩٣٨٦٩٨٤٦
١٤	٢,٢٦٠٩٠٣٩٦	٣٤	٧,٢٥١٠٢٥٢٨	٥٤	٢٣,٢٥٥٠٢٠٣٧
١٥	٢,٣٩٦٥٥٨١٩	٣٥	٧,٦٨٦٠٨٦٧٩	٥٥	٢٤,٦٥٠٣٢١٥٩
١٦	٢,٥٤٠٣٥١٦٨	٣٦	٨,١٤٧٢٥٢٠٠	٥٦	٢٦,١٢٩٣٤٠٨٩
١٧	٢,٦٩٢٧٧٢٧٩	٣٧	٨,١٤٧٢٥٢٠٠	٥٧	٢٦,١٢٩٣٤٠٨٩
١٨	٢,٨٥٤٣٣٩١٥	٣٨	٩,١٥٤٢٥٢٣٥	٥٨	٢٩,٣٥٨٩٢٧٤٢
١٩	٣,٠٢٥٥٩٩٥٠	٣٩	٩,٧٠٣٥٠٧٤٩	٥٩	٣١,١٢٠٤٦٣٠٧
٢٠	٣.٢٠٧١٣٥٤٧	٤٠	١٠,٢٨٥٧١٧٩٤	٦٠	٣٢,٩٨٧٦٩٠٨٥

جملة الوحدة النقديه (١+ع)$^{\text{ن}}$ عند القيم المختلفة لـ ن

ع = ٦,٥%

ن	(١+ع)$^{\text{ن}}$	ن	(١+ع)$^{\text{ن}}$	ن	(١+ع)$^{\text{ن}}$
١	١,٠٦٥٠٠٠٠٠	٢١	٣,٧٥٢٦٨١٩٩	٤١	١٣,٢٢٣١١٩٣٨
٢	١,١٣٤٢٢٥٠٠	٢٢	٣,٩٩٦٦٠٦٣٢	٤٢	١٤,٠٨٢٦٢٢١٤
٣	١,٢٠٧٩٤٩٦٣	٢٣	٤,٢٥٦٣٨٥٧٣	٤٣	١٤,٩٩٧٩٩٢٥٨
٤	١,٢٨٦٤٦٦٣٥	٢٤	٤,٥٣٣٠٥٠٨١	٤٤	١٥,٩٧٢٨٦٢٠٩
٥	١,٣٧٠٠٨٦٦٦	٢٥	٤,٨٢٧٦٩٩١١	٤٥	١٧,٠١١٠٩٨١٣
٦	١,٤٥٩١٤٢٣٠	٢٦	٥,١٤١٤٩٩٥٥	٤٦	١٨,١١٦٨١٩٥
٧	١,٥٥٣٩٨٦٥٥	٢٧	٥,٤٧٥٦٩٧٠٢	٤٧	١٩,٢٩٤٤١٢٧٨
٨	١,٦٥٤٩٩٥٦٧	٢٨	٥,٨٣١٦١٧٣٣	٤٨	٢٠,٥٤٨٥٤٩٦١
٩	١,٧٦٢٥٧٠٣٩	٢٩	٦,٢١٠٦٧٢٤٥	٤٩	٢١,٨٨٤٢٠٥٣٣
١٠	١,٨٧٧١٣٧٤٧	٣٠	٦,٦١٤٣٦٦١٦	٥٠	٢٣,٣٠٦٦٧٨٦٨
١١	١,٩٩٩١٥١٤٠	٣١	٧,٠٤٤٢٩٩٩٦	٥١	٢٤,٨٢١٦١٢٧٩
١٢	٢,١٢٩٠٩٦٢٤	٣٢	٧,٥٠٢١٧٩٤٦	٥٢	٢٦,٤٣٥٠١٧٦٢
١٣	٢,٢٦٧٤٨٧٥٠	٣٣	٧,٩٨٩٨٢١١٣	٥٣	٢٨,١٥٣٢٩٣٧٧
١٤	٢,٤١٤٨٧٤١٨	٣٤	٨,٥٠٩١٥٩٥٠	٥٤	٢٩,٩٨٣٢٥٧٨٦
١٥	٢,٥٧١٨٤١٠١	٣٥	٩,٠٦٢٢٥٤٨٧	٥٥	٣١,٩٣٢١٦٩٦٢
١٦	٢,٧٣٩٠١٠٦٧	٣٦	٩,٦٥١٣٠١٤٣	٥٦	٣٤,٠٠٧٧٦٠٦٥
١٧	٢,٩١٧٠٤٦٣٧	٣٧	١٠,٢٧٨٦٣٦٠٣	٥٧	٣٦,٢١٨٢٦٥٠٩
١٨	٣,١٠٦٦٥٤٣٨	٣٨	١٠,٩٤٦٧٤٧٣٧	٥٨	٣٨,٥٧٢٤٥٢٣٢
١٩	٣,٣٠٨٥٨٦٩١	٣٩	١١,٦٥٨٢٨٥٩٥	٥٩	٤١,٠٧٩٦٦١٧٢
٢٠	٣,٥٢٣٦٤٥٠٦	٤٠	١٢,٤١٦٠٧٤٥٣	٦٠	٤٣,٧٤٩٨٣٩٧٣

جملة الوحدة النقديه (١+ع)^{ن} عند القيم المختلفة لـ ن
ع = ٧%

ن	(١+ع)^{ن}	ن	(١+ع)^{ن}	ن	(١+ع)^{ن}
١	١,٠٦٥٠٠٠٠٠	٢١	٣,٧٥٢٦٨١٩٩	٤١	١٦,٠٢٢٦٦٩٨٩
٢	١,١٣٤٢٢٥٠٠	٢٢	٣,٩٩٦٦٠٦٣٢	٤٢	١٧,١٤٤٢٥٦٧٨
٣	١,٢٠٧٩٤٩٦٣	٢٣	٤,٢٥٦٣٨٥٧٣	٤٣	١٨,٣٤٤٣٥٤٧٥
٤	١,٢٨٦٤٦٦٣٥	٢٤	٤,٥٣٣٠٥٠٨١	٤٤	١٩,٦٢٨٤٥٩٥٩
٥	١,٣٧٠٠٨٦٦٦	٢٥	٤,٨٢٧٦٩٩١١	٤٥	٢١,٠٠٢٤٥١٧٦
٦	١,٤٥٩١٤٢٣٠	٢٦	٥,١٤١٤٩٩٥٥	٤٦	٢٢,٤٧٢٦٢٣٣٨
٧	١,٥٥٣٩٨٦٥٥	٢٧	٥,٤٧٥٦٩٧٠٢	٤٧	٢٤,٠٤٥٧٠٧٠٢
٨	١,٦٥٤٩٩٥٦٧	٢٨	٥,٨٣١٦١٧٣٣	٤٨	٢٥,٧٢٨٩٠٦٥١
٩	١,٧٦٢٥٧٠٣٩	٢٩	٦,٢١٠٦٧٢٤٥	٤٩	٢٧,٥٢٩٩٢٩٩٦
١٠	١,٨٧٧١٣٧٤٧	٣٠	٦,٦١٤٣٦٦١٦	٥٠	٢٩,٤٥٧٠٢٥٠٦
١١	١,٩٩٩١٥١٤٠	٣١	٧,٠٤٤٢٩٩٩٦	٥١	٣١,٥١٩٠١٦٨٢
١٢	٢,١٢٩٠٩٦٢٤	٣٢	٧,٥٠٢١٧٩٤٦	٥٢	٣٣,٧٢٥٣٤٨
١٣	٢,٢٦٧٤٨٧٥٠	٣٣	٧,٩٨٩٨٢١١٣	٥٣	٣٦,٠٨٦١٢٢٣٥
١٤	٢,٤١٤٨٧٤١٨	٣٤	٨,٥٠٩١٥٩٥٠	٥٤	٣٨,٦١٢١٥٠٩٢
١٥	٢,٥٧١٨٤١٠١	٣٥	٩,٠٦٢٢٥٤٨٧	٥٥	٤١,٣١٥٠٠١٤٨
١٦	٢,٧٣٩٠١٠٦٧	٣٦	٩,٦٥١٣٠١٤٣	٥٦	٤٤,٢٠٧٠٥١٥٩
١٧	٢,٩١٧٠٤٦٣٧	٣٧	١٠,٢٧٨٦٣٦٠٣	٥٧	٤٧,٣٠١٥٤٥٢
١٨	٣,١٠٦٦٥٤٣٨	٣٨	١٠,٩٤٦٧٤٧٣٧	٥٨	٥٠,٦١٢٦٥٤٤٦
١٩	٣,٣٠٨٥٨٦٩١	٣٩	١١,٦٥٨٢٨٥٩٥	٥٩	٥٤,١٥٥٥٣٩١
٢٠	٣,٥٢٣٦٤٥٠٦	٤٠	١٢,٤١٦٠٧٤٥٣	٦٠	٥٧,٩٤٦٤٢٦٨٣

جملة الوحدة النقديه (١+ع)^{ن} عند القيم المختلفة لـ ن

ع = ٧,٥%

ن	(١+ع)^{ن}	ن	(١+ع)^{ن}	ن	(١+ع)^{ن}
١	١,٠٧٥٠٠٠٠	٢١	٤,٥٦٦٤٣٩٩٣	٤١	١٩,٣٩٧٥٥٦٨٩
٢	١,١٥٥٦٢٥٠٠	٢٢	٤,٩٠٨٩٢٢٩٣	٤٢	٢٠,٨٥٢٣٧٣٦٦
٣	١,٢٤٢٢٩٦٨٨	٢٣	٥,٢٧٧٠٩٢١٥	٤٣	٢٢,٤١٦٣٠١٦٨
٤	١,٣٣٥٤٦٩١٤	٢٤	٥,٦٧٢٨٧٤٠٦	٤٤	٢٤,٠٩٧٥٢٤٣١
٥	١,٤٣٥٦٢٩٣٣	٢٥	٦,٠٩٨٣٣٩٦١	٤٥	٢٥,٩٠٤٨٣٨٦٣
٦	١,٥٤٣٣٠١٥٣	٢٦	٦,٥٥٥٧١٥٠٨	٤٦	٢٧,٨٤٧٧٠١٥٣
٧	١,٦٥٩٠٤٩١٤	٢٧	٧,٠٤٧٣٩٣٧١	٤٧	٢٩,٩٣٦٢٧٩١٤
٨	١,٧٨٣٤٧٧٨٣	٢٨	٧,٥٧٥٩٤٨٢٤	٤٨	٣٢,١٨١٥٠٠٠٨
٩	١,٩١٧٢٣٨٦٦	٢٩	٨,١٤١٤٤٣٦	٤٩	٤٣,٥٩٥١١٢٥٩
١٠	٢,٠٦١٠٣١٥٦	٣٠	٨,٧٥٤٩٥٥١٩	٥٠	٣٧,١٨٩٧٤٦٠٣
١١	٢,٢١٥٦٠٨٩٣	٣١	٩,٤١١٥٧٦٨٣	٥١	٣٩,٩٧٨٩٧٦٩٨
١٢	٢,٣٨١٧٧٩٦٠	٣٢	١٠,١١٧٤٤٥٠٩	٥٢	٤٢,٩٧٧٤٠٠٢٥
١٣	٢,٥٦٠٤١٣٠٧	٣٣	١٠,٨٧٦٢٥٣٤٧	٥٣	٤٦,٢٠٠٧٠٥٢٧
١٤	٢,٧٥٢٤٤٤٠٥	٣٤	١١,٦٩١٩٧٢٤٨	٥٤	٣٩,٦٦٥٧٥٨١٧
١٥	٢,٩٥٨٨٧٧٣٥	٣٥	١٢,٥٦٨٨٧٠٤٢	٥٥	٥٣,٣٩٠٦٩٠٠٣
١٦	٣,١٨٠٧٩٣١٥	٣٦	١٣,٥١١٥٣٥٧٠	٥٦	٥٧,٣٩٤٩٩١٧٨
١٧	٣,٤١٩٣٥٢٦٤	٣٧	١٤,٥٢٤٩٠٠٨٨	٥٧	٦١,٦٩٩٦١٦١٧
١٨	٣,٦٧٥٨٠٤٠٩	٣٨	١٥,٦١٤٢٦٨٤٤	٥٨	٦٦,٣٢٧٠٨٧٣٨
١٩	٣,٩٥١٤٨٩٤٠	٣٩	١٦,٧٨٥٣٣٨٥٨	٥٩	٧١,٣٠١٦١٨٩٣
٢٠	٤,٢٤٧٨٥١١٠	٤٠	١٨,٠٤٤٢٣٨٩٧	٦٠	٧٦,٦٤٩٢٤٠٣٥

جملة الوحدة النقديه (١+ع)^{ن} عند القيم المختلفة لـ ن

ع = ٨%

ن	(١+ع)^{ن}	ن	(١+ع)^{ن}	ن	(١+ع)^{ن}
١	١،٠٨٠٠٠٠٠	٢١	٥،٠٣٣٨٣٣٧٢	٤١	٢٣،٤٦٢٤٨٣٢١
٢	١،١٦٦٤٠٠٠٠	٢٢	٥،٤٣٦٥٤٠٤١	٤٢	٢٥،٣٣٩٤٨١٨٧
٣	١،٢٥٩٧١٢٠٠	٢٣	٥،٨٧١٤٦٣٦٥	٤٣	٢٧،٣٦٦٦٤٠٤٢
٤	١،٣٦٠٤٨٨٩٦	٢٤	٦،٣٤١١٨٠٧٤	٤٤	٢٩،٥٥٥٩٧١٦٥
٥	١،٤٦٩٣٢٨٠٨	٢٥	٦،٨٤٨٤٧٥٢٠	٤٥	٣١،٩٢٠٤٤٩٣٩
٦	١،٥٨٦٨٧٤٣٢	٢٦	٧،٣٩٦٣٥٣٢١	٤٦	٣٤،٤٧٤٠٨٥٣٤
٧	١،٧١٣٨٢٤٢٧	٢٧	٧،٩٨٨٠٦١٤٧	٤٧	٣٧،٢٣٢٠١٢١٦
٨	١،٨٥٠٩٣٠٢١	٢٨	٨،٦٢٧١٠٦٣٩	٤٨	٤٠،٢١٠٥٧٣١٤
٩	١،٩٩٩٠٠٤٦٣	٢٩	٩،٣١٧٢٧٤٩٠	٤٩	٤٣،٤٢٧٤١٨٩٩
١٠	٢،١٥٨٩٢٥٠٠	٣٠	١٠،٠٦٢٦٥٦٨٩	٥٠	٤٦،٩٠١٦١٢٥
١١	٢،٣٣١٦٣٩٠٠	٣١	١٠،٨٦٧٦٦٩٤٤	٥١	٥٠،٦٥٣٧٤١٥١
١٢	٢،٥١٨١٧٠١٢	٣٢	١١،٧٣٧٠٨٣٠٠	٥٢	٥٤،٧٠٦٠٤٠٨٣
١٣	٢،٧١٩٦٢٣٧٣	٣٣	١٢،٦٧٦٠٤٩٦٤	٥٣	٥٩،٠٨٢٥٢٤٠٩
١٤	٢،٩٣٧١٩٣٦٣	٣٤	١٣،٦٩٠١٣٣٦١	٥٤	٦٣،٨٠٩١٢٦٠٢
١٥	٣،١٧٢١٦٩١١	٣٥	١٤،٧٨٥٣٤٤٢٩	٥٥	٦٨،٩١٣٨٥٦١
١٦	٣،٤٢٥٩٤٢٦٤	٣٦	١٥،٩٦٨١٧١٨٤	٥٦	٧٤،٤٢٦٩٦٤٥٩
١٧	٣،٧٠٠٠١٨٠٥	٣٧	١٧،٢٤٥٦٢٥٥٨	٥٧	٨٠،٣٨١١٢١٧٦
١٨	٣،٩٩٦٠١٩٥٠	٣٨	١٨،٦٢٥٢٧٥٦٣	٥٨	٨٦،٨١١٦١١٥
١٩	٤،٣١٥٧٠١٠٦	٣٩	٢٠،١١٥٢٩٧٦٨	٥٩	٩٣،٧٥٦٥٤٠٤٢
٢٠	٤،٦٦٠٩٥٧١٤	٤٠	٢١،٧٢٤٥٢١٥٠	٦٠	١٠١،٢٥٧٠٦٣٧

جملة الوحدة النقديه $(١+ع)^{ن}$ عند القيم المختلفة لـ ن

ع = ٨,٥%

ن	$(١+ع)^{ن}$	ن	$(١+ع)^{ن}$	ن	$(١+ع)^{ن}$
١	١,٠٨٥٠٠٠٠	٢١	٥,٥٤٦٥٧٠٠٥	٤١	٢٨,٤٥٤٣٢١٩
٢	١,٧٧٢٢٥٠٠	٢٢	٦,٠١٨٠٢٨٥٠	٤٢	٣٠,٧٦٤٤٣٩٢٦
٣	١,٢٧٧٢٨٩١٣	٢٣	٦,٥٢٩٥٦٠٩٢	٤٣	٣٣,٣٧٩٤١٦٦
٤	١,٣٨٥٨٥٨٧٠	٢٤	٧,٠٨٤٥٧٣٦٠	٤٤	٣٦,٢١٦٦٦٧٠١
٥	١,٥٠٣٦٥٦٦٩	٢٥	٧,٦٨٦٧٦٢٣٦	٤٥	٣٩,٢٩٥٠٨٣٧١
٦	١,٦٣١٤٦٧٥١	٢٦	٨,٣٤٠١٣٧١٦	٤٦	٤٤,٤٨٠٧٣٥٦٨
٧	١,٧٧٠١٤٢٢٥	٢٧	٩,٠٤٩٠٤٨٨١	٤٧	٤٦,٢٥٩١٥٤٩٢
٨	١,٩٢٠٦٠٤٣٤	٢٨	٩,٨١٨٢١٧٩٦	٤٨	٥٠,١٩١١٨٣٠٩
٩	٢,٠٨٣٨٥٥٧١	٢٩	١٠,٦٥٢٧٦٦٤٩	٤٩	٥٤,٤٥٧٤٣٣٦٥
١٠	٢,٢٦٠٩٨٣٤٤	٣٠	١١,٥٥٨٢٥١٦٤	٥٠	٥٩,٠٨٦٣١٥٥١
١١	٢,٤٥٣١٦٧٠٣	٣١	١٢,٥٤٠٧٠٣٠٣	٥١	٦٤,١٠٨٦٥٢٣٣
١٢	٢,٦٦١٦٨٦٢٣	٣٢	١٣,٦٠٦٦٦٢٧٩	٥٢	٦٩,٥٥٧٨٨٧٧٨
١٣	٢,٨٨٧٩٢٩٥٦	٣٣	١٤,٧٦٣٢٢٩١٣	٥٣	٧٥,٤٧٠٣٠٨٢٤
١٤	٣,١٣٣٤٠٣٥٧	٣٤	١٦,٠١٨١٠٣٦٠	٥٤	٨١,٨٨٥٢٨٤٤٤
١٥	٣,٣٦٩٧٤٢٨٨	٣٥	١٧,٣٧٩٦٤٢٤١	٥٥	٨٨,٨٤٥٥٣٣٦١
١٦	٣,٦٨٨٧٢١٠٢	٤٦	١٨,٨٥٦٩١٢٠١	٥٦	٩٦,٣٩٧٤٠٣٩٧
١٧	٤,٠٠٢٢٦٢٣١	٣٧	٢٠,٤٥٩٧٤٩٥٣	٥٧	١٠٤,٥٩١١٨٣٣
١٨	٤,٣٤٢٤٥٤٦١	٣٨	٢٢,١٩٨٨٢٨٢٤	٥٨	١١٣,٤٨١٤٣٣٩
١٩	٤,٧١١٥٦٣٢٥	٣٩	٢٤,٠٨٥٧٢٨٦٥	٥٩	١٢٣,١٢٧٣٥٥٨
٢٠	٥,١١٢٠٤٦١٢	٤٠	٢٦,١٣٣٠١٥٥٨	٦٠	١٣٣,٥٩٣١٨١

جملة الوحدة النقديه $(١+ع)^{ن}$ عند القيم المختلفة لـ ن

ع = ٩٪

ن	$(١+ع)^{ن}$	ن	$(١+ع)^{ن}$	ن	$(١+ع)^{ن}$
١	١,٠٩٠٠٠٠٠	٢١	٦,١٠٨٨٠٧٧٤	٤١	٣٤,٢٣٦٢٢٦٧٨٦
٢	١,١٨٨١٠٠٠	٢٢	٦,٦٥٨٦٠٠٤٣	٤٢	٣٧,٣١٧٥٣١٩٦
٣	١,٢٩٥٠٢٩٠٠	٢٣	٧,٢٥٧٨٧٤٤٧	٤٣	٤٠,٦٧٦١٠٩٨٤
٤	١,٤١١٥٨١٦١	٢٤	٧,٩١١٠٨٣١٧	٤٤	٤٤,٣٣٦٩٥٩٧٣
٥	١,٥٣٨٦٢٣٩٥	٢٥	٨,٦٢٣٠٨٠٦٦	٤٥	٤٨,٣٢٧٢٨٦١
٦	١,٦٧٧١٠٠١١	٢٦	٩,٣٩٩١٥٧٩٢	٤٦	٥٢,٦٧٦٧٤١٨٥
٧	١,٨٢٨٠٣٩١٢	٢٧	١٠,٢٤٥٠٨٢١٣	٤٧	٥٧,٤١٧٦٤٨٦٢
٨	١,٩٩٢٥٦٢٦٤	٢٨	١١,١٦٧١٣٩٥٢	٤٨	٦٢,٥٨٥٢٣٦٩٩
٩	٢,١٧١٨٩٣٢٨	٢٩	١٢,١٧٢١٨٢٠٨	٤٩	٦٨,٢١٧٩٠٨٣٢
١٠	٢,٣٦٧٣٦٣٦٧	٣٠	١٣,٢٦٧٦٧٨٤٧	٥٠	٧٤,٣٥٧٥٢٠٠٧
١١	٢,٥٨٠٤٢٦٤١	٣١	١٤,٤٦١٧٦٩٥٣	٥١	٨١,٠٤٩٦٩٦٨٨
١٢	٢,٨٢٦٦٤٧٨	٣٢	١٥,٧٦٣٣٢٨٧٩	٥٢	٨٨,٣٤٤١٦٩٥٩
١٣	٣,٠٦٥٨٠٤٦١	٣٣	١٧,١٨٢٠٢٨٣٨	٥٣	٩٦,٢٩٥١٤٤٨٦
١٤	٣,٣٤١٧٢٧٠٣	٣٤	١٨,٧٢٨٤١٠٩٣	٥٤	١٠٤,٩٦١٧٠٧٩
١٥	٣,٦٤٢٤٨٢٤٦	٣٥	٢٠,٤١٣٩٦٧٩٢	٥٥	١١٤,٤٠٨٢٦١٦
١٦	٣,٩٧٠٣٠٥٨٨	٣٦	٢٢.٢٥١٢٢٥٠٣	٥٦	١٢٤,٧٠٥٠٠٥٢
١٧	٤,٣٢٧٦٣٣٤١	٣٧	٢٤,٢٥٣٨٣٥٢٨	٥٧	١٣٥,٩٢٨٤٥٥٦
١٨	٤,٧١٧١٢٠٤٢	٣٨	٢٦,٤٣٦٦٨٠٤٦	٥٨	١٤٨,١٦٢٠١٦٦
١٩	٥,١٤١٦٦١٢٥	٣٩	٢٨,٨١٥٩٨١٧٠	٥٩	١٦١,٤٩٦٥٩٨١
٢٠	٥,٦٠٤٤١٠٧٧	٤٠	٣١,٤٠٩٤٢٠٠٥	٦٠	١٧٦,٠٣١٢٩١٩

جملة الوحدة النقديه (١+ع)$^{\text{ن}}$ عند القيم المختلفة لـ ن

ع = ٩,٥%

ن	(١+ع)$^{\text{ن}}$	ن	(١+ع)$^{\text{ن}}$	ن	(١+ع)$^{\text{ن}}$
١	١,٠٩٥٠٠٠٠	٢١	٦,١٠٨٨٠٧٧٤	٤١	٤١,٣٠٢٧٤٢١٦
٢	١,١٨٨١٠٠٠٠	٢٢	٦,٦٥٨٦٠٠٤٣	٤٢	٤٥,٢٢٦٥٠٢٦٧
٣	١,٢٩٥٠٢٩٠٠	٢٣	٧,٢٥٧٨٧٤٤٧	٤٣	٤٩,٥٢٣٠٢٠٤٢
٤	١,٤١١٥٨١٦١	٢٤	٧,٩١١٠٨٣١٧	٤٤	٥٤,٢٢٧٧٠٧٣٦
٥	١,٥٣٨٦٢٣٩٥	٢٥	٨,٦٢٣٠٨٠٦٦	٤٥	٥٩,٣٧٩٣٣٩٥٦
٦	١.٦٧٧١٠٠١١	٢٦	٩,٣٩٩١٥٧٩٢	٤٦	٦٥,٠٢٠٣٧٦٨٢
٧	١,٨٢٨٠٣٩١٢	٢٧	١٠,٢٤٥٠٨٢١٣	٤٧	٧١,١٩٧٣١٢٦٢
٨	١,٩٩٢٥٦٢٦٤	٢٨	١١,١٦٧١٣٩٥٢	٤٨	٧٧,٩٦١٠٥٧٣٢
٩	٢,١٧١٨٩٣٢٨	٢٩	١٢,١٧٢١٨٢٠٨	٤٩	٨٥,٣٦٧٣٥٧٧٦
١٠	٢,٣٦٧٣٦٣٦٧	٣٠	١٣,٢٦٧٦٧٨٤٧	٥٠	٩٣,٤٧٧٢٥٦٧٥
١١	٢,٥٨٠٤٢٦٤١	٣١	١٤,٤٦١٧٦٩٥٣	٥١	١٠٢,٣٥٧٥٩٦١
١٢	٢,٨١٢٦٦٤٧٨	٣٢	١٥,٧٦٣٣٢٨٧٩	٥٢	١١٢,٠٨١٥٦٧٨
١٣	٣,٠٦٥٨٠٤٦١	٣٣	١٧,١٨٢٠٢٨٣٨	٥٣	١٢٢,٧٢٩٣١٦٧
١٤	٣,٣٤١٧٢٧٠٣	٣٤	١٨,٧٢٨٤١٠٩٣	٥٤	١٣٤,٣٨٨٦٠١٨
١٥	٣,٦٤٢٤٨٢٤٦	٣٥	٢٠,٤١٣٩٦٧٩٢	٥٥	١٤٧,١٥٥٥١٩
١٦	٣,٩٧٠٣٠٥٨٨	٣٦	٢٢,٢٥١٢٢٥٠٣	٥٦	١٦١,١٣٥٢٩٣٣
١٧	٤,٣٢٧٦٣٣٤١	٣٧	٢٤,٢٥٣٨٣٥٢٨	٥٧	١٧٦,٤٤٣١٤٦١
١٨	٤,٧١٧١٢٠٤٢	٣٨	٢٦,٤٣٦٦٨٠٤٦	٥٨	١٩٣,٢٠٥٢٤٥
١٩	٥,١٤١٦٦١٢٥	٣٩	٢٨,٨١٥٩٨١٧٠	٥٩	٢١١,٥٥٩٧٤٣٣
٢٠	٥,٦٠٤٤١٠٧٧	٤٠	٣١,٤٠٩٤٢٠٠٥	٦٠	٢٣١,٦٥٧٩١٨٩

جملة الوحدة النقديه (١+ع)^{ن} عند القيم المختلفة لـ ن

ع = ١٠%

ن	(١+ع)^{ن}	ن	(١+ع)^{ن}	ن	(١+ع)^{ن}
١	١,١٠٠٠٠٠٠	٢١	٧,٤٠٠٢٤٩٩٤	٤١	٤٩,٧٨٥١٨١١٢
٢	١,٢١٠٠٠٠٠	٢٢	٨,١٤٠٢٧٤٩٤	٤٢	٥٤,٧٦٣٦٩٩٢٤
٣	١,٣٣١٠٠٠٠	٢٣	٨,٩٥٤٣٠٢٤٣	٤٣	٦٠,٢٤٠٠٦٩١٦
٤	١,٤٦٤١٠٠٠	٢٤	٩,٨٤٩٧٣٢٦٨	٤٤	٦٦,٢٦٤٠٧٦٠٨
٥	١,٦١٠٥١٠٠٠	٢٥	١٠,٨٣٤٧٠٥٩٤	٤٥	٧٢,٨٩٠٤٨٣٦٨
٦	١,٧٧١٥٦١٠٠	٢٦	١١,٩١٨١٧٦٥٤	٤٦	٨٠,١٧٩٥٣٢٠٥
٧	١,٩٤٨٧١٧١٠	٢٧	١٣,١٠٩٩٩٤١٩	٤٧	٨٨,١٩٧٤٨٥٢٦
٨	٢,١٤٣٥٨٨٨١	٢٨	١٤,٤٢٠٩٩٣٦١	٤٨	٩٧,٠١٧٢٣٣٧٨
٩	٢,٣٥٧٩٤٧٦٩	٢٩	١٥,٨٦٣٠٩٢٩٧	٤٩	١٠٦,٧١٨٩٥٧٢
١٠	٢,٥٩٣٧٤٢٤٦	٣٠	١٧,٤٤٩٤٠٢٢٧	٥٠	١١٧,٣٩٠٨٥٢٩
١١	٢,٨٥٣١١٦٧١	٣١	١٩,١٩٤٣٤٢٥٠	٥١	١٢٩,١٢٩٩٣٨٢
١٢	٣,١٣٨٤٢٨٣٨	٣٢	٢١,١١٣٧٧٦٧٥	٥٢	١٤٢,٠٤٢٩٣٢
١٣	٣,٤٥٢٢٧١٢١	٣٣	٢٣,٢٢٥١٥٤٤٢	٥٣	١٥٦,٢٤٧٢٢٥٢
١٤	٣,٧٩٧٤٩٨٣٤	٣٤	٢٥,٥٤٧٦٦٩٨٦	٥٤	١٧١,٨٧١٩٤٧٧
١٥	١,٧٧٢٤٨١٧	٣٥	٢٨,١٠٢٤٣٦٨٥	٥٥	١٨٩,٠٥٩١٤٢٥
١٦	٤,٥٩٤٩٧٢٩٩	٣٦	٣٠,٩١٢٦٨٠٥٣	٥٦	٢٠٧,٩٦٥٠٥٦٧
١٧	٥,٠٥٤٤٧٠٢٨	٣٧	٣٤,٠٠٣٩٤٨٥٩	٥٧	٢٢٨,٧٦١٥٦٢٤
١٨	٥,٥٥٩٩١٧٣١	٣٨	٣٧,٤٠٤٣٤٣٤٤	٥٨	٢٥١,٦٣٧٧١٨٦
١٩	٦,١١٥٩٠٥٠٤	٣٩	٤١,١٤٤٧٧٧٧٩	٥٩	٢٧٦,٨٠١٤٩٠٥
٢٠	٦,٧٢٧٤٩٩٩٥	٤٠	٤٥,٢٥٩٢٥٥٥٧	٦٠	٣٠٤,٤٨١٦٣٩٥

ملحق (٥)

لوغاريتمات الأعداد للأساس ١٠

ملحق (٥)

جدول لوغاريتمات الأعداد للأساس ١٠

الرقم العشرى / العدد	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
١	٠	٠,٠٠٤٣	٠,٠٠٨٦	٠,٠١٢٨٤	٠,٠١٧٠٣	٠,٠٢١١٩	٠,٠٢٥٣٠٥٩	٠,٠٢٩٣٨	٠,٠٣٣٤٢	٠,٠٣٧٤٢٦٥
١.١	٠,٤١٣٩	٠,٠٤٥٣٢٣	٠,٠٤٩٢١٨	٠,٠٥٣٠٨	٠,٠٥٦٩	٠,٠٦٠٧	٠,٠٦٤٤٥٨	٠,٠٦٨١٩	٠,٠٧١٨٨	٠,٠٧٥٥٤٧
١,٢	٠,٠٧٩١٨	٠,٠٨٢٨	٠,٠٨٦٣٥٩	٠,٠٨٩٩١	٠,٠٩٣٤٢	٠,٠٩٦٩	٠,١٠٠٣٧١	٠,١٠٣٨	٠,١٠٧٢١	٠,١١٠٥٩
١,٣	٠,١١٣٩٤	٠,١١١٧٢٧	٠,١٢٠٥٧	٠,١٢٣٩	٠,١٢٧١٠	٠,١٣٠٣٣	٠,١٣٣٥٤	٠,١٣٦٧٢	٠,١٣٩٨٨	٠,١٤٣٠١
١,٤	٠,١٤٦١٣	٠,١٤٩٢١٩	٠,١٥٢٢٩	٠,١٥٥٣	٠,١٥٨٤	٠,١٦١٤	٠,١٦٤٤	٠,١٦٧٣٢	٠,١٧٠٢٦	٠,١٧٣١٩
١,٥	٠,١٧٦٠٩	٠,١٧٨٩٨	٠,١٨١٨٤	٠,١٨٤٦٩	٠,١٨٧٥٢	٠,١٩٠٣٣	٠,١٩٣١٣	٠,١٩٠٩	٠,١٩٨٧	٠,٢٠١٣٩٧
١,٦	٠,٢٠٤١٢	٠,٢٠٦٨٣	٠,٢٠٩٥٢	٠,٢١٢٢	٠,٢١٤٨٤	٠,٢١٧٥	٠,٢٢٠١٠٨	٠,٢٢٢٧	٠,٢٢٥٣١	٠,٢٢٧٩
١,٧	٠,٢٣٠٤٥	٠,٢٣٢٩٩	٠,٢٣٥٥٣	٠,٢٣٨٠٥	٠,٢٤٠٥٥	٠,٢٤٣٠٣	٠,٢٤٥٥١٢٧	٠,٢٤٧٩	٠,٢٥٠٤	٠,٢٥٢٨٥٣٠
١,٨	٠.٢٥٥٢٧	٠,٢٥٧٦٨	٠,٢٦٠١	٠,٢٦٢٥	٠,٢٦٤٨	٠,٢٦٧٢	٠,٢٦٩٥١	٠,٢٧١٨٤	٠,٢٧٤١٦	٠,٢٧٦٤٦
١,٩	٠,٢٧٨٧٥	٠,٢٨١٠٣	٠,٢٨٣٣	٠,٢٨٥٦	٠,٢٨٧٨	٠,٤٩٠٠٣	٠,٢٩٢٢٥٦	٠,٢٩٤٤٧	٠,٢٩٦٦٧	٠,٢٩٨٨٥
٢,٠	٠,٣٠١٠٣	٠,٣٠٣١٩٦	٠,٣٠٥٣٥	٠,٣٠٧٥	٠,٣٠٩٦٣	٠,٣١١٧٥	٠,٣١٣٨٧	٠,٣١٥٩٧	٠,٣١٨١	٠,٣٢٠١٥
٢,١	٠,٣٢٢٢٢	٠,٣٢٤٣	٠,٣٢٦٣	٠,٣٢٨٤	٠,٣٣٠٤	٠,٣٣٢٤	٠,٣٣٤٤٥	٠,٣٣٦٥	٠,٣٣٨٥	٠,٣٤٠٤٤
٢.٢	٠,٣٤٢٤٢٣	٠,٣٤٤٤	٠,٣٤٦٣٥	٠,٣٤٨٣	٠,٣٥٠٢٥	٠,٣٥٢١٨	٠,٣٥٤١١	٠,٣٥٦٠٣	٠,٣٥٧٩	٠,٣٥٩٨٤
٢,٣	٠,٣٦١٧٢٨	٠,٣٦٣٦١	٠,٣٦٥٤٩	٠,٣٦٧٤٥	٠,٣٦٩٢	٠,٣٧١٠٧	٠,٣٧٢٩١٢	٠,٣٧٤٧	٠,٣٧٦٦	٠,٣٧٨٤
٢,٤	٠,٣٨٠٢١١	٠,٣٨٢٠١٧	٠,٣٨٣٨٢	٠,٣٨٥٦	٠,٣٨٧٤	٠,٣٨٩١٧	٠,٣٩٠٩٤	٠,٣٩٢٧	٠,٣٩٤٥	٠,٣٩٦٢
٢,٥	٠,٣٩٧٩٤	٠,٣٩٩٦٧	٠,٤٠١٤٠١	٠,٤٠٣١٢	٠,٤٠٤٨	٠,٤٠٦٥٤	٠,٤٠٨٢٤	٠,٤٠٩٩٣	٠,٤١١٦	٠,٤١٣٣

ملحق (٦)

قيم المقدار $(1+ع)^{-ن}$

قيم المقدار (١+ع)$^{-ن}$ عند القيم المختلفة لـ ن

ر = ٠,٥ %

ن	(١+ع)$^{-ن}$	ن	(١+ع)$^{-ن}$	ن	(١+ع)$^{-ن}$
١	٠,٩٩٥٠٢٤٨٨	٢١	٠,٩٠٠٥٦٠١٠	٤١	٠,٨١٥٠٦٣٥٤
٢	٠,٩٩٠٠٧٤٥٠	٢٢	٠,٨٩٦٠٧٩٧١	٤٢	٠,٨١١٠٠٨٥
٣	٠,٩٨٥١٤٨٧٦	٢٣	٠,٨٩١٦٢١٦٠	٤٣	٠,٨٠٦٩٧٣٦٣٢
٤	٠,٩٨٠٢٤٧٥٢	٢٤	٠,٨٨٧١٨٥٦٧	٤٤	٠,٨٠٢٩٥٨٨٣٨
٥	٠,٩٧٥٣٧٠٦٧	٢٥	٠,٨٨٢٧٧١٨١	٤٥	٠,٧٩٨٩٦٤٠١٨
٦	٠,٩٧٠٥١٨٠٨	٢٦	٠,٨٧٨٣٧٩٩١	٤٦	٠,٦٩٤٩٨٩٠٧٢
٧	٠,٩٦٥٦٨٩٦٣	٢٧	٠,٨٧٤٠٠٩٨٦	٤٧	٠,٧٩١٠٣٣٩٠٣
٨	٠,٩٦٠٨٨٥٢٠	٢٨	٠,٨٦٩٦٦١٥٥	٤٨	٠,٧٨٧٠٩٨٤١١
٩	٠,٩٥٦١٠٤٦٨	٢٩	٠,٨٦٥٣٣٤٨٨	٤٩	٠,٧٨٣١٨٢٤٩٨
١٠	٠,٩٥١٣٤٧٩٤	٣٠	٠,٨٦١٠٢٩٧٣	٥٠	٠,٧٧٩٢٨٦٠٦٨
١١	٠,٩٤٦٦١٤٨٧	٣١	٠,٨٥٦٧٤٦٠٠	٥١	٠,٧٧٥٤٠٩٠٢٣
١٢	٠,٩٤١٩٠٥٣٤	٣٢	٠,٨٥٢٤٨٣٥٨	٥٢	٠,٧٧١٥٥١٢٦٦
١٣	٠,٩٣٧٢١٩٢٤	٣٣	٠,٨٤٨٢٤٢٣٧	٥٣	٧٦٧٧١٢٧٠٣
١٤	٠,٩٣٢٥٥٦٤٦	٣٤	٠,٨٤٤٠٢٢٢٦	٥٤	٠,٧٦٣٨٩٣٢٣٧
١٥	٠,٩٢٧٩١٦٨٨	٣٥	٠,٨٣٩٨٢٣١٤	٥٥	٠,٧٦٠٠٩٢٧٧٣
١٦	٠,٩٢٣٣٠٠٣٧	٣٦	٠,٨٣٥٦٤٤٩٢	٥٦	٠,٧٥٦٣١١٢١٧
١٧	٠,٩١٨٧٠٦٨٤	٣٧	٠,٨٣١٤٨٧٤٨	٥٧	٠,٧٥٢٥٤٨٤٧٤
١٨	٠,٩١٤١٣٦١٦	٣٨	٠,٨٢٧٣٥٠٧٣	٥٨	٠,٧٤٨٨٠٤٤٥٢
١٩	٠,٩٠٩٥٨٨٢٢	٣٩	٠,٨٢٣٢٣٤٥٥	٥٩	٠,٧٤٥٠٧٩٠٥٧
٢٠	٠,٩٠٥٠٦٢٩٠	٤٠	٠,٨١٩١٣٨٨٦	٦٠	٠,٧٤١٣٧٢١٩٦

قيم المقدار (١+ع)$^{-ن}$ عند القيم المختلفة لـ ن

ر = ١ %

ن	(١+ع)$^{-ن}$	ن	(١+ع)$^{-ن}$	ن	(١+ع)$^{-ن}$
١	٠,٩٩٠٠٩٩٠١	٢١	٠,٨١١٤٣٠١٦٨	٤١	٠,٦٦٥٠٠٣١٠٧
٢	٠,٩٨٠٢٩٦٠٤٩	٢٢	٠,٨٠٣٣٩٦٢٠٦	٤٢	٠,٦٥٨٤١٨٩١٨
٣	٠,٩٧٠٥٩٠١٤٨	٢٣	٠,٧٩٥٤٤١٧٨٨	٤٣	٠,٦٥١٨٩٩٩١٩
٤	٠,٩٦٠٩٨٠٣٤٤	٢٤	٠,٧٨٧٥٦٦١٢٧	٤٤	٠,٦٤٥٤٤٥٤٦٤
٥	٠,٩٥١٤٦٥٦٨٧	٢٥	٠,٧٧٩٧٦٨٤٤٣	٤٥	٠,٦٣٩٠٥٤٩١٥
٦	٠,٩٤٢٠٤٥٢٣٥	٢٦	٠,٧٧٢٠٤٧٩٦٣	٤٦	٠,٦٣٢٧٢٧٦٣٩
٧	٠,٩٣٢٧١٨٠٥٤	٢٧	٠,٧٦٤٤٠٣٩٢٤	٤٧	٠,٦٢٦٤٦٣٠٠٩
٨	٠,٩٢٣٤٨٣٢٢٢	٢٨	٠,٧٥٦٨٣٥٥٦٨	٤٨	٠,٦٢٠٢٦٠٤٠٥
٩	٠,٩١٤٣٣٩٨٢٤	٢٩	٠,٧٤٩٣٤٢١٤٧	٤٩	٠,٦١٤١١٩٢١٣
١٠	٠,٩٠٥٢٨٦٩٥٤	٣٠	٠,٧٤١٩٢٢٩١٧	٥٠	٠,٦٠٨٠٣٨٨٢٤
١١	٠,٨٩٦٣٢٣٧١٧	٣١	٠,٧٣٤٥٧٧١٤٦	٥١	٠,٦٠٢٠١٨٦٣٨
١٢	٠,٨٨٧٤٤٩٢٢٥	٣٢	٠,٧٢٧٣٠٤١٠٥	٥٢	٠,٥٩٦٠٥٨٠٥٧
١٣	٠,٨٧٨٦٦٢٥٩٩	٣٣	٠,٧٢٠١٠٣٠٧٤	٥٣	٠,٥٩٠١٥٦٤٩٢
١٤	٠,٨٦٩٩٦٢٩٦٩	٣٤	٠,٧١٢٩٧٣٣٤١	٥٤	٠,٥٨٤٣١٣٣٥٩
١٥	٠,٨٦١٣٤٩٤٧٤	٣٥	٠,٧٠٥٩١٤١٩٩	٥٥	٠,٥٧٨٥٢٨٠٧٨
١٦	٠,٨٥٢٨٢١٢٦٢	٣٦	٠,٦٩٨٩٢٤٩٤٩	٥٦	٠,٥٧٢٨٠٠٠٧٧
١٧	٠,٨٤٤٣٧٧٤٨٧	٣٧	٠,٦٩٢٠٠٤٩	٥٧	٠,٥٦٧١٢٨٧٨٩
١٨	٠,٨٣٦٠١٧٣١٤	٣٨	٠,٦٨٥١٥٣٣٦٧	٥٨	٠,٥٦١٥١٣٦٥٣
١٩	٠,٨٢٧٧٣٩٩١٥	٣٩	٠,٦٧٨٣٦٩٦٧	٥٩	٠,٥٥٥٩٥٤١١٢
٢٠	٠,٨١٩٥٤٤٤٧	٢٠	٠,٦٧١٦٥٣١٣٨	٦٠	٠,٥٥٠٤٤٩٦١٦

قيم المقدار (١+ع)^ن عند القيم المختلفة لـ ن
ر = ١,٥ %

ن	(١+ع)^ن	ن	(١+ع)^ن	ن	(١+ع)^ن
١	٠,٩٨٥٢٢١٦٧٥	٢١	٠,٧٣١٤٩٧٩٤٩	٤١	٠,٥٤٣١١٥٥٨٨
٢	٠,٩٧٠٦٦١٧٤٨	٢٢	٠,٧٢٠٦٨٧٦٣٤	٤٢	٥٣٥٠٨٩٢٤٩
٣	٠,٩٧٠٥٩٠١٤٨	٢٣	٠,٧١٠٠٣٧٠٧٨	٤٣	٠,٥٢٧١٨١٥٢٦
٤	٠,٩٤٢١٨٤٢٣	٢٤	٠,٦٩٩٥٤٣٩١٩	٤٤	٠,٥١٩٣٩٠٦٦٦
٥	٠,٩٢٨٢٦٠٣٢٥	٢٥	٠,٦٨٩٢٠٥٨٣٢	٤٥	٠,٥١١٧١٤٩٤٢
٦	٠,٩١٤٥٤٢١٩٢	٢٦	٠,٦٧٩٠٢٠٥٢٤	٤٦	٠,٥٠٤١٥٢٦٥٢
٧	٠,٩٠١٠٢٦٧٩	٢٧	٠,٦٦٨٩٨٥٧٣٨	٤٧	٠,٤٩٦٧٠٢١٢
٨	٠,٨٨٧٧١١١٢٣	٢٨	٠,٦٥٩٠٩٩٢٤٩	٤٨	٠,٤٨٩٣٦١٦٩٥
٩	٠,٨٧٤٥٩٢٢٤	٢٩	٠,٦٤٩٣٥٨٨٦٦	٤٩	٠,٤٨٢١٢٩٧٤٩
١٠	٠,٨٦١٦٦٧٢٣١	٣٠	٠,٦٣٩٧٦٢٤٣	٥٠	٠,٤٧٥٠٠٤٦٧٨
١١	٠,٨٤٨٩٣٣٢٣٣	٣١	٠,٦٣٠٣٠٧٨١٢	٥١	٠,٤٦٧٩٨٤٩٠٥
١٢	٠,٨٣٦٣٨٧٤٢١	٣٢	٠,٦٢٠٩٩٢٩١٩	٥٢	٠,٤٦١٠٦٨٨٧٢
١٣	٠,٨٢٤٠٢٧٠٠١٦	٣٣	٠,٦١١٨١٥٦٨٣	٥٣	٠,٤٥٤٢٥٥٠٤٦
١٤	٠,٨١١١٨٤٩٢٧٧	٣٤	٠,٦٠٢٧٧٤٠٧٢	٥٤	٠,٤٤٧٥٤١٩١٧
١٥	٠,٧٩٩٨٥١٥٠٤	٣٥	٠,٥٩٣٨٦٦٠٨١	٥٥	٠,٤٤٠٩٢٧٩٩٧
١٦	٠,٧٨٨٠٣١٠٣٩	٣٦	٠,٥٨٥٠٨٩٧٣٥	٥٦	٠,٤٣٤٤١١٨٢
١٧	٠,٧٧٦٣٨٥٢٦	٣٧	٠,٥٧٦٤٤٣٠٨٩	٥٧	٠,٤٢٧٩٩١٩٤١
١٨	٠,٧٦٤٩١١٥٨٦	٣٨	٠,٥٦٧٩٢٤٢٢٤	٥٨	٠,٤٢١٦٦٦٩٣٧
١٩	٠,٧٥٣٦٠٧٤٧٤	٣٩	٠,٥٥٩٥٣١٢٥٦	٥٩	٠,٤١٥٤٣٥٤٠٦
٢٠	٠,٧٤٢٤٧٠٤١٨	٤٠	٠,٥٥١٢٦٢٣٢٢	٦٠	٠,٤٠٩٢٩٥٩٦٦

٣٤٤

قيم المقدار $(١+ع)^{ن}$ عند القيم المختلفة لـ ن

ر = ٢ %

ن	$(١+ع)^{ن}$	ن	$(١+ع)^{ن}$	ن	$(١+ع)^{ن}$
١	٠,٩٨٠٣٩٢١٦	٢١	٠,٦٥٩٧٧٥٨٢	٤١	٠,٤٤٤٠١٠٢١١
٢	٠,٩٦١١٦٨٧٨	٢٢	٠,٦٤٦٨٣٩٠٤	٤٢	٠,٤٣٥٣٠٤١٢٨
٣	٠,٩٤٢٣٢٢٣٣	٢٣	٠,٦٣٤١٥٥٩٢	٤٣	٠,٤٢٦٧٦٨٧٥٣
٤	٠,٩٢٣٨٤٥٤٣	٢٤	٠,٦٢١٧٢١٤٩	٤٤	٠,٤١٨٤٠٠٧٣٨
٥	٠,٩٠٥٧٣٠٨١	٢٥	٠,٦٠٩٥٣٠٨٧	٤٥	٠,٤١٠١٩٦٨٠٢
٦	٠,٨٨٧٩٧١٣٨	٢٦	٠,٥٩٧٥٧٩٢٨	٤٦	٠,٤٠٢١٥٣٧٢٨
٧	٠,٨٧٠٥٦٠١٨	٢٧	٠,٥٨٥٨٦٢٠٤	٤٧	٠,٣٩٤٢٦٨٣٦
٨	٠,٨٥٣٤٩٠٣٧	٢٨	٠,٥٧٤٣٧٥٥	٤٨	٠,٣٨٦٥٣٧٦٠٨
٩	٠,٨٣٦٧٥٥٢٧	٢٩	٠,٥٦٣١١٢٣١	٤٩	٠,٣٧٨٩٥٨٤٣٩
١٠	٠,٨٢٠٣٤٨٣٠	٣٠	٠,٥٥٢٠٧٠٨٩	٥٠	٠,٣٧١٥٢٧٨٨٢
١١	٠,٨٠٤٢٦٣٠٤	٣١	٠,٥٤١٢٤٥٩٧	٥١	٠,٣٦٤٢٤٣٠٢١
١٢	٠,٧٨٨٤٩٣١٨	٣٢	٠,٥٣٠٦٣٣٣٠	٥٢	٠,٣٥٧١٠١٠٠١
١٣	٠,٧٧٣٠٣٢٥٣	٣٣	٠,٥٢٠٢٢٨٧٣	٥٣	٠,٣٥٠٠٩٩٠٢١
١٤	٠,٧٥٧٨٧٥٠٢	٣٤	٠,٥١٠٠٢٨١٧	٥٤	٠,٣٤٣٢٣٤٣٣٤
١٥	٠,٧٤٣٠١٤٧٣	٣٥	٠,٥٠٠٠٢٧٦١	٥٥	٠,٣٣٦٥٠٤٢٤٩
١٦	٠,٧٢٨٤٤٥٨١	٣٦	٠,٤٩٠٢٢٣١٥	٥٦	٠,٣٢٩٩٠٦١٢٧
١٧	٠,٧١٤١٦٢٥٦	٣٧	٠,٤٨٠٦١٠٩٣	٥٧	٠,٣٢٣٤٣٧٣٧٩
١٨	٠,٧٠٠١٥٩٣٧	٣٨	٠,٤٧١١٨٧١٩	٥٨	٠,٣١٧٠٩٥٤٧
١٩	٠,٦٨٦٤٣٠٧٦	٣٩	٠,٤٦١٩٤٨٢٢	٥٩	٠,٣١٠٨٧٧٩١١
٢٠	٠,٦٧٢٩٧١٣٣	٤٠	٠,٤٥٢٨٩٠٤٢	٦٠	٠,٣٠٤٧٨٢٢٦٦

قيم المقدار (١+ع)$^{-ن}$ عند القيم المختلفة لـ ن

ر = ٢,٥ %

ن	(١+ع)$^{-ن}$	ن	(١+ع)$^{-ن}$	ن	(١+ع)$^{-ن}$
١	٠,٩٧٥٦٠٩٧٦	٢١	٠,٥٩٥٣٨٦٢٩	٤١	٠,٣٦٣٣٤٦٩٥
٢	٠,٩٥١٨١٤٤٠	٢٢	٠,٥٨٠٨٦٤٦٧	٤٢	٠,٣٥٤٤٨٤٨٢٩
٣	٠,٩٢٨٥٩٩٤١	٢٣	٠,٥٦٦٦٩٧٢٤	٤٣	٠,٣٤٥٨٣٨٨٥٧
٤	٠,٩٢٨٥٠٠٠٠	٢٤	٠,٥٥٢٨٧٥٣٥	٤٤	٠,٣٣٧٤٠٣٧٦٣
٥	٠,٨٨٣٨٥٤٢٩	٢٥	٠,٥٣٩٣٩٠٥٩	٤٥	٠,٣٢٩١٧٤٤٠٣
٦	٠,٨٦٢٢٩٦٨٧	٢٦	٠,٥٢٦٢٣٤٧٢	٤٦	٠,٣٢١١٤٥٧٥٩
٧	٠,٨٤١٢٦٥٢٤	٢٧	٠,٥١٣٣٩٩٧٣	٤٧	٠,٣١٣٣١٢٩٣٦
٨	٠,٨٢٠٧٤٦٥٧	٢٨	٠.٥٠٠٨٧٧٧٨	٤٨	٠,٣٠٥٦٧١١٥٧
٩	٠,٨٠٠٧٢٨٣٦	٢٩	٠,٤٨٨٦٦١٢٥	٤٩	٠,٢٩٨٢١٥٧٦٣
١٠	٠,٧٨١١٩٨٤٠	٣٠	٠,٤٧٦٧٤٢٦٩	٥٠	٠,٢٩٠٩٤٢٢٠٨
١١	٠,٧٦٢١٤٤٧٨	٣١	٠,٤٦٥١١٤٨٧	٥١	٠,٢٨٣٨٤٦٠٥٦
١٢	٠,٧٤٣٥٥٥٨٩	٣٢	٠,٤٥٣٧٧٠٥٥	٥٢	٠,٢٧٦٩٢٢٩٨٢
١٣	٠,٧٢٥٤٢٠٣٨	٣٣	٠,٤٤٢٧٠٢٩٨	٥٣	٠,٢٧٠١٦٨٧٦٣
١٤	٠,٧٠٧٧٢٧٢٠	٣٤	٠,٤٣١٩٠٥٣٤	٥٤	٠,٢٦٣٥٧٩٢٨١
١٥	٠,٦٩٠٤٦٥٥٦	٣٥	٠,٤٢١٣٧١٠٧	٥٥	٠,٢٥٧١٥٠٥١٨
١٦	٠,٦٧٣٦٢٤٩٣	٣٦	٠,٤١١٠٩٣٧٢	٥٦	٠,٢٥٠٨٧٨٥٥٤
١٧	٠,٦٥٧١٩٥٠٦	٣٧	٠,٤٠١٠٦٧٠٥	٥٧	٠,٢٤٤٧٥٩٥٦٥
١٨	٠,٦٤١١٦٥٩١	٣٨	٠,٣٩١٢٨٤٩٢	٥٨	٠,٢٣٨٧٨٩٨١٩
١٩	٠,٦٢٥٥٢٧٧٢	٣٩	٠,٣٨١٧٤١٣٩	٥٩	٠,٢٣٢٩٦٥٦٧٧
٢٠	٠.٦١٠٢٧٠٩٤	٤٠	٠,٣٧٢٤٣٠٦٢	٦٠	٠,٢٢٧٢٨٣٥٨٧

قيم المقدار $(١+ع)^{ن}$ عند القيم المختلفة لـ ن

ر = ٣ %

ن	$(١+ع)^{ن}$	ن	$(١+ع)^{ن}$	ن	$(١+ع)^{ن}$
١	٠,٩٧٠٨٧٣٧٩	٢١	٠,٥٣٧٥٤٩٢٨	٤١	٠,٢٩٧٦٢٨
٢	٠,٩٤٢٥٩٥٩١	٢٢	٠,٥٢١٨٩٢٥٠	٤٢	٠,٢٨٨٩٥٩٢٢٤
٣	٠,٩١٥١٤١٦٦	٢٣	٠,٥٠٦٦٩١٧٥	٤٣	٠,٢٨٠٥٤٢٩٣٦
٤	٠,٨٨٨٤٨٧٥	٢٤	٠,٤٩١٩٣٣٧٤	٤٤	٠,٢٧٢٣٧١٧٨٢
٥	٠,٨٦٢٦٠٨٧٨	٢٥	٠,٤٧٧٦٠٥٥٧	٤٥	٠,٢٦٤٤٣٨٦٢٣
٦	٠,٨٣٧٤٨٤٢٦	٢٦	٠,٤٦٣٦٩٤٧٣	٤٦	٠,٢٥٦٧٣٦٥٢٧
٧	٠,٨١٣٠٩١٥١	٢٧	٠,٤٥٠١٨٩٠٦	٤٧	٠,٢٤٩٢٥٨٧٦٥
٨	٠,٧٨٩٤٠٩٢٣	٢٨	٠,٤٣٧٠٧٦٧٥	٤٨	٠,٢٤١٩٩٨٨٠١
٩	٠,٧٦٦٤١٦٧٣	٢٩	٠,٤٢٤٣٤٦٣٦	٤٩	٠,٢٣٤٩٥٠٢٩٢
١٠	٠,٧٤٤٠٩٣٩١	٣٠	٠,٤١١٩٨٦٧٦	٥٠	٠,٢٢٨١٠٧٠٧٩
١١	٠,٧٢٢٤٢١٢٨	٣١	٠,٣٩٩٩٨٧١٥	٥١	٠,٢٢١٤٦٣١٨٤
١٢	٠,٧٠١٣٧٩٨٨	٣٢	٠,٣٨٨٣٣٧٠٣	٥٢	٠,٢١٥٠١٢٨
١٣	٠,٦٨٠٩٥١٣٤	٣٣	٠,٧٧٠٢٦٢٥	٥٣	٠,٢٠٨٧٥٠٢٩١
١٤	٠,٦٦١١١٧٨١	٣٤	٠,٣٦٦٠٤٤٩٠	٥٤	٠,٢٠٢٦٧٠١٨٥
١٥	٠,٦٤١٨٦١٩٥	٣٥	٠,٣٥٥٣٨٣٤٠	٥٥	٠,١٩٦٧٦٧١٧
١٦	٠,٦٢٣١٦٦٩٤	٣٩	٠,٣٤٥٠٣٢٤٣	٥٦	٠,١٩١٠٣٦٠٨٨
١٧	٠,٦٠٥٠١٦٤٥	٣٧	٠,٣٣٤٩٨٢٩٤	٥٧	٠,١٨٥٤٧١٩٣
١٨	٠,٥٨٧٣٩٤٦١	٣٨	٠,٣٢٥٢٢٦١٥	٥٨	٠,١٨٠٠٦٩٨٣٥
١٩	٠,٥٧٠٢٨٦٠٣	٣٩	٠,٣١٥٧٥٣٥٥	٥٩	٠,١٧٤٨٢٥٠٨٢
٢٠	٠,٥٥٣٦٧٥٧٥	٤٠	٠,٣٠٦٥٥٦٨٤	٦٠	٠,١٦٩٧٣٣٠٩

قيم المقدار (١+ع)^ن عند القيم المختلفة لـ ن

ر = ٣,٥ %

ن	(١+ع)^ن	ن	(١+ع)^ن	ن	(١+ع)^ن
١	٠,٩٦٦١٨٣٥٧	٢١	٠,٤٨٥٥٧٠٩٠	٤١	٠,٢٤٤٠٣١٣٧
٢	٠,٩٣٣٥١٠٧٠	٢٢	٠,٤٦٩١٥٠٦٣	٤٢	٠,٢٣٥٧٧٩١٠١
٣	٠,٩٠١٩٤٢٧١	٢٣	٠,٤٥٣٢٨٥٦٣	٤٣	٠,٢٢٧٨٠٥٨٩٥
٤	٠,٨٧١٤٤٢٢٣	٢٤	٠,٤٣٧٩٥٧١٣	٤٤	٠,٢٢٠١٠٢٣١٤
٥	٠,٨٤١٩٧٣١٧	٢٥	٠,٤٢٣١٤٦٩٩	٤٥	٠,٢١٢٦٥٩٢٤
٦	٠,٨١٣٥٠٠٦٤	٢٦	٠,٤٠٨٨٣٧٦٧	٤٦	٠,٢٠٥٤٦٧٨٦٥
٧	٠,٧٨٥٩٩٠٩٦	٢٧	٠,٣٩٥٠١٢٢٤	٤٧	٠,١٩٨٥١٩٩٦٧٦
٨	٠,٧٥٩٤١١٥٦	٢٨	٠,٣٨١٦٥٤٣٤	٤٨	٠,١٩١٨٠٦٤٥١
٩	٠,٧٣٣٧٣٠٩٧	٢٩	٠,٣٦٨٧٤٨١٥	٤٩	٠,١٨٥٣٢٠٢٤٢
١٠	٠,٧٠٨٩١٨٨١	٣٠	٠,٣٥٦٢٧٨٤١	٥٠	٠,١٧٩٠٥٣٣٧٤
١١	٠,٦٨٤٩٤٥٧١	٣١	٠,٣٤٤٢٣٠٣٥	٥١	٠,١٧٢٩٩٨٤٢٩
١٢	٠,٦٦١٧٨٣٣٠	٣٢	٠,٣٣٢٥٨٩٧١	٥٢	٠,١٦٧١٤٨٢٤١
١٣	٠,٦٣٩٤٠٤١٥	٣٣	٠,٣٢١٣٤٢٧١	٥٣	٠,١٦١٤٩٥٨٨٥
١٤	٠,٦١٧٧٨١٧٩	٣٤	٠,٣١٠٤٧٦٠٥	٥٤	٠,١٥٦٠٣٤٦٧١
١٥	٠,٥٩٦٨٩٠٦٢	٣٥	٠,٢٩٩٩٧٦٨٦	٥٥	٠,١٥٠٧٥٨١٣٦
١٦	٠,٥٧٦٧٠٥٩١	٣٦	٠,٢٨٩٨٣٢٧٢	٥٦	٠,١٤٥٦٦٠٠٣٥
١٧	٠,٥٥٧٢٠٣٧٨	٣٧	٠,٢٨٠٠٣١٦١	٥٧	٠,١٤٠٧٣٤٣٣
١٨	٠,٥٣٨٣٦١١٤	٣٨	٠,٢٧٠٥٦١٩٤	٥٨	٠,١٣٥٩٧٥٢٠١
١٩	٠,٥٢٠١٥٥٦٩	٣٩	٠,٢٦١٤١٢٥٠	٥٩	٠,١٣١٣٧٧٠٠٦
٢٠	٠,٥٠٢٥٦٥٨٨	٤٠	٠,٢٥٢٥٧٢٤٧	٦٠	٠,١٢٦٩٣٤٣٠٥

قيم المقدار $(١+ع)^{ن}$ عند القيم المختلفة لـ ن
ر = ٤ %

ن	$(١+ع)^{ن}$	ن	$(١+ع)^{ن}$	ن	$(١+ع)^{ن}$
١	٠,٩٦١٥٣٨٤٦	٢١	٠,٤٣٨٨٣٣٦٠	٤١	٠,٢٠٠٢٧٧٩٢٧
٢	٠,٩٢٤٥٥٦٢١	٢٢	٠,٤٢١٩٥٥٣٩	٤٢	٠,١٩٢٥٧٤٩٣
٣	٠,٨٨٨٩٩٦٣٦	٢٣	٠,٤٠٥٧٢٦٣٣	٤٣	٠,١٨٥١٦٨٢٠٢
٤	٠,٨٥٤٨٠٤١٩	٢٤	٠,٣٩٠١٢١٤٧	٤٤	٠,١٧٨٠٤٦٣٤٨
٥	٠,٨٢١٩٢٧١١	٢٥	٠,٣٧٥١١٦٨٠	٤٥	٠,١٧١١٩٨٤١١
٦	٠,٧٩٠٣١٤٥٣	٢٦	٠,٣٦٠٦٨٩٢٣	٤٦	٠,١٦٤٦١٣٨٥٧
٧	٠,٧٥٩٩١٧٨١	٢٧	٠,٣٤٦٨١٦٥٧	٤٧	٠,١٥٨٢٨٢٥٥٥
٨	٠,٧٣٠٦٩٠٢١	٢٨	٠,٣٣٣٤٧٧٤٧	٤٨	٠,١٥٢١٩٣٧٦٤
٩	٠,٧٠٢٥٨٦٧٤	٢٩	٠,٣٢٠٦٥١٤١	٤٩	٠,١٤٦٣٤١١٢
١٠	٠,٦٧٥٥٦٤١٧	٣٠	٠,٣٠٨٣١٨٦٧	٥٠	٠,١٤٠٧١٢٦١٥
١١	٠,٦٤٩٥٨٠٩٣	٣١	٠,٢٩٦٤٦٠٢٦	٥١	٠,١٣٥٣٠٠٥٩١
١٢	٠,٦٢٤٥٩٧٠٥	٣٢	٠,٢٨٥٠٥٧٩٤	٥٢	٠,١٣٠٠٩٦٧٢٢
١٣	٠,٦٠٠٥٧٤٠٩	٣٣	٠,٢٧٤٠٩٤١٧	٥٣	٠,١٢٥٠٩٣٠٠٢
١٤	٠,٥٧٧٤٧٥٠٨	٣٤	٠,٢٦٣٥٥٢٠٩	٥٤	٠ز١٢٠٢٨١٧٣٣
١٥	٠,٥٥٥٢٦٤٥٠	٣٥	٠,٢٥٣٤١٥٤٧	٥٥	٠,١١٥٦٥٥٥١٢
١٦	٠,٥٣٣٩٠٨١٨	٣٦	٠,٢٤٣٦٦٨٧٢	٥٦	٠,١١١٢٠٧٢٢٣
١٧	٠,٥١٣٣٧٣٢٥	٣٧	٠,٢٣٤٢٩٦٨٥	٥٧	٠,١٠٦٩٣٠٠٢٢
١٨	٠,٤٩٣٦٢٨١٢	٣٨	٠,٢٢٥٢٨٥٤٣	٥٨	٠,١٠٢٨١٧٣٢٩
١٩	٠,٤٧٤٦٤٢٤٢	٣٩	٠,٢١٦٦٢٠٦١	٥٩	٠,٠٩٨٨٦٢٨١٧
٢٠	٠,٤٥٦٣٨٦٩٥	٤٠	٠,٢٠٨٢٨٩٠٤	٦٠	٠,٠٩٥٠٦٠٤٠١

قيم المقدار $(١+ع)^{ن}$ عند القيم المختلفة لـ ن

ر = ٤,٥ %

ن	$(١+ع)^{ن}$	ن	$(١+ع)^{ن}$	ن	$(١+ع)^{ن}$
١	٠,٩٥٦٩٣٧٨٠	٢١	٠,٣٩٦٧٨٧٤٣	٤١	٠,١٦٤٥٢٥٠٧٢
٢	٠,٩١٥٧٢٩٩٥	٢٢	٠,٣٧٩٧٠٠٨٩	٤٢	٠,١٥٧٤٤٠٢٦١
٣	٠,٨٧٦٢٩٦٦٠	٢٣	٠,٣٦٣٣٥٠١٣	٤٣	٠,١٥٠٦٦٠٥٣٦
٤	٠,٨٣٨٥٦١٣٤	٢٤	٠,٣٤٧٧٠٣٤٧	٤٤	٠,١٤٤١٧٢٧٦٢
٥	٠,٨٠٢٤٥١٠٥	٢٥	٠,٣٣٢٧٣٠٦٠	٤٥	٠,١٣٧٩٦٤٣٦٦
٦	٠,٧٦٧٨٩٥٧٤	٢٦	٠,٣١٨٤٠٢٤٨	٤٦	٠,١٣٢٠٢٣٣١٦
٧	٠,٧٣٤٨٢٨٤٦	٢٧	٠,٣٠٤٦٩١٣٧	٤٧	٠,١٢٦٣٣٨١٠٢
٨	٠,٧٠٣١٨٥١٣	٢٨	٠,٢٩١٥٧٠٦٩	٤٨	٠,١٢٠٨٩٧٧٠٥
٩	٠,٦٧٢٦٠٤٤٣	٢٩	٠,٢٧٩٠١٥٠٢	٤٩	٠,١١٥٦٩١٥٨٤
١٠	٠,٦٤٣٩٢٧٦٨	٣٠	٠,٢٦٧٠٠٠٠٢	٥٠	٠,١١٠٧٠٩٦٥
١١	٠,٦١٦١٩٨٧٤	٣١	٠,٢٥٥٥٠٢٤١	٥١	٠,١٠٥٩٤٢٢٤٨
١٢	٠,٥٨٩٦٦٣٨٦	٣٢	٠,٢٤٤٤٩٩٩١	٥٢	٠,١٠١٣٨٠١٤٢
١٣	٠,٥٦٤٢٧١٦٤	٣٣	٠,٢٣٣٩٧١٢١	٥٣	٠,٠٩٧٠١٤٤٩
١٤	٠,٥٣٩٩٧٢٨٦	٣٤	٠,٢٢٣٨٩٥٨٩	٥٤	٠,٠٩٢٨٣٦٨٣٢
١٥	٠,٥١٦٧٢٠٤٤	٣٥	٠,٢١٤٢٥٤٤٤	٥٥	٠,٠٨٨٨٣٩٠٧٤
١٦	٠,٤٩٤٤٦٩٠٣٢	٣٦	٠,٢٥٠٢٨١٧	٥٦	٠,٠٨٥٠١٣٤٦٨
١٧	٠,٤٧٣١٧٦٣٩	٣٧	٠,١٩٦١٩٩٢١	٥٧	٠,٠٨١٣٥٢٦٠١
١٨	٠,٤٥٢٨٠٠٣٧	٣٨	٠,١٨٧٧٥٠٤٤	٥٨	٠,٠٧٧٨٤٩٣٧٩
١٩	٠,٤٣٣٣٠١٧٩	٣٩	٠,١٧٩٦٦٥٤٩	٥٩	٠,٠٧٤٤٩٧٠١٣
٢٠	٠,٤١٤٦٤٢٨٦	٤٠	٠,١٧١٩٢٨٧٠	٦٠	٠,٠٧١٢٨٩٠٠٨

قيم المقدار $(١+ع)^{ن}$ عند القيم المختلفة لـ ن

ر = ٥ %

ن	$(١+ع)^{ن}$	ن	$(١+ع)^{ن}$	ن	$(١+ع)^{ن}$
١	٠,٩٥٢٣٨٠٩٥	٢١	٠,٣٥٨٩٤٢٣٦	٤١	٠,١٣٥٢٨١٦٠٢
٢	٠,٩٠٧٠٢٩٤٨	٢٢	٠,٣٤١٨٤٩٨٧	٤٢	٠,١٢٨٨٣٩٦٢١
٣	٠,٨٦٣٨٣٧٦٠	٢٣	٠,٣٢٥٥٧١٣١	٤٣	٠,١٢٢٧٠٤٤٠١
٤	٠,٨٢٢٧٠٢٤٧	٢٤	٠,٣١٠٠٦٧٩١	٤٤	٠,١١٧٨٦١٣٣٤
٥	٠,٧٨٣٥٢٦١٧	٢٥	٠,٢٩٥٣٠٢٧٧	٤٥	٠,١١١٢٩٦٥٠٨
٦	٠,٧٤٦٢١٥٤٠	٢٦	٠,٢٨١٢٤٠٧٣	٤٦	٠,١٠٥٩٩٦٦٧٥
٧	٠,٧١٠٦٨١٣٣	٢٧	٠,٢٦٧٨٤٨٣٢	٤٧	٠,١٠٠٩٤٩٢١٤
٨	٠,٦٧٦٨٣٩٣٦	٢٨	٠,٢٥٥٠٩٣٦٤	٤٨	٠,٠٩٦١٤٢١٠٩
٩	٠,٦٤٤٦٠٨٩٢	٢٩	٠,٢٤٢٩٤٦٣٢	٤٩	٠,٠٩١٥٦٣٩١٣
١٠	٠,٦١٣٩١٣٢٥	٣٠	٠,٢٣١٣٧٧٤٥	٥٠	٠,٠٨٧٢٠٣٧٢٦
١١	٠,٥٨٤٦٧٩٢٩	٣١	٠,٢٢٠٣٥٩٤٧	٥١	٠,٠٨٣٠٥١١٦٨
١٢	٠,٥٥٦٨٣٧٤٢	٣٢	٠,٢٠٩٨٦٦١٧	٥٢	٠,٠٧٩٠٩٦٣٥١
١٣	٠,٥٣٠٣٢١٣٥	٣٣	٠,١٩٩٨٧٢٥٤	٥٣	٠,٠٧٥٣٢٩٨٥٨
١٤	٠,٥٠٥٠٦٧٩٥	٢٤	٠,١٩٠٣٥٤٨٠	٥٤	٠,٠٧١٧٤٢٧٢٢
١٥	٠,٤٨١٠١٧١٠	٣٥	٠,١٨١٢٩٠٢٩	٥٥	٠,٠٦٨٣٢٦٤٠١
١٦	٠,٤٥٨١١١٥٢	٣٦	٠,١٧٢٦٥٧٤١	٥٦	٠,٠٦٥٠٧٢٧٦٣
١٧	٠,٤٣٦٢٩٦٦٩	٣٧	٠,١٦٤٤٣٥٦٣	٥٧	٠,٠٦١٩٧٤٠٦
١٨	٠,٤١٥٥٢٠٦٥	٣٨	٠,١٥٦٦٠٥٣٦	٥٨	٠,٠٥٩٠٢٢٩١٤
١٩	٠,٣٩٥٧٣٣٩٦	٣٩	٠,١٤٩١٤٧٩٧	٥٩	٠,٠٥٦٢١٢٢٩٩
٢٠	٠,٣٧٦٨٨٩٤٨	٤٠	٠,١٤٢٠٤٥٦٨	٦٠	٠,٠٥٣٥٣٥٥٢٣

قيم المقدار $(١+ع)^{ن}$ عند القيم المختلفة لـ ن

ر = ٥,٥ %

ن	$(١+ع)^{ن}$	ن	$(١+ع)^{ن}$	ن	$(١+ع)^{ن}$
١	٠,٩٤٧١٦٧٣٠	٢١	٠,٣٢٤٨٦١٥٨	٤١	٠,١١١١٣٣٩٤٧١
٢	٠,٨٩٨٤٥٢٤٢	٢٢	٠,٣٠٧٩٢٥٦٧	٤٢	٠,١٠٥٥٣٥٠٤٤
٣	٠,٨٥١٦١٣٦٦	٢٣	٠,٢٩١٨٧٢٦٧	٤٣	٠,١٠٠٠٣٣٢١٧
٤	٠,٨٠٧٢١٦٧٤	٢٤	٠,٢٧٦٦٥٦٥٦	٤٤	٠,٠٩٤٨١٨٢١٥
٥	٠,٧٦٥١٣٤٣٥	٢٥	٠,٢٦٢٢٣٣٧٠	٤٥	٠,٠٨٩٨٧٥٠٨٥
٦	٠,٧٢٥٢٤٥٨٣	٢٦	٠,٢٤٨٥٦٢٧٥	٤٦	٠,٠٨٥١٨٩٦٥٤
٧	٠,٦٨٧٤٣٦٨١	٢٧	٠,٢٣٥٦٠٤٥٠	٤٧	٠,٠٨٠٧٤٨٤٨٧
٨	٠,٦٥١٥٩٨٨٧	٢٨	٠,٢٢٣٣٢١٨١	٤٨	٠,٠٧٦٥٣٨٨٥
٩	٠,٦١٧٦٢٩٢٦	٢٩	٠,٢١١٦٧٩٤٤	٤٩	٠,٠٧٢٥٤٨٦٧٣
١٠	٠,٥٨٥٤٣٠٥٨	٣٠	٠,٢٠٠٦٤٤٠٢	٥٠	٠,٠٢٨٧٦٦٥١٥
١١	٠,٥٥٤٩١٠٥٠	٣١	٠,١٩٠١٨٣٩٠	٥١	٠,٠٦٥١٨١٥٣١
١٢	٠,٥٢٥٩٨١٥٢	٣٢	٠,١٨٠٢٦٩١٠	٥٢	٠,٠٦١٧٨٣٤٤١
١٣	٠,٤٩٨٥٦٠٦٨	٣٣	٠,١٧٠٨٧١١٩	٥٣	٠,٠٥٨٥٦٢٥٠٤
١٤	٠,٤٧٢٥٦٩٣٧	٣٤	٠,١٦١٩٦٣٢١	٥٤	٠,٠٥٥٥٠٩٤٨٢
١٥	٠,٤٤٧٩٣٣٠٥	٣٥	٠,١٥٣٥١٩٦٣	٥٥	٠,٠٥٢٦١٥٦٢٣
١٦	٠,٤٢٤٥٨١٠٩	٣٦	٠,١٤٥٥١٦٢٤	٥٦	٠,٠٤٩٨٧٢٦٢٨
١٧	٠,٤٠٢٤٤٦٥٣	٣٧	٠,١٣٧٩٣٠٠٨	٥٧	٠,٠٤٧٢٧٢٦٣٣
١٨	٠,٣٨١٤٦٥٩٠	٣٨	٠,١٣٠٧٣٩٤١	٥٨	٠,٠٤٤٨٠٨١٨٣
١٩	٠,٣٦١٥٧٩٠٦	٣٩	٠,١٢٣٩٢٣٦٢	٥٩	٠,٠٤٢٤٧٢٢١٢
٢٠	٠,٣٤٢٧٧٨٩٦	٤٠	٠,١١٧٤٦٣١٤	٦٠	٠,٠٤٠٢٥٨٠٢١

قيم المقدار $(١+ع)^{ن}$ عند القيم المختلفة لـ ن
ر = ٦ %

ن	$(١+ع)^{ن}$	ن	$(١+ع)^{ن}$	ن	$(١+ع)^{ن}$
١	٠,٩٤٣٣٩٦٢٣	٢١	٠,٣٩٤١٥٥٤٠	٤١	٠,٠٩١٧١٩٠٤٥
٢	٠,٨٨٩٩٩٦٤٤	٢٢	٠,٢٧٧٥٠٥١٠	٤٢	٠,٠٨٦٥٢٧٤
٣	٠,٨٣٩٦١٩٢٨	٢٣	٠,٢٦١٧٩٧٢٦	٤٣	٠,٠٨١٦٢٩٦٢٣
٤	٠,٧٩٢٠٩٣٦٦	٢٤	٠,٢٤٦٩٧٨٥٥	٤٤	٠,٠٧٧٠٠٩٠٧٨
٥	٠,٧٤٧٢٥٨١٧	٢٥	٠,٢٣٢٩٩٨٦٣	٤٥	٠,٠٧٢٦٥٠٠٧٤
٦	٠,٧٠٤٩٦٠٥٤	٢٦	٠,٢١٩٨١٠٠٣	٤٦	٠,٠٦٨٥٣٧٨٠٦
٧	٠,٦٦٥٠٥٧١١	٢٧	٠,٢٠٧٣٦٧٩٥	٤٧	٠,٠٦٤٦٥٨٣٠٧
٨	٠,٦٢٧٤١٢٣٧	٢٨	٠,١٩٥٦٣٠١٤	٤٨	٠,٠٦٠٩٩٨٤٠٣
٩	٠,٥٩١٨٩٨٤٦	٢٩	٠,١٨٤٥٥٦٧٤	٤٩	٠,٠٥٧٥٤٥٦٦٣
١٠	٠,٥٥٨٣٩٤٧٨	٣٠	٠,١٧٤١١٠١٣	٥٠	٠,٠٥٤٢٨٨٣٦١
١١	٠,٥٢٦٧٨٧٥٣	٣١	٠,١٦٤٢٥٤٨٤	٦١	٠,٠٥١٢١٥٤٣٥
١٢	٠,٤٩٦٩٦٩٣٦	٣٢	٠,١٥٤٩٥٧٤٠	٥٢	٠,٠٤٨٣١٦٤٤٨
١٣	٠,٤٦٨٨٣٩٠٢	٣٣	٠,١٤٦١٨٦٢٢	٥٣	٠,٠٤٥٥٨١٥٥٥
١٤	٠,٤٤٢٣٠٠٩٦	٤٣	٠,١٣٧٩١١٥٣	٥٤	٠,٠٤٣٠٠١٤٦٧
١٥	٠,٤١٧٢٦٥٠٦	٣٥	٠,١٣٠١٠٥٢٢	٥٥	٠,٠٤٠٥٦٧٤٢٢
١٦	٠,٣٩٣٦٤٦٢٨	٣٦	٠,١٢٢٧٤٠٧٧	٥٦	٠,٠٣٨٢٧١١٥٢
١٧	٠,٣٧١٣٦٤٤٢	٣٧	٠,١١٥٧٩٣١٨	٥٧	٠,٠٣٦١٠٤٨٦١
١٨	٠,٣٥٠٣٤٣٧٩	٣٨	٠,١٠٩٢٣٨٨٥	٥٨	٠,٣٤٠٦١١٨٩
١٩	٠,٣٣٠٥١٣٠١	٣٩	٠,١٠٣٠٥٥٥٢	٥٩	٠,٠٣٢١٣٣١٩٧
٢٠	٠,٣١١٨٠٤٧٣	٤٠	٠,٠٩٧٢٢٢١٩	٦٠	٠,٠٣٠٣١٤٣٣٧

قيم المقدار $(١+ع)^{ن}$ عند القيم المختلفة لـ ن

ر = ٦,٥ %

ن	$(١+ع)^{ن}$	ن	$(١+ع)^{ن}$	ن	$(١+ع)^{ن}$
١	٠,٩٣٨٩٦٧١٤	٢١	٠,٢٦٦٤٧٦٠٧	٤١	٠,٠٧٥٦٢٥١٢
٢	٠,٨٨١٦٥٩٢٨	٢٢	٠,٢٥٠٢١٢٢٨	٤٢	٠,٠٧١٠٠٩٥٠٣
٣	٠,٨٢٧٨٤٩٠٩	٢٣	٠,٢٣٤٩٤١١١	٤٣	٠,٠٦٦٧٥٥٨٩
٤	٠,٧٧٧٣٢٣٠٩	٢٤	٠,٢٢٠٦٠١٩٨	٤٤	٠,٠٦٢٦٠٦١٨٧
٥	٠,٧٢٩٨٨٠٨٤	٢٥	٠,٢٠٧١٣٨٠١	٤٥	٠,٠٥٨٧٨٥١٥٢
٦	٠,٦٨٥٣٣٤١٢	٢٦	٠,١٩٤٤٩٥٧٩	٤٦	٠,٠٥٥١٩٧٣٢٦
٧	٠,٦٤٣٥٠٦٢١	٢٧	٠,١٨٢٦٢٥١٥	٤٧	٠,٠٥١٨٢٨٤٧٥
٨	٠,٦٠٤٢٣١١٩	٢٨	٠,١٧١٤٧٩٠٢	٤٨	٠,٠٤٨٦٦٥٢٣٥
٩	٠,٥٦٧٣٥٣٢٣	٢٩	٠,١٦١٠١٣١٦	٤٩	٠,٠٤٥٦٩٥٠٥٦
١٠	٠,٥٣٢٧٢٦٠٤	٣٠	٠,١٥١١٨٦٠٧	٥٠	٠,٠٤٢٩٠٦١٥٦
١١	٠,٥٠٠٢١٢٢٤	٣١	٠,١٤١٩٥٨٧٥	٥١	٠,٠٤٠٢٨٧٤٧
١٢	٠,٤٦٩٦٨٢٨٥	٣٢	٠,١٣٣٢٩٤٦٠	٥٢	٠,٠٣٧٨٢٨٦١١
١٣	٠,٤٤١٠١٦٧٦	٣٣	٠,١٢٥٢٠٤٢	٥٣	٠,٠٣٥٥١٩٨٢٢
١٤	٠,٤١٤١٠٠٢٥	٣٤	٠,١١٧٥٢٠٤٢	٥٤	٠,٠٣٣٣٥١٩٤٦
١٥	٠,٣٨٨٨٢٦٥٢	٣٥	٠,١١٠٣٤٧٨١	٥٥	٠,٠٣١٣١٦٣٨١
١٦	٠,٣٦٥٠٩٥٣٣	٣٦	٠,١٠٣٦١٢٩٧	٥٦	٠,٠٢٩٤٠٥٠٥٢
١٧	٠,٣٤٢٨١٢٥١	٣٧	٠,٠٩٧٢٨٩١٧	٥٧	٠,٠٢٧٦١٠٣٧٨
١٨	٠,٣٢١٨٨٩٦٩	٣٨	٠,٠٩١٣٥١٣٤	٥٨	٠,٠٢٥٩٢٥٢٣٧
١٩	٠,٣٠٢٢٤٣٨٤	٣٩	٠,٠٨٥٧٧٥٩٠	٥٩	٠,٠٢٤٣٤٢٩٤٦
٢٠	٠,٢٨٣٧٩٧٠٣	٤٠	٠,٠٨٠٥٤٠٧٥	٦٠	٠,٠٢٢٨٥٧٢٢٦

قيم المقدار (١+ع)^{ن} عند القيم المختلفة لـ ن

ر = ٧ %

ن	(١+ع)^{ن}	ن	(١+ع)^{ن}	ن	(١+ع)^{ن}
١	٠,٩٣٤٥٧٩٤٤	٢١	٠,٢٤١٥١٣٠٩	٤١	٠,٠٦٢٤١١٥٧١
٢	٠,٨٧٣٤٣٨٧٣	٢٢	٠,٢٢٥٧١٣١٧	٤٢	٠,٠٥٨٣٢٨٥٧١
٣	٠,٨١٦٢٩٧٨٨	٢٣	٠,٢١٠٩٤٦٨٨	٤٣	٠,٠٥٤٥١٢٦٨٣
٤	٠,٧٦٢٨٩٥٢١	٢٤	٠,١٩٧١٤٦٦٢	٤٤	٠,٠٥٠٩٤٦٤٣٢
٥	٠,٧١٢٩٨٦١٨	٢٥	٠,١٨٤٢٤٩١٨	٤٥	٠,٠٤٧٦١٣٤٨٨
٦	٠,٦٦٦٣٤٢٢٢	٢٦	٠,١٧٢١٩٥٤٩	٤٦	٠,٠٤٤٤٩٨٥٨٧
٧	٠,٦٢٢٧٤٩٧٤	٢٧	٠,١٦٠٩٣٠٣٧	٤٧	٠,٠٤١٥٨٧٤٦٥
٨	٠,٥٨٢٠٠٩١٠	٢٨	٠,١٥٠٤٠٢٢١	٤٨	٠,٠٣٨٨٦٦٧٨٩
٩	٠,٥٤٣٩٣٣٧٤	٢٩	٠,١٤٠٥٦٢٨٢	٤٩	٠,٠٣٦٣٢٤١٠٢
١٠	٠,٥٠٨٣٤٩٢٩	٣٠	٠,١٣١٣٦٧١٢	٥٠	٠,٠٣٣٩٣٧٧٥٩
١١	٠,٤٧٥٠٩٢٨٠	٣١	٠,١٢٢٧٧٣٠١	٥١	٠,٠٣١٧٢٦٨٧٧
١٢	٠,٤٤٤٠١١٩٦	٣٢	٠,١١٤٧٤١١٣	٥٢	٠,٠٢٩٦٥١٢٨٧
١٣	٠,٤١٤٩٦٤٤٥	٣٣	٠,١٠٧٢٣٤٧٠	٥٣	٠,٠٢٧٧١١٤٨٣
١٤	٠,٣٨٧٨١٧٢٤	٣٤	٠,١٠٠٢١٩٣٤	٥٤	٠,٠٢٥٨٩٨٥٨٣
١٥	٠,٣٩٢٤٤٦٠٢	٣٥	٠,٠٩٣٦٦٢٩٤	٥٥	٠,٠٢٤٢٠٤٢٨٣
١٦	٠,٣٣٨٧٣٤٦٠	٣٦	٠,٠٨٧٥٣٥٤٦	٥٦	٠,٠٢٢٦٢٠٨٢٥
١٧	٠,٣١٦٥٧٤٣٩	٣٧	٠,٠٨١٨٠٨٨٤	٥٧	٠,٠٢١١٤٠٩٥٨
١٨	٠,٢٩٥٨٦٣٩٢	٣٨	٠,٠٧٦٤٥٦٨٦	٥٨	٠,٠١٩٧٥٧٩٠٥
١٩	٠,٢٧٦٥٠٨٣٣	٣٩	٠,٠٧١٤٥٥٠١	٥٩	٠,٠١٨٤٦٥٣٣١
٢٠	٠,٢٥٨٤١٩٠٠	٤٠	٠,٠٦٦٧٨٠٣٨	٦٠	٠,٠١٧٢٥٧٣١٩

قيم المقدار (١+ع)$^{-ن}$ عند القيم المختلفة لـ ن

ر = ٧,٥ %

ن	(١+ع)$^{-ن}$	ن	(١+ع)$^{-ن}$	ن	(١+ع)$^{-ن}$
١	٠,٩٣٠٢٣٢٥٦	٢١	٠,٢١٨٩٨٨٩٧	٤١	٠,٠٥١٥٥٢٨٨٣
٢	٠,٨٦٥٣٣٢٦١	٢٢	٠,٢٠٣٧١٠٦٧	٤٢	٠,٠٤٧٩٥٦١٧١
٣	٠,٨٠٤٩٦٠٥٧	٢٣	٠,١٨٩٤٩٨٣٠	٤٣	٠,٠٤٤٦١٠٣٩١
٤	٠,٧٤٨٨٠٠٥٣	٢٤	٠,١٧٦٢٧٧٤٩	٤٤	٠,٠٤١٤٩٨٠٣٨
٥	٠,٦٩٦٥٥٨٦٣	٢٥	٠,١٦٣٩٧٩٠٦	٤٥	٠,٠٣٨٦٠٢٨٢٦
٦	٠,٦٤٧٩٦١٥٢	٢٦	٠,١٥٢٥٣٨٦٦	٤٦	٠,٠٣٥٩٠٩٦٠٦
٧	٠,٦٠٢٧٥٤٩٠	٢٧	٠,١٤١٨٩٦٤٣	٤٧	٠,٠٣٣٤٠٤٢٨٤
٨	٠,٥٦٠٧٠٢٢٣	٢٨	٠,١٣١٩٩٦٦٨	٤٨	٠,٠٣١٠٧٣٧٥٣
٩	٠,٥٢١٥٨٣٤٧	٢٩	٠,١٢٢٧٨٧٦١	٤٩	٠,٠٢٨٩٠٥٨١٧
١٠	٠,٤٨٥١٩٣٩٣	٣٠	٠,١١٤٢٢١٠٣	٥٠	٠,٠٢٦٨٨٩١٣٢
١١	٠,٤٥١٣٤٣١٩	٣١	٠,١٠٦٢٥٢١٢	٥١	٠,٠٢٥٠١٣١٤٦
١٢	٠,٤١٩٨٥٤١٣	٣٢	٠,٠٩٨٨٣٩١٨	٥٢	٠,٠٢٣٢٦٨٠٤٣
١٣	٠,٣٩٠٥٦١٩٨	٣٣	٠,٠٩١٩٤٣٤٣	٥٣	٠,٠٢١٦٤٤٦٩
١٤	٠,٣٦٣٣١٣٤٧	٣٤	٠,٠٨٥٥٢٨٨٧	٥٤	٠,٠٢٠١٣٤٥٩٦
١٥	٠,٣٣٧٩٦٦٠٢	٣٥	٠,٠٧٩٥٦١٦٤	٥٥	٠,٠١٨٧٢٩٨٥٧
١٦	٠,٣١٤٣٨٦٩٩	٣٦	٠,٠٧٤٠١٠٨٣	٥٦	٠,٠١٧٤٢٣١٢٢
١٧	٠,٢٩٢٤٥٣٠٢	٣٧	٠,٠٦٨٨٤٧٢٩	٥٧	٠,٠١٦٢٠٧٥٥٦
١٨	٠,٢٧٢٠٤٩٣٢	٣٨	٠,٠٦٤٠٤٣٩٩	٥٨	٠,٠١٥٠٧٦٧٩٦
١٩	٠,٢٥٣٠٦٩١٣	٣٩	٠,٠٥٩٥٧٥٨٠	٥٩	٠,٠١٤٠٢٤٩٢٧
٢٠	٠,٢٣٥٤١٣١٥	٤٠	٠,٠٥٥٤١٩٣٥	٦٠	٠,٠١٣٠٤٦٤٤٣

قيم المقدار (١+ع)$^{-ن}$ عند القيم المختلفة لـ ن
ر = ٨ %

ن	(١+ع)$^{-ن}$	ن	(١+ع)$^{-ن}$	ن	(١+ع)$^{-ن}$
١	٠,٩٢٥٩٢٥٩٣	٢١	٠,١٩٨٦٥٥٧٥	٤١	٠,٠٤٢٦٢١٢٣٤
٢	٠,٨٥٧٣٣٨٨٢	٢٢	٠,١٨٩٩٤٠٥١	٤٢	٠,٠٣٩٤٦٤١٠٦
٣	٠,٧٩٣٨٩٢٢٤	٢٣	٠,١٧٠٣١٥٢٨	٤٣	٠,٠٣٦٥٤٠٨٣٨
٤	٠,٧٣٥٠٢٩٨٥	٢٤	٠,١٥٧٦٩٩٣٤	٤٤	٠,٠٣٣٨٣٤١١
٥	٠,٦٨٠٥٨٣٢٠	٢٥	٠,١٤٦٠١٧٩٠	٤٥	٠,٠٣١٣٢٧٨٧٩
٦	٠,٦٣٠١٦٩٦٣	٢٦	٠,١٣٥٢٠١٧٦	٤٦	٠,٠٢٩٠٠٧٢٩٦
٧	٠,٥٨٣٤٩٠٤٠	٢٧	٠,١٢٥١٨٦٨٢	٤٧	٠,٠٢٦٨٥٨٦٠٧
٨	٠,٥٤٠٢٦٨٨٨	٢٨	٠,١١٥٩١٣٧٢	٤٨	٠,٠٢٤٨٦٩٠٨
٩	٠,٥٠٠٢٤٨٩٧	٢٩	٠,١٠٧٣٢٧٥٢	٤٩	٠,٠٢٣٠٢٦٩٢٦
١٠	٠,٤٦٣١٩٣٤٩	٣٠	٠,٠٩٩٣٧٧٣٣	٥٠	٠,٠٢١٣٢١٢٢٨
١١	٠,٤٢٨٨٨٢٨٦	٣١	٠,٠٩٢٠١٦٠٥	٥١	٠,٠١٩٧٤١٨٧٨
١٢	٠,٣٩٧١١٣٧٦	٣٢	٠,٠٨٥٢٠٠٠٥	٥٢	٠,٠١٨٢٧٩٥١٦
١٣	٠,٣٦٧٦٩٧٩٢	٣٣	٠,٠٧٨٨٨٨٩٣	٥٣	٠,٠١٦٩٢٥٤٧٨
١٤	٠,٣٤٠٤٦١٠٤	٣٤	٠,٠٧٣٠٤٥٣١	٥٤	٠,٠١٥٦٧١٧٣٩
١٥	٠,٣١٥٢٤١٧٠	٣٥	٠,٠٦٧٦٣٤٥٤	٥٥	٠,٠١٤٥١٠٨٦٩
١٦	٠,٢٩١٨٩٠٤٧	٣٦	٠,٠٦٢٦٢٤٥٨	٥٦	٠,٠١٣٤٣٥٩٩
١٧	٠,٢٧٠٢٦٨٩٥	٣٧	٠,٠٥٧٩٨٥٧٢	٥٧	٠,١٢٤٤٠٧٣٢
١٨	٠,٢٥٠٢٣٩٠٣	٣٨	٠,٠٥٣٦٩٠٤٨	٥٨	٠,٠١١٥١٩١٩٦
١٩	٠,٢٣١٧١٢٠٦	٣٩	٠,٠٤٩٧١٣٤١	٥٩	٠,٠١٠٦٦٥٩٢٢
٢٠	٠,٢١٤٥٤٨٢١	٤٠	٠,٠٤٦٠٣٠٩٣	٦٠	٠,٠٠٩٧٥٨٥٤

٣٥٧

قيم المقدار $(١+ع)^{ن}$ عند القيم المختلفة لـ ن

ر = ٨,٥ %

ن	$(١+ع)^{ن}$	ن	$(١+ع)^{ن}$	ن	$(١+ع)^{ن}$
١	٠,٩٢١٦٥٨٩٩	٢١	٠,١٨٠٢٩١٦٠	٤١	٠,٠٣٥٢٦٧٩٩٢
٢	٠,٨٤٩٤٥٥٢٩	٢٢	٠,١٦٦١٦٧٣٨	٤٢	٠,٠٣٢٥٠٥٠٦١
٣	٠,٧٨٢٩٠٨١٠	٢٣	٠,١٥٣١٥٩٦٥	٤٣	٠,٠٢٩٩٥٨٥٨٢
٤	٠,٧٢١٥٧٤٢٨	٢٤	٠,١٤١١٥١٧٦	٤٤	٠,٠٢٧٦١١٥٩٦
٥	٠,٦٦٥٠٤٥٤٢	٢٥	٠,١٣٠٠٩٣٧٨	٤٥	٠,٠٢٥٤٤٨٤٧٦
٦	٠,٦١٢٩٤٥٠٩	٢٦	٠,١١٩٩٠٢١٠	٤٦	٠,٠٢٣٤٥٤٨١٦
٧	٠,٥٦٤٩٢٦٣٥	٢٧	٠,١١٠٥٠٨٨٥	٤٧	٠,٠٢١٦١٧٣٤٢
٨	٠,٥٢٠٦٦٩٤٥	٢٨	٠,١٠١٨٥١٤٨	٤٨	٠,٠١٩٩٢٣٨١٨
٩	٠,٤٧٩٨٧٩٦٨	٢٩	٠,٠٩٣٨٧٢٣٣	٤٩	٠,٠١٨٣٦٢٩٦٥
١٠	٠,٤٤٢٢٨٥٤٢	٣٠	٠,٠٨٦٥١٨٢٨	٥٠	٠,٠١٦٩٢٤٣٩٢
١١	٠,٤٠٧٦٣٦٣٣	٣١	٠,٠٧٩٧٤٠٣٥	٥١	٠,٠١٥٥٩٨٥١٨
١٢	٠,٣٧٥٧٠١٦٨	٣٢	٠,٠٧٣٤٩٣٤١	٥٢	٠,٠١٨٢٧٩٥١٦
١٣	٠,٣٤٦٢٢٦٨٨٣	٣٣	٠,٠٦٧٧٣٥٨٦	٥٣	٠,٠١٣٢٥٠٢٤٤
١٤	٠,٣١٩١٤١٧٨	٣٤	٠,٠٦٢٤٢٩٣٦	٥٤	٠,٠١٢٢١٢٢٠٦
١٥	٠,٢٩٤١٣٩٨٩	٣٥	٠,٠٥٧٥٣٨٥٨	٥٥	٠,٠١١٢٥٥٤٨٩
١٦	٠,٢٧١٠٩٦٦٧	٣٦	٠,٠٥٣٠٣٠٩٥	٥٦	٠,٠١٠٣٧٣٧٢٣
١٧	٠,٢٤٩٧٨٥٦٩	٣٧	٠,٠٤٨٨٧٦٤٥	٥٧	٠,٠٠٩٥٦١٠٣٥٣
١٨	٠,٢٣٠٢٨٤٥٠	٣٨	٠,٠٤٥٠٤٧٤٢	٥٨	٠,٠٠٨٨١٢٠١٤
١٩	٠,٢١٢٢٤٣٧٨	٣٩	٠,٠٤١٥١٨٣٦	٥٩	٠,٠٠٨١٢١٦٧٢
٢٠	٠,١٩٥٦١٦٣٩	٤٠	٠,٠٣٨٢٦٥٧٧	٦٠	٠,٠٠٧٤٨٥٤١

٣٥٨

قيم المقدار $(١+ع)^{ن}$ عند القيم المختلفة لـ ن

ر = ٩ %

ن	$(١+ع)^{ن}$	ن	$(١+ع)^{ن}$	ن	$(١+ع)^{ن}$
١	٠,٩١٧٤٣١١٩	٢١	٠,١٦٣٦٩٨٠٦	٤١	٠,٠٢٩٢٠٨٧٩١
٢	٠,٨٤١٦٧٩٩٩	٢٢	٠,١٥٠١٨١٧١	٤٢	٠,٠٢٦٧٩٧٠٥٦
٣	٠,٧٧٢١٨٣٤٨	٢٣	٠,١٣٧٧٨١٣٩	٤٣	٠,٠٢٤٥٨٤٤٥٥
٤	٠,٧٠٨٤٢٥٢١	٢٤	٠,١٢٦٤٠٤٩٤	٤٤	٠,٠٢٢٥٥٤٥٤٦
٥	٠,٦٤٩٩٣١٣٩	٢٥	٠,١١٥٩٦٧٨٤	٤٥	٠,٠٢٠٦٩٢٢٤٤
٦	٠,٥٩٦٢٦٧٣٣	٢٦	٠,١٠٦٣٩٢٥١	٤٦	٠,٠١٨٩٨٣٧١
٧	٠,٥٤٧٠٣٤٢٤	٢٧	٠,٠٩٧٦٠٧٨١	٤٧	٠,٠١٧٤١٦٢٤٧
٨	٠,٥٠١٨٦٦٢٨	٢٨	٠,٠٨٩٥٤٨٤٥	٤٨	٠,٠١٥٩٧٨٢٠٩
٩	٠,٤٦٠٤٢٧٧٨	٢٩	٠,٠٨٢١٥٤٥٤	٤٩	٠,٠١٤٦٥٨٩٠٧
١٠	٠,٤٢٢٤١٠٨١	٣٠	٠,٠٧٥٣٧١١٤	٥٠	٠,٠١٣٤٤٨٥٣٨
١١	٠,٣٨٧٥٣٢٨٥	٣١	٠,٠٦٩١٤٧٨٣	٥١	٠,٠١٢٣٣٨١٠٩
١٢	٠,٣٥٥٥٣٤٧٣	٣٢	٠,٠٦٣٤٣٨٣٨	٥٢	٠,٠١١٣١٩٣٦٦
١٣	٠,٣٢٦١٧٨٦٥	٣٣	٠,٠٥٨٢٠٠٣٥	٥٣	٠,٠١٠٣٨٤٧٣٩
١٤	٠,٢٩٩٢٤٦٤٧	٣٤	٠,٠٥٣٣٩٤٨١	٥٤	٠,٠٠٩٥٢٧٢٨٤
١٥	٠,٢٧٤٥٣٨٠٤	٣٥	٠,٠٤٨٩٨٦٠٧	٥٥	٠,٠٠٨٧٤٠٦٢٧٥
١٦	٠,٢٥١٨٦٩٧٦	٣٦	٠,٠٤٤٩٤١٣٥	٥٦	٠,٠٠٨٠١٨٩٢٤٣
١٧	٠,٢٣١٠٧٣١٨	٣٧	٠,٠٤١٢٣٠٥٩	٥٧	٠,٠٠٧٣٥٦٨١١٣
١٨	٠,٢١١٩٩٣٧٤	٣٨	٠,٠٣٧٨٢٦٢٣	٥٨	٠,٠٠٦٧٤٩٣٦٨
١٩	٠,١٩٤٤٨٩٦٧	٣٩	٠,٠٣٤٧٠٢٩٦	٥٩	٠,٠٠٦١٩٢٠٨٠٨
٢٠	٠,١٧٨٤٣٠٨٩	٤٠	٠,٠٣١٨٣٧٥٨	٦٠	٠,٠٠٥٦٨٠٨٠٨

قيم المقدار (١+ع)^ن عند القيم المختلفة لـ ن

ر = ٩,٥ %

ن	(١+ع)^ن	ن	(١+ع)^ن	ن	(١+ع)^ن
١	٠,٩١٣٢٤٢٠١	٢١	٠,١٦٣٦٩٨٠٦	٤١	٠,٠٢٤٢١١٤٩٧
٢	٠,٨٤١٦٧٩٩٩	٢٢	٠,١٥٠١٨١٧١	٤٢	٠,٠٢٢١١٠٩٢٩
٣	٠,٧٧٢١٨٣٤٨	٢٣	٠,١٣٧٧٨١٣٩	٤٣	٠,٠٢٠١٩٢٦٢٩
٤	٠,٧٠٨٤٢٥٢١	٢٤	٠,١٢٦٤٠٤٩٤	٤٤	٠,٠١٨٤٤٠٧٥٧
٥	٠,٦٤٩٩٣١٣٩	٢٥	٠,١١٥٩٦٧٨٤	٤٥	٠,٠١٦١٦٣١١٥
٦	٠,٥٩٦٢٦٧٣٣	٢٦	٠,١٠٦٣٩٢٥١	٤٦	٠,٠١٢٣٧٩٧٩٣
٧	٠,٥٤٧٠٣٤٢٤	٢٧	٠,٠٩٧٦٠٧٨١	٤٧	٠,٠١٤٠٤٥٤٧٣
٨	٠,٥٠١٨٦٦٢٨	٢٨	٠,٠٨٩٥٤٨٤٥	٤٨	٠,٠١٢٨٢٦٩١٦
٩	٠,٤٦٠٤٢٧٧٨	٢٩	٠,٠٨٢١٥٤٥٤	٤٩	٠,٠١١٧١٤٠٧٩
١٠	٠,٤٢٢٤١٠٨١	٣٠	٠,٠٧٥٣٧١١٤	٥٠	٠,٠١٠٦٩٧٧٨٩
١١	٠,٣٨٧٥٣٢٨٥	٣١	٠,٠٦٩١٤٧٨٣	٥١	٠,٠٠٩٧٦٩٦٧٠٦
١٢	٠,٣٥٥٥٣٤٧٣	٣٢	٠,٠٦٣٤٣٨٣٨	٥٢	٠,٠٠٨٩٢٢٠٧٣٦
١٣	٠,٣٢٦١٧٨٦٥	٣٣	٠,٠٥٨٢٠٠٣٥	٥٣	٠,٠٠٨١٤٨٠١٢٤
١٤	٠,٢٩٩٢٤٦٤٧	٣٤	٠,٠٥٣٣٩٤٨١	٥٤	٠,٠٠٧٤٤١١٠٧٢
١٥	٠,٢٧٤٥٣٨٠٤	٣٥	٠,٠٤٨٩٨٦٠٧	٥٥	٠,٠٠٦٧٩٥٥٣١٧
١٦	٠,٢٥١٨٦٩٧٦	٣٦	٠,٠٤٤٩٤١٣٥	٥٦	٠,٠٠٢٠٥٩٦٥
١٧	٠,٢٣١٠٧٣١٨	٣٧	٠,٠٤١٢٣٠٥٩	٥٧	٠,٠٠٥٦٦٧٥٤٨
١٨	٠,٢١١٩٩٣٧٤	٣٨	٠,٠٣٧٨٢٦٢٣	٥٨	٠,٠٠٥١٧٥٨٤٢٩
١٩	٠,١٩٤٤٨٩٦٧	٣٩	٠,٠٣٤٧٠٢٩٦	٥٩	٠,٠٠٤٧٢٦٧٩٧١
٢٠	٠,١٧٨٤٣٠٨٩	٤٠	٠,٠٣١٨٣٧٥٨	٦٠	٠,٠٠٤٣١٦٧٠٩٧

قيم المقدار (١+ع)^{ن} عند القيم المختلفة لـ ن

ر = ١٠ %

ن	(١+ع)^{ن}	ن	(١+ع)^{ن}	ن	(١+ع)^{ن}
١	٠,٩٠٩٠٩٠٩١	٢١	٠,١٣٥١٣٠٥٧	٤١	٠,٦٦٥٠٠٣١٠٧
٢	٠,٨٢٦٤٤٦٢٨	٢٢	٠,١٢٢٨٤٥٩٧	٤٢	٠,٦٥٨٤١٨٩١٨
٣	٠,٧٥١٣١٤٨٠	٢٣	٠,١١١٦٧٨١٦	٤٣	٠,٦٥١٨٩٩٩١٩
٤	٠,٦٨٣٠١٣٤٦	٢٤	٠,١٠١٥٢٥٦٠	٤٤	٠,٦٤٥٤٤٥٤٦٤
٥	٠,٦٢٠٩٢١٣٢	٢٥	٠,٠٩٢٢٩٦٠٠	٤٥	٠,٦٣٩٠٥٤٩١٥
٦	٠,٥٦٤٤٧٣٩٣	٢٦	٠,٠٨٣٩٠٥٤٥	٤٦	٠,٦٣٢٧٢٧٦٣٩
٧	٠,٥١٣١٥٨١٢	٢٧	٠,٠٧٦٢٧٧٦٨	٤٧	٠,٦٢٦٤٦٣٠٠٩
٨	٠,٤٦٦٥٠٧٣٨	٢٨	٠,٠٦٩٣٤٣٣٥	٤٨	٠,٦٢٠٢٦٠٤٠٥
٩	٠,٤٢٤٠٩٧٦٢	٢٩	٠,٠٦٣٠٣٩٤١	٤٩	٠,٦١٤١١٩٢١٣
١٠	٠,٣٨٥٥٤٣٢٩	٣٠	٠,٠٥٧٣٠٨٥٥	٥٠	٠,٦٠٨٠٣٨٨٤
١١	٠,٣٥٠٤٩٣٩٠	٣١	٠,٠٥٢٠٩٨٦٨	٥١	٠,٦٠٢٠١٨٦٣٨
١٢	٠,٣١٨٦٣٠٨٢	٣٢	٠,٠٤٧٣٦٢٤٤	٥٢	٠,٥٩٦٠٥٨٠٥٧
١٣	٠,٣٨٩٦٦٤٣٨	٣٣	٠,٠٤٣٠٥٦٧٦	٥٣	٠,٥٩٠١٥٦٤٩٢
١٤	٠,٢٦٣٣٣١٢٥	٣٤	٠,٠٣٩١٤٢٥١	٥٤	٠,٥٨٤٣١٣٣٥٩
١٥	٠,٢٣٩٣٩٢٠٥	٣٥	٠,٠٣٥٥٨٤١٠	٥٥	٠,٥٧٨٥٢٨٠٧٨
١٦	٠,٢١١٧٦٢٩١٤	٣٦	٠,٠٣٢٣٤٩١٨	٥٦	٠,٥٧٢٨٠٠٠٧٧
١٧	٠,١٩٧٨٤٤٦٧	٣٧	٠,٠٢٩٤٠٨٣٥	٥٧	٠,٥٦٧١٢٨٧٨٩
١٨	٠,١٧٩٨٥٨٧٩	٣٨	٠,٠٢٦٧٣٤٨٦	٥٨	٠,٥٦١٥١٣٦٥٣
١٩	٠,١٦٣٥٠٧٩٩	٣٩	٠,٠٢٤٣٠٤٤٢	٥٩	٠,٥٥٥٩٥٤١١٢
٢٠	٠,١٤٨٦٤٣٦٣	٤٠	٠,٠٢٢٠٩٤٩٣	٦٠	٠,٥٥٠٤٤٩٦١٦

ملحق (٧)

قيم المقدار $ح_{\overline{ك|}\,ر}$

$$ح_{\overline{ك|}\,ر} = \frac{(١ + ر)^{+ك} - ١}{ر}$$

ملحق (٧)

الجدول التالى يعطى قيم المقدار حـ ك┐ر عند القيم المختلفة لـ ك

ر = ٥,٠%

ك	حـ ك┐ر	ك	حـ ك┐ر	ك	حـ ك┐ر
١	١,٠٠٠٠٠٠٠٠	٢١	٢٢,٠٨٤٠١١٠١	٤١	٤٥,٣٧٩٦٤١٥٢
٢	٤,٠٠٥٠٠٠٠٠	٢٢	٢٣,١٩٤٤٣١٠٧	٤٢	٤٦,٦٠٦٥٣٩٧٤
٣	٣,٠١٥٠٢٥٠	٢٣	٢٤,٣١٠٤٠٣٢٢	٤٣	٤٧,٨٣٩٥٧٢٤٢
٤	٤,٠٣٠١٠٠١٢	٢٤	٢٥,٤٣١٩٥٥٢٤	٤٤	٤٩,٠٧٨٧٧٠٣
٥	٥,٠٥٠٢٥٠٦٣	٢٥	٢٦,٥٥٩١١٥٠٢	٤٥	٥٠,٣٢٤١٦٤١٤
٦	٦,٠٧٥٥٠١٨٨	٢٦	٢٧,٦٩١٩١٠٥٩	٤٦	٥١,٥٧٥٧٨٤٩٦
٧	٧,١٠٥٨٧٩٣٩	٢٧	٢٨,٨٣٠٣٧٠١٥	٤٧	٥٢,٨٣٣٦٦٣٨٨
٨	٨,١٤١٤٠٨٧٩	٢٨	٢٩,٩٧٤٥٢٢٠٠	٤٨	٥٤,٠٩٧٨٣٢٢
٩	٩,١٨٢١١٥٨٣	٢٩	٣١,١٢٤٢٩٤٦١	٤٩	٥٥,٣٩٨٣٢١٣٦
١٠	١٠,٢٢٨٠٢٦٤١	٣٠	٣٢,٢٨٠٠١٦٥٨	٥٠	٥٦,٦٤٥١٦٢٩٨
١١	١١,٢٧٩١٦٦٥٤	٣١	٣٣,٤٤١٤١٦٦٦	٥١	٥٧,٩٢٨٣٨٨٨
١٢	١٢,٣٣٥٥٦٢٣٧	٣٢	٣٤,٦٠٨٦٢٣٧٥	٥٢	٥٩,٢١٨٠٣٠٧٤
١٣	١٣,٣٩٧٢٤٠١٨	٣٣	٣٥,٧٨١٦٦٦٨٦	٥٣	٦٠,٥١٤١٢٠٨٨
١٤	١٤.٤٦٤٢٢٦٣٩	٣٤	٣٦,٩٦٠٥٧٥٢٠	٥٤	٦١,٨١٦٦٩١٥
١٥	١٥,٥٣٦٥٤٧٥٢	٣٥	٣٨,١٤٥٣٧٨٠٧	٥٥	٦٣,١٢٥٧٧٤٩٦
١٦	١٦,٦١٤٢٣٠٢٦	٣٦	٣٩,٣٣٦١٠٤٩٦	٥٦	٦٤,٤٤٤١٤٠٤٨٢
١٧	١٧,٦٩٧٣٠١٤١	٣٧	٤٠,٥٣٢٧٨٥٤٩	٥٧	٦٥,٧٦٣٦١٠٨٤
١٨	١٨,٧٨٥٧٨٧٩١	٣٨	٤١,٧٣٥٤٤٩٤٢	٥٨	٦٧,٠٩٢٤٢٨٩
١٩	١٩,٨٧٩٧١٦٨٥	٣٩	٤٢,٩٤٤١٢٦٦٦	٥٩	٦٨,٤٢٧٨٩١٠٤
٢٠	٢٠,٩٧٩١١٥٤٤	٤٠	٤٤,١٥٨٨٤٧٣٠	٦٠	٦٩,٧٧٠٠٣٠٥

قيم المقدار حـ ك┐ر عند القيم المختلفة لـ ك

ر = ١%

ك	حـ ك┐ر	ك	حـ ك┐ر	ك	حـ ك┐ر
١	١٫٠٠٠٠٠٠٠٠	٢١	٢٣٫٢٣٩١٩٤٠٣	٤١	٥٠٫٣٧٥٢٣٧٠٩
٢	٢٫٠١٠٠٠٠٠٠	٢٢	٢٤٫٤٧١٥٨٥٩٨	٤٢	٥١٫٨٧٨٩٨٩٤٦
٣	٣٫٠٣٠١٠٠٠٠	٢٣	٢٥٫٧١٦٣٠١٨٣	٤٣	٥٣٫٣٩٧٧٧٩٣٥
٤	٤٫٠٦٠٤٠١٠٠	٢٤	٢٦٫٩٧٣٤٦٤٨٥	٤٤	٥٤٫٩٣١٧٥٧١٥
٥	٥٫١٠١٠٠٥٠١	٢٥	٢٨٫٢٤٣١٩٩٥٠	٤٥	٥٦٫٤٨١٠٧٤٧٢
٦	٦٫١٥٢٠١٥٠٦	٢٦	٢٩٫٥٢٥٦٣١٥٠	٤٦	٥٨٫٠٤٥٨٨٥٣٤٦
٧	٧٫٢١٣٥٣٥٢١	٢٧	٣٠٫٨٢٠٨٨٧٨١	٤٧	٥٩٫٦٢٦٣٤٤٣٢
٨	٨٫٢٨٥٦٧٠٥٦	٢٨	٣٢٫١٢٩٠٩٦٦٩	٤٨	٦١٫٢٢٢٦٠٧٧٦
٩	٩٫٣٨٥٢٧٢٧	٢٩	٣٣٫٤٥٠٣٨٧٦٦	٤٩	٦٢٫٨٣٤٨٣٣٨٤
١٠	١٠٫٤٦٢٢١٢٥٤	٣٠	٣٤٫٧٨٤٨٩١٥٣	٥٠	٦٤٫٤٦٣١٨٢١٨
١١	١١٫٥٦٦٨٣٤٦٧	٣١	٣٦٫١٣٣٧٤٠٤٥	٥١	٦٦٫١٠٧٨١٤
١٢	١٢٫٦٨٢٥٠٣٠١	٣٢	٣٧٫٤٩٤٠٦٧٨٥	٥٢	٦٧٫٧٦٨٨٩٢١٤
١٣	١٣٫٨٠٩٣٢٨٠٤	٣٣	٣٨٫٨٦٩٠٠٨٥٣	٥٣	٦٩٫٤٤٦٥٨١٠٦
١٤	١٤٫٩٤٧٤٢١٣٢	٣٤	٤٠٫٢٥٧٦٩٨٦٢	٥٤	٧١٫١٤١٠٤٦٨٧
١٥	١٦٫٠٩٦٨٩٥٥٤	٣٥	٤١٫٦٦٠٢٧٥٦٠	٥٥	٧٢٫٨٥٢٤٥٧٣٤
١٦	١٧٫٢٥٧٨٦٤٤٩	٣٦	٤٣٫٠٧٦٨٧٨٣٦	٥٦	٧٤٫٥٨٠٩٨١٩١
١٧	١٨٫٤٣٠٤٤٣١٤	٣٧	٤٤٫٥٠٧٦٤٧١٤	٥٧	٧٦٫٣٢٦٧٩١٧٣
١٨	١٩٫٦١٤٧٤٧٥٧	٣٨	٤٥٫٩٥٢٧٢٣٦١	٥٨	٧٨٫٠٩٠٠٥٩٦٥
١٩	٢٠٫٨١٠٨٩٥٠٤	٣٩	٤٧٫٤١٢٢٥٠٨٥	٥٩	٧٩٫٨٧٠٩٦٠٢٥
٢٠	٢٢٫٠١٩٠٠٣٩٩	٤٠	٤٨٫٨٨٦٣٧٣٣٦	٦٠	٨١٫٦٦٩٦٦٩٨٥

قيم المقدار حـ ك┐ر عند القيم المختلفة لـ ك

ر = ١,٥%

ك	حـ ك┐ر	ك	حـ ك┐ر	ك	حـ ك┐ر
١	١,٠٠٠٠٠٠٠	٢١	٢٤,٤٧٠٥٢٢١١	٤١	٥٦,٠٨١٩١٢٣١
٢	٢,٠١٥٠٠٠٠	٢٢	٢٥,٨٣٧٥٧٩٩٤	٤٢	٥٧,٩٢٣١٤١
٣	٣,٠٤٥٢٢٥٠٠	٢٣	٢٧,٢٢٥١٤٣٦٤	٤٣	٥٩,٧٩١٩٨٨١١
٤	٤,٠٩٠٩٠٣٣٧	٢٤	٢٨,٦٢٣٥٢٠٨٠	٤٤	٦١,٦٨٨٨٦٧٩٣
٥	٥,١٥٢٢٦٦٩٣	٢٥	٣٠,٠٦٣٠٢٣٦١	٤٥	٦٣,٦١٤٢٠٠٩٥
٦	٦,٢٢٩٥٥٠٩٣	٢٦	٣١,٥١٣٩٦٨٩٦	٤٦	٦٥,٥٦٨٤١٣٩٧
٧	٧,٣٢٢٩٩٤١٩	٢٧	٣٢,٩٨٦٦٧٨٥٠	٤٧	٦٧,٥٥١٩٤٠١٨
٨	٨,٤٣٢٨٣٩١١	٢٨	٣٤,٤٨١٤٧٨٦٧	٤٨	٦٩,٥٦٥٢١٩٢٨
٩	٩,٥٥٩٣٣١٦٩	٢٩	٣٥,٩٩٨٧٠٠٨٥	٤٩	٧١,٦٠٨٦٩٧٥٧
١٠	١٠,٧٠٢٧٢١٦٧	٣٠	٣٧,٥٣٨٦٨١٣٧	٥٠	٧٣,٦٨٢٨٢٨٠
١١	١١,٨٦٣٢٦٢٤٩	٣١	٣٩,١٠١٧٦١٥٩	٥١	٧٥,٧٨٨٠٧٠٤٥
١٢	١٣,٠٤١٢١١٤٣	٣٢	٤٠,٦٨٨٢٨٨٠١	٥٢	٧٧,٩٢٤٨٩١٥
١٣	١٤,٢٣٦٨٢٩٦٠	٣٣	٤٢,٢٩٨٦١٢٣٣	٥٣	٨٠,٠٩٣٧٦٤٩
١٤	١٥,٤٥٠٣٨٢٠٥	٣٤	٤٣,٩٣٣٠٩١٥٢	٥٤	٨٢,٢٩٥١٧١٣٦
١٥	١٦,٦٨٢١٣٧٧٨	٣٥	٤٥,٥٩٢٠٨٧٨٩	٥٥	٨٤,٥٢٩٥٩٨٩٣
١٦	١٧,٩٣٢٣٦٩٨٣	٣٦	٤٧,٢٧٥٩٦٩٢١	٥٦	٨٦,٧٩٧٥٤٢٩١
١٧	١٩,٢٠١٣٥٥٣٩	٣٧	٤٨,٩٨٥١٠٨٧٤	٥٧	٨٩,٠٩٩٥٠٦٠٥
١٨	٢٠,٤٨٩٣٧٥٧٢	٣٨	٥٠,٧١٩٨٨٥٣٨	٥٨	٩١,٤٣٥٩٩٨٦٥
١٩	٢١,٧٩٦٧١٦٣٦	٣٩	٥٢,٤٨٠٦٨٢٦٦	٥٩	٩٣,٨٠٧٥٣٨٦٣
٢٠	٢٣,١٢٣٦٦٧١٠	٤٠	٥٤,٢٦٧٨٩٣٩١	٦٠	٩٦,٢١٤٦٥١٧١

قيم المقدار حـ ك┐ ر عند القيم المختلفة لـ ك
ر = ٢%

ك	حـ ك┐ ر	ك	حـ ك┐ ر	ك	حـ ك┐ ر
١	١,٠٠٠٠٠٠	٢١	٢٥,٧٨٣٣٧١٩	٤١	٦٢,٦١٠٠٢٢٨٤
٢	٢,٠٢٠٠٠٠	٢٢	٢٧,٢٩٨٩٨٣٥٤	٤٢	٦٤,٨٦٢٢٢٣٣
٣	٣,٠٦٠٤٠٠٠٠	٢٣	٢٨,٨٤٤٩٦٣٢١	٤٣	٦٧,١٥٩٤٦٧٧٧
٤	٤,١٢١٦٠٨٠٠	٢٤	٣٠,٤٢١٨٦٢٤٧	٤٤	٦٩,٥٠٢٦٥٧١٢
٥	٥,٢٠٤٠٤٠١٦	٢٥	٣٢,٠٣٠٢٩٧٢	٤٥	٧١.٨٩٢٧١٠٢٦
٦	٦,٣٠٨١٢٠٩٦	٢٦	٣٣,٦٧٠٩٠٥٧٢	٤٦	٧٤,٣٣٠٥٦٤٤٧
٧	٧,٤٣٤٢٨٣٣٨	٢٧	٣٥,٣٤٤٣٢٣٨٣	٤٧	٧٦,٨١٧١٧٥٧٦
٨	٨,٥٨٢٩٦٩٠٥	٢٨	٣٧,٠٥١٢١٠٣١	٤٨	٧٩,٣٥٣٥١٩٢٧
٩	٩,٧٥٤٦٢٨٤٣	٢٩	٣٨,٧٩٢٢٣٤٥١	٤٩	٨١,٩٤٠٥٨٩٦٦
١٠	١٠,٩٤٩٧٢١٠٠	٣٠	٤٠,٥٦٨٠٧٩٢١	٥٠	٨٤,٥٧٩٤٠١٤٥
١١	١٢,١٦٨٧١٥٤٢	٣١	٤٢,٣٧٩٤٤٠٧٩	٥١	٨٧,٢٧٠٩٨٩٤٨
١٢	١٣,٤١٢٠٨٩٧٣	٣٢	٤٤,٢٢٧٠٢٩٦١	٥٢	٩٠,٠١٦٤٠٩٢٧
١٣	١٤,٦٨٠٣٣١٥٢	٣٣	٤٦,١١١٥٧٠٢٠	٥٣	٩٢,٨١٦٧٣٧٤٦
١٤	١٥,٩٧٣٩٣٨١٥	٣٤	٤٨,٠٣٣٨٠١٦٠	٥٤	٩٥,٦٧٣٠٧٢٢
١٥	١٧,٢٩٣٤١٦٩٢	٣٥	٤٩,٩٩٤٤٧٧٦٣	٥٥	٩٨,٥٨٦٥٣٣٦٥
١٦	١٨,٦٣٩٢٨٥٢٥	٣٦	٥١,٩٩٤٣٦٧١٩	٥٦	١٠١,٥٥٨٢٦٤٣
١٧	٢٠,٠١٢٠٧٩٦	٣٧	٥٤,٠٣٤٢٥٤٥٣	٥٧	١٠٤,٥٨٩٤٢٩٦
١٨	٢١,٤١٢٣١٢٣٨	٣٨	٥٦,١١٤٩٣٩٦٢	٥٨	١٠٧,٦٨١٢١٨٢
١٩	٢٢,٨٤٠٥٥٨٦٣	٣٩	٥٨,٢٣٧٢٣٨٤١	٥٩	١١١٠,٨٣٤٨٤٢٦
٢٠	٢٤,٢٩٧٢٦٩٨٠	٤٠	٦٠,٤٠١٩٨٣١٨	٦٠	١١٤,٠٥١٥٣٩٤

قيم المقدار حـ ك┐ر عند القيم المختلفة لـ ك
ر = ٢,٥%

ك	حـ ك┐ر	ك	حـ ك┐ر	ك	حـ ك┐ر
١	١,٠٠٠٠٠	٢١	٢٧,١٨٣٢٧٤٠٥	٤١	٧٠,٠٨٧٦١٧٣٦
٢	٢,٠٢٥٠٠٠	٢٢	٢٨,٨٦٢٨٥٥٩٠	٤٢	٧٢,٨٣٩٨٠٧٨
٣	٣,٠٧٥٦٢٥٠	٢٣	٣٠,٥٨٤٤٢٧٣٠	٤٣	٧٥,٦٦٠٨٠٣
٤	٤,١٥٢٥١٥٦٢	٢٤	٣٢,٣٤٩٠٣٧٩٨	٤٤	٧٨,٥٥٢٣٢٣٠٧
٥	٥,٢٥٦٣٢٨٥٢	٢٥	٣٤,١٥٧٧٦٣٩٣	٤٥	٨١,٥١٦١٣١١٤
٦	٦,٣٨٧٧٣٦٧٣	٢٦	٣٦,٠١١٧٠٨٠٣	٤٦	٨٤,٥٥٤٠٣٤٤٢
٧	٧,٥٤٧٤٣٠١٥	٢٧	٣٧,٩١٢٠٠٠٧٣	٤٧	٨٧,٦٦٧٨٨٥٢٨
٨	٨,٧٣٦١١٥٩٠	٢٨	٣٩,٨٥٩٨٠٠٧٥	٤٨	٩٠,٨٥٩٥٨٢٤١
٩	٩,٩٥٤٥١٨٨٠	٢٩	٤١,٨٥٦٢٩٥٧٧	٤٩	٩٤,١٣١٠٧٢
١٠	١١,٢٠٣٣٧١٧٧	٣٠	٤٣,٩٠٢٧٠٣١٦	٥٠	٩٧,٤٨٤٣٤٨٧٧
١١	١٢,٤٨٣٤٦٦٣١	٣١	٤٦,٠٠٠٢٧٠٧٤	٥١	١٠٠,٩٢١٤٥٧٥
١٢	١٣,٧٩٥٥٥٢٩٧	٣٢	٤٨,١٥٠٢٧٧٥١	٥٢	١٠٤,٤٤٤٤٩٣٩
١٣	١٥,١٤٠٤٤١٧٩	٣٣	٥٠,٣٥٤٠٣٤٤٥	٥٣	١٠٨,٠٥٥٦٠٦٣
١٤	١٦,٥١٨٩٥٢٨٤	٣٤	٥٢,٦١٢٨٨٥٣١	٥٤	١١١,٧٥٦٩٩٦٤
١٥	١٧,٩٣١٩٢٦٦٦	٣٥	٥٤,٩٢٨٢٠٧٤٤	٥٥	١١٥,٥٥٠٩٢١٣
١٦	١٩,٣٨٠٢٢٤٨٣	٣٦	٥٧,٣٠١٤١٢٦٣	٥٦	١١٩,٤٣٩٦٩٤٤
١٧	٢٠,٨٦٤٧٣٠٤٥	٣٧	٥٩,٧٣٣٩٤٧٩٤	٥٧	١٢٣,٤٢٥٦٨٦٧
١٨	٢٢,٣٨٦٣٤٨٧١	٣٨	٦٢,٢٢٧٢٩٦٦٤	٥٨	١٢٧,٥١١٣٢٨٩
١٩	٢٣,٩٤٦٠٠٧٤٣	٣٩	٦٤,٧٨٢٩٧٩٠٦	٥٩	١٣١,٦٩٩١١٢١١
٢٠	٢٥,٥٤٤٦٥٧٦١	٤٠	٦٧,٤٠٢٥٥٣٥٤	٦٠	١٣٥,٩٩١٥٩

٣٦٨

قيم المقدار حـ ك⌐ ر عند القيم المختلفة لـ ك
ر = ٣%

ك	حـ ك⌐ ر	ك	حـ ك⌐ ر	ك	حـ ك⌐ ر
١	١,٠٠٠٠٠٠٠	٢١	٢٨,٦٧٦٤٨٥٧٢	٤١	٧٨,٦٦٣٢٩٧٥٢
٢	٢,٠٣٠٠٠٠٠٠	٢٢	٣٠,٥٣٦٧٨٠٣٠	٤٢	٨٢,٠٢٣١٩٦٤٥
٣	٣,٠٩٠٩٠٠٠٠	٢٣	٣٢,٤٥٢٨٨٣٧٠	٤٣	٨٥,٤٨٣٨٩٢٣٤
٤	٤,١٨٣٦٢٧٠	٢٤	٣٤,٤٢٦٤٧٠٢٢	٤٤	٨٩,٠٤٨٤٠٩١١
٥	٥,٣٠٩١٣٥٨١	٢٥	٣٦,٤٥٩٢٦٤٣٢	٤٥	٩٢,٧١٩٨٦١٣٨
٦	٦,٤٦٨٤٠٩٨٨	٢٦	٣٨,٥٥٣٠٤٢٢٥	٤٦	٩٦,٥٠١٤٥٧٢٢
٧	٧,٦٦٢٤٦٢١٨	٢٧	٤٠,٧٠٩٦٣٣٥٢	٤٧	١٠٠,٣٩٦٥٠٠٩
٨	٨,٨٩٢٢٣٢٦٠٥	٢٨	٤٢,٩٣٠٩٢٢٥٢	٤٨	١٠٤,٤٠٨٣٩٦
٩	١٠,١٥٩١٠٦١٣	٢٩	٤٥,٢١٨٨٥٠٢٠	٤٩	١٠٨,٥٤٠٦٤٧٨
١٠	١١,٤٦٣٨٧٩٣١	٣٠	٤٧,٥٧٥٤١٥٧١	٥٠	١١٢,٧٩٦٨٦٧٣
١١	١٢,٨٠٧٧٩٥٦٩	٣١	٥٠,٠٠٢٦٧٨١٨	٥١	١١٧,١٨٠٧٧٣٣
١٢	١٤,١٩٢٠٢٩٥٦	٣٢	٥٢,٥٠٢٧٥٨٥٢	٥٢	١٢١,٦٩٦١٩٦٥
١٣	١٥,٢١٧٧٩٠٤٥	٣٣	٥٥,٠٧٧٨٤١٢٨	٥٣	١٢٦,٣٤٧٠٨٢٤
١٤	١٧,٠٨٦٣٢٤١٦	٣٤	٥٧,٧٣٠١٧٦٥٢	٥٤	١٣١,١٣٧٤٩٤٩
١٥	١٨,٥٩٨٩١٣٨٩	٣٥	٦٠,٤٦٢٠٨١٨١	٥٥	١٣٦,٠٧١٦١٩٧
١٦	٢٠,١٥٦٨٨١٣٠	٣٦	٦٣,٢٧٥٩٤٤٢٧	٥٦	١٤١,١٥٣٧٦٨٣
١٧	٢١,٧٦١٥٨٧٧٤	٣٧	٦٦,١٧٤٢٢٢٥٩	٥٧	١٤٦,٣٨٨٣٨١٤
١٨	٢٣,٤١٤٤٣٥٣٧	٣٨	٦٩,١٥٩٤٤٩٢٧	٥٨	١٥١,٧٨٠٠٣٢٨
١٩	٢٥,١١٦٨٦٨٤٤	٣٩	٧٢,٢٣٤٢٣٢٧٥	٥٩	١٥٧,٣٣٣٤٣٣٨
٢٠	٢٦,٨٧٠٣٧٤٤٩	٤٠	٧٥,٤٠١٢٥٩٧٣	٦٠	١٦٣,٠٥٣٤٣٦٨

قيم المقدار حـ ك┐ ر عند القيم المختلفة لـ ك
ر = ٣,٥%

ك	حـ ك┐ ر	ك	حـ ك┐ ر	ك	حـ ك┐ ر
١	١,٠٠٠٠٠	٢١	٣٠,٢٦٩٤٧٠٦٨	٤١	٨٨,٥٠٩٥٣٧٤٥
٢	٢,٠٣٥٠٠٠٠	٢٢	٣٢,٣٢٨٩٠٢١٥	٤٢	٩٢,٦٠٧٣٧١٢٧
٣	٣,١٠٦٢٢٥٠٠	٢٣	٣٤,٤٦٠٤١٣٧٣	٤٣	٩٦,٨٤٨٦٢٩٢٦
٤	٤,٢١٤٩٤٢٨٧	٢٤	٣٦,٦٦٦٥٢٨٢١	٤٤	١٠١,٢٣٨٣٣١٣
٥	٥,٣٦٢٤٦٥٨٨	٢٥	٣٨,٩٤٩٨٥٦٦٩	٤٥	١٠٥,٧٨١٦٧٢٩
٦	٦,٥٥٠١٥٢١٨	٢٦	٤١,٣١٣١٠١٦٨	٤٦	١١٠,٤٨٤٠٣١٤
٧	٧,٧٧٩٤٠٧٥١	٢٧	٤٣,٧٥٩٠٦٠٢٤	٤٧	١١٥,٤٥٠٩٧٢٥
٨	٩,٠٥١٦٨٦٧٧	٢٨	٤٦,٢٩٠٦٢٧٣٤	٤٨	١٢٠.٣٨٨٢٥٦٦
٩	١٠,٣٦٨٤٩٥٨١	٢٩	٤٨,٩١٠٧٩٩٣٠	٤٩	١٢٥,٦٠١٨٤٥٥
١٠	١١,٧٣١٣٩٣١٦	٣٠	٥١,٦٢٢٦٧٧٢٨	٥٠	١٣٠,٩٩٧٩١٠١
١١	١٣,١٤١٩٩١٩٢	٣١	٥٤,٤٢٩٤٧٠٩٨	٥١	١٣٦,٥٨٢٨٣٧
١٢	١٤,٦٠١٩٦١٦٤	٣٢	٥٧,٣٣٤٥٠٢٤٧	٥٢	١٤٢,٣٦٣٢٣٦٣
١٣	١٦,١١٣٠٣٠٣٠	٣٣	٦٠,٣٤١٢١٠٠٥	٥٣	١٤٨,٣٤٥٩٤٩٦
١٤	١٧,٦٧٦٩٨٦٣٦	٣٤	٦٣,٤٥٣١٥٢٤٠	٥٤	١٥٤,٥٣٨٠٥٧٨
١٥	١٩,٣٩٥٦٨٠٨٨	٣٥	٦٦,٦٧٤٠١٢٧٤	٥٥	١٦٠,٩٤٦٨٨٩٨
١٦	٢٠,٩٧١٠٢٧١	٣٦	٧٠,٠٠٧٦٠٣١٨	٥٦	١٦٧,٥٨٠٠٣١
١٧	٢٢,٧٥٠١٥٧٥	٣٧	٧٣,٤٥٧٨٦٩٣٠	٥٧	١٧٤,٤٤٥٣٣٢
١٨	٢٤,٤٩٩٦٩١٣٠	٣٨	٧٧,٠٢٨٨٩٤٧٢	٥٨	١٨١,٥٥٠٩١٨٧
١٩	٢٦,٣٥٧١٨٠٥٠	٣٩	٨٠,٧٢٤٩٠٦٠٤	٥٩	١٨٨,٩٠٥٢٠٠٨
٢٠	٢٨,٢٧٩٦٨١٨١	٤٠	٨٤,٥٥٠٢٧٧٧٥	٦٠	١٩٦,٥١٦٨٨٢٩

قيم المقدار حـ ك┐ر عند القيم المختلفة لـ ك
ر = ٤%

ك	حـ ك┐ر	ك	حـ ك┐ر	ك	حـ ك┐ر
١	١,٠٠٠٠٠	٢١	٣١,٩٦٩٢٠١٧٢	٤٢	٩٩,٨٢٦٥٣٦٣٢
٢	٢,٠٤٠٠٠٠٠٠	٢٢	٣٤,٢٤٧٩٦٩٧٩	٤٢	١٠٤,٨١٩٥٩٧٨
٣	٣,١٢١٦٠٠٠	٢٣	٣٦,٦١٧٨٨٨٥٨	٤٣	١١٠,٠١٢٣٨١٧
٤	٤,٢٤٦٤٦٤٠٠	٢٤	٣٩,٠٨٢٦٠٤١٢	٤٤	١١٥,٤١٢٨٧٦٩
٥	٥,٤١٦٣٢٢٥٦	٢٥	٤١,٦٤٥٩٠٨٢٩	٤٥	١٢١,٠٢٩٣٩٢
٦	٦,٦٣٢٩٧٥٤٦	٢٦	٤٤,٣١١٧٤٤٦٢	٤٦	١٢٦,٨٧٠٥٦٧٧
٧	٧,٨٩٨٢٩٤٤٨	٢٧	٤٧,٠٨٤٢١٤٤٠	٤٧	١٣٢,٩٤٥٣٩٠٤
٨	٩,٢١٤٢٢٦٢٦	٢٨	٤٩,٩٦٧٥٨٢٩٨	٤٨	١٣٩,٢٦٣٢٠٦
٩	١٠,٥٨٢٧٩٥٣١	٢٩	٥٢,٩٦٦٢٨٦٣٠	٤٩	١٤٥,٨٣٣٧٣٤٣
١٠	١٢,٠٠٦١٠٧١٢	٣٠	٥٦,٠٨٤٩٣٧٧٥	٥٠	١٥٢,٦٦٧٠٨٣٦
١١	١٣,٤٨٦٣٥١٤١	٣١	٥٩,٣٢٨٣٣٥٢٦	٥١	١٥٩,٧٧٣٧٦٧
١٢	١٥,٠٢٥٨٠٥٤٦	٣٢	٦٢,٧٠١٤٦٨٦٧	٥٢	١٦٧,١٦٤٧١٧٧
١٣	١٦,٦٢٦٨٣٧٦٨	٣٣	٦٦,٢٠٩٥٢٧٤٢	٥٣	١٧٤,٨٥١٣٠٦٤
١٤	١٨,٢٩١٩١١١٩	٣٤	٦٩,٨٥٧٩٠٨٥١	٥٤	١٨٢,٨٤٥٤٥٨٦
١٥	٢٠,٠٢٣٥٨٧٦٤	٣٥	٧٣,٦٥٢٢٢٤٨٦	٥٥	١٩١,١٥٩١٧٣
١٦	٢١,٨٢٤٥٣١١٤	٣٦	٧٧,٥٩٨٣١٣٨٥	٥٦	١٩٩,٨٠٥٥٣٩٩
١٧	٢٣,٦٩٧٥١٢٣٩	٣٧	٨١,٨٠٢٢٤٦٤٠	٥٧	٢٠٨,٧٩٧٧٦١٥
١٨	٢٥,٦٤٥٤١٢٨٨	٣٨	٨٥,٩٧٠٣٣٦٢٦	٥٨	٢١٨,١٤٩٦٧١٩
١٩	٢٧,٦٧١٢٢٩٤٠	٣٩	٩٠,٤٠٩١٤٩٧١	٥٩	٢٢٧,٨٧٥٦٥٨٨
٢٠	٢٩,٧٧٨٠٧٨٥٨	٤٠	٩٥,٠٢٥٥١٥٧٠	٦٠	٢٣٧,٩٩٠٦٨٥٢

٣٧١

قيم المقدار حـ ك┐ر عند القيم المختلفة لـ ك
ر = ٤,٥%

ك	حـ ك┐ر	ك	حـ ك┐ر	ك	حـ ك┐ر
١	١,٠٠٠٠٠٠٠	٢١	٢٣,٧٨٣١٣٦٨٠	٤١	١١٢,٨٤٦٦٨٧٦
٢	٢,٠٤٥٠٠٠٠	٢٢	٣٦,٣٠٣٣٧٧٩٥	٤٢	١١٨,٩٢٤٧٨٨٥
٣	٣,١٣٧٠٢٥٠٠	٢٣	٣٨,٩٣٧٠٢٩٩٦	٤٣	١٢٥,٢٧٦٤٠٤
٤	٤,٢٧٨١٩١١٢	٢٤	٤١,٦٨٩١٩٦٣١	٤٤	١٣١,٩١٣٨٤٢٢
٥	٥,٤٧٠٧٠٩٧٣	٢٥	٤٤,٥٦٥٢١٠١٥	٤٥	١٣٨,٨٤٩٩٦٥١
٦	٦,٧١٦٨٩١٦٦	٢٦	٤٧,٥٧٠٦٤٤٦٠	٤٦	١٤٦,٠٩٨٢١٣٥
٧	٨,٠١٩١٥١٧٩	٢٧	٥٠,٧١١٣٢٣٦١	٤٧	١٥٣,٦٧٢٦٣٣١
٨	٩,٣٨٠٠١٣٦٢	٢٨	٥٣,٩٩٣٣٣٣١٧	٤٨	١٦١,٥٨٧٩٠١٦
٩	١٠,٨٠٢١١٤٢٣	٢٩	٥٧,٤٢٣٠٣٣١٦	٤٩	١٦٩,٨٥٩٣٥٧٢
١٠	١٢,٢٨٨٢٠٩٣٧	٣٠	٦١,٠٠٧٠٦٩٦٦	٥٠	١٧٨,٥٠٣٠٢٨٣
١١	١٣,٨٤١١٧٨٧٩	٣١	٦٤,٧٥٢٣٨٧٧٩	٥١	١٨٧,٥٣٥٦٦٤٥
١٢	١٥,٤٦٤٠٣١٨٤	٣٢	٦٨,٦٦٦٢٤٥٢٤	٥٢	١٩٦,٩٧٤٧٦٩٤
١٣	١٧,١٥٩٩١٣٢٧	٣٣	٧٢,٧٥٦٢٢٦٢٨	٥٣	٢٠٦,٨٣٨٦٣٤١
١٤	١٨,٩٣٢١٠٩٣٧	٣٤	٧٧,٠٣٠٢٥٦٤٦	٥٤	٢١٧,١٤٦٣٧٢٦
١٥	٢٠,٧٨٤٠٥٤٢٩	٣٥	٨١,٤٩٦٦١٨٠٠	٥٥	٢٢٧,٩١٧٩٥٩٤
١٦	٢٢,٧١٩٣٢٦٧٣	٣٦	٨٦,١٦٣٩٦٥٨١	٥٦	٢٣٩,١٧٤٢٦٧٥
١٧	٢٤,٧٤١٧٠٦٨٩	٣٧	٩١,٠٤١٣٤٤٢٧	٥٧	٢٥٠,٩٣٧١٠٩٦
١٨	٢٦,٨٥٥٠٨٣٧٠	٣٨	٩٦,١٣٨٢٠٤٧٦	٥٨	٢٦٣,٢٢٩٢٧٩٥
١٩	٢٩,٠٦٣٥٦٢٤٦	٣٩	١٠١,٤٦٤٤٢٤	٥٩	٢٧٦,٠٧٤٥٩٧١
٢٠	٣١,٣٧١٤٢٢٧٧	٤٠	١٠٧,٠٣٠٣٣٣٠٦	٦٠	٢٨٩,٤٩٧٩٥٤

قيم المقدار حـ ك⌉ ر عند القيم المختلفة لـ ك
ر = ٥%

ك	حـ ك⌉ ر	ك	حـ ك⌉ ر	ك	حـ ك⌉ ر
١	١,٠٠٠٠٠٠٠	٢١	٣٥,٧١٩٢٥١٨١	٤١	١٢٧,٨٣٩٧٦٢٩
٢	٢,٠٥٠٠٠٠	٢٢	٣٨,٥٠٠٥٢١٤٤٠	٤٢	١٣٥,٢٣١٧٥١١
٣	٣,١٥٢٥٠٠٠	٢٣	٤١,٤٣٠٤٧٥١٢	٤٣	١٤٢,٩٩٣٣٣٨٦
٤	٤,٣١٠١٢٥٠٠	٢٤	٤٤,٥٠١٩٩٨٨٧	٤٤	١٥١,١٤٣٠٠٥٦
٥	٥,٥٢٥٦٣١٢٥	٢٥	٤٧,٧٢٧٠٩٨٨٢	٤٥	١٥٩,٧٠٠١٥٥٩
٦	٦,٨٠١٩١٢٨١	٢٦	٥١,١١٣٤٥٣٧٦	٤٦	١٦٨,٦٨٥١٦٣٦
٧	٨,١٤٢٠٠٨٤٥	٢٧	٥٤,٦٦٩١٢٦٤٥	٤٧	١٧٨,١١٩٤٢١٨
٨	٩,٥٤٩١٠٨٨٨	٢٨	٥٨,٤٠٢٥٨٢٧٧	٤٨	١٨٨,٠٢٥٣٩٢٩
٩	١١,٠٢٦٥٦٤٣٢	٢٩	٦٢,٣٢٢٧١١٩١	٤٩	١٩٨,٤٢٦٦٦٢٦
١٠	١٢,٥٧٧٨٩٢٥٤	٣٠	٦٦,٤٣٨٨٤٧٥٠	٥٠	٢٠٩,٣٤٧٩٩٥٧
١١	١٤,٢٠٦٧٨٧١٦	٣١	٧٠,٧٦٠٧٨٩٨٨	٥١	٢٢٠,٨١٥٣٩٥٥
١٢	١٥,٩١٧١٢٦٥٢	٣٢	٧٥,٢٩٨٨٢٩٣٧	٥٢	٢٣٢,٨٥٦١٦٥٢
١٣	١٧,٧١٢٩٨٢٨٥	٣٣	٨٠,٠٦٣٧٧٠٨٤	٥٣	٢٤٥,٤٩٨٩٧٣٥
١٤	١٩,٥٩٨٦٣١٩٩	٣٤	٨٥,٠٦٦٩٥٩٣٨	٥٤	٢٥٨,٧٧٣٩٢٢٢
١٥	٢١,٥٧٨٥٦٣٥٩	٣٥	٩٠,٣٢٠٣٠٧٣٥	٥٥	٢٧٢,٧١٢٦١٨٣
١٦	٢٣,٦٥٧٤٩١٧٧	٣٦	٩٥,٨٣٦٣٢٢٧٢	٥٦	٢٨٧,٣٤٨٢٤٩٢
١٧	٢٥,٨٤٠٣٦٦٣٦	٣٧	١٠١,٦٢٨١٣٨٨٦	٥٧	٣٠٢,٧١٥٦٦١٧
١٨	٢٨,١٣٢٣٨٤٦٧	٣٨	١٠٧,٧٠٩٥٤٥٨٠	٥٨	٣١٨,٨٥١٤٤٤٧
١٩	٣٠,٥٣٩٠٠٣٩١	٣٩	١١٤,٠٩٥٠٢٣٠٩	٥٩	٣٣٥,٧٩٤٠١٧
٢٠	٣٣,٠٦٥٩٥٤١٠	٤٠	١٢٠,٩٩٧٧٤٢٤	٦٠	٣٥٣,٥٨٣٧١٧٨

قيم المقدار حـ ك┐ ر عند القيم المختلفة لـ ك
ر = ٥,٥ %

ك	حـ ك┐ ر	ك	حـ ك┐ ر	ك	حـ ك┐ ر
١	١,٠٠٠٠٠٠٠	٢١	٣٧,٧٨٦٠٧٥٥٠	٤١	١٤٥,١١٨٩٢٢٨
٢	٢,٠٥٥٠٠٠٠	٢٢	٤٠,٨٦٤٣٠٩٦٥	٤٢	١٥٤,١٠٠٤٦٣٦
٣	٣,١٦٨٠٢٥٠٠	٢٣	٤٤,١١١٨٤٦٦٩	٤٣	١٦٣,٥٧٥٩٨٩١
٤	٤,٣٤٢٢٦٦٣٨	٢٤	٤٧,٥٣٧٩٩٨٢٥	٤٤	١٧٣,٥٧٢٦٦٨٥
٥	٥,٥٨١٠٩١٠٣	٢٥	٥١,١٥٢٥٨٨١٦	٤٥	١٨٤,١١١٩١٦٥٢
٦	٦,٨٨٨٠٥١٠٣	٢٦	٥٤,٩٦٥٩٨٠٥١	٤٦	١٩٢,٢٤٥٧١٩٣
٧	٨,٢٦٦٨٩٣٨٤	٢٧	٥٨,٩٨٩١٠٩٤٣	٤٧	٢٠٦,٩٨٤٢٣٣٩
٨	٩,٧٢١٥٧٣٠٠	٢٨	٦٣,٢٣٣٥١٠٤٥	٤٨	٢١٩,٣٦٨٣٦٦٨
٩	١١,٢٥٦٢٥٩٥١	٢٩	٦٧,٧١١٣٥٣٥٣	٤٩	٢٣٢,٤٣٣٦٢٦٩
١٠	١٢,٨٧٥٣٥٣٧٩	٣٠	٧٢,٤٣٥٤٧٧٩٧	٥٠	٢٤٦,٢١٦٤٧٦٤
١١	١٤,٥٨٣٤٩٨٢٥	٣١	٧٧,٤١٩٤٢٩٢٦	٥١	٢٦٠,٧٥٩٦٣٧٦
١٢	١٦,٣٨٥٥٩٠٦٥	٣٢	٨٢,٧٧٤٩٧٨٧	٥٢	٢٧٦,١٠١٢٠٦٧
١٣	١٨,٢٨٦٧٩٨١٤	٣٣	٨٨,٢٢٤٧٦٠٢٥	٥٣	٢٩٢,٢٨٦٧٧٣١
١٤	٢٠,٢٩٢٥٧٢٠٣	٣٤	٩٤,٠٧٧١٢٢٠٧	٥٤	٣٠٩,٣٦٢٥٤٥٥
١٥	٢٢,٤٠٨٦٦٣٥٠	٣٥	١٠٠,٢٥١٣٦٣٧٨	٥٥	٣٢٧,٣٧٧٤٨٥٦
١٦	٢٤,٦٤١١٣٩٩٩	٣٩	١٠٦,٧٦٥١٨٨٧٩	٥٦	٣٤٦,٣٨٣٢٤٧٣
١٧	٢٦,٩٩٦٤٠٢٦٩	٣٧	١١٣,٦٣٧٢٧٤١٧	٥٧	٣٦٦,٣٤٣٢٥٩
١٨	٢٩,٤٨١٢٠٤٨٣	٣٨	١٢٠,٨٨٧٣٢٤٢٥	٥٨	٣٨٧,٥٨٨٢١٣٨
١٩	٣٢,١٠٢٦٧١١٠	٣٩	١٢٨,٥٣٦١٢٧٠٨	٥٩	٤٠٩,٩٠٥٥٦٥٦
٢٠	٤٣,٧٦٧٣١٨٠١	٤٠	١٣٦,٦٠٥٦١٤٠٧	٦٠	٤٣٣,٤٥٠٣٧١٧

قيم المقدار حـ ك⌐ر عند القيم المختلفة لـ ك

ر = ٦ %

ك	حـ ك⌐ر	ك	حـ ك⌐ر	ك	حـ ك⌐ر
١	١٫٠٠٠٠٠٠٠	٢١	٣٩٫٩٩٢٧٢٦٦٨	٤١	١٦٥.٠٤٧٦٨٣٥
٢	٢٫٠٦٠٠٠٠٠٠	٢٢	٤٣٫٣٩٢٢٩٠٢٨	٤٢	١٧٥٫٩٥٠٥٤٤٦
٣	٣٫١٨٣٦٠٠٠٠	٢٣	٤٦٫٩٩٥٨٢٧٦٩	٤٣	١٨٧٫٥٠٧٥٧٧٢
٤	٤٫٣٧٤٦١٦٠٠	٢٤	٥٠٫٨١٥٥٧٧٣٥	٤٤	١٩٩٫٧٥٨٠٣١٩
٥	٥٫٦٣٧٠٩٢٩٦	٢٥	٥٤٫٨٦٤٥١٢٠٠	٤٥	٢١٢٫٧٤٣٥١٣٨
٦	٦٫٩٧٥٣١٨٥٤	٢٦	٥٩٫١٥٦٣٨٢٧٢	٤٦	٢٢٦٫٥٠٨١٢٤٦
٧	٨٫٣٩٣٨٣٧٦٥	٢٧	٦٣٫٧٠٥٧٦٥٦٨	٤٧	٢٤١٫٠٩٨٦١٢١
٨	٩٫٨٩٧٤٦٧٩١	٢٨	٦٨٫٥٢٨١١١٦٢	٤٨	٢٥٦٫٥٦٤٥٢٨٨
٩	١١٫٤٩١٣١٥٩٨	٢٩	٧٣٫٦٣٩٧٩٨٣٢	٤٩	٢٧٢٫٩٥٨٤٠٠٥
١٠	١٣٫١٨٠٧٩٤٩٤	٣٠	٧٩٫٠٥٨١٨٦٢٢	٥٠	٢٩٠٫٣٣٥٩٠٤٦
١١	١٤٫٩٧١٦٤٢٦٤	٣١	٨٤٫٨٠١٦٧٧٣٩	٥١	٣٠٨٫٧٥٦٠٥٨٨
١٢	١٦٫٨٦٩٩٤١٢٠	٣٢	٩٠٫٨٨٩٧٧٨٠٣	٥٢	٣٢٨٫٢٨١٤٢٢٤
١٣	١٨٫٨٨٢١٣٧٦٧	٣٣	٩٧٫٣٤٣١٦٤٧١	٥٣	٤٣٨٫٩٧٨٣٠٧٧
١٤	٢١٫٠١٥٠٦٥٩٣	٣٤	١٠٤٫١٨٣٧٥٤٦٠	٥٤	٣٧٠٩١٧٠٠٦٢
١٥	٢٣٫٢٧٥٩٦٩٨٨	٣٥	١١١٫٤٣٤٧٧٩٨٧	٥٥	٣٩٤٫١٧٢٠٢٦٥
١٦	٢٥٫٦٧٢٥٢٨٠٨	٣٦	١١٩٫١٢٠٨٦٦٦٦	٥٦	٤١٨٫٨٢٢٣٤٨١
١٧	٢٨٫٢١٢٨٧٩٧٦	٣٧	١٢٧٫٢٦٨١١٨٦٦	٥٧	٤٤٤٫٩٥١٦٨٩
١٨	٣٠٫٩٠٥٦٥٢٥٥	٣٨	١٣٥٫٩٠٤٢٠٥٧٨	٥٨	٤٧٢٫٦٤٨٧٩٠٣
١٩	٣٣٫٧٥٩٩٩١٧٠	٣٩	١٤٥٫٠٥٨٤٥٨١٣	٥٩	٥٠٢٫٠٠٧٧١٧٨
٢٠	٣٧٫٧٨٥٥٩١٢٠	٤٠	١٥٤٫٧٦١٩٦٥٦٢	٦٠	٥٣٣٫١٢٨١٨٠٨

٣٧٥ ✓

قيم المقدار حـ ك┐ ر عند القيم المختلفة لـ ك

ر = ٦,٥ %

ك	حـ ك┐ ر	ك	حـ ك┐ ر	ك	حـ ك┐ ر
١	١,٠٠٠٠٠٠٠	٢١	٤٢,٣٤٨٩٥٣٧٣	٤١	١٨٨,٠٤٧٩٩٠٤
٢	٢,٠٦٥٠٠٠٠٠	٢٢	٤٦,١٠١٦٣٥٧٣	٤٢	٢٠١,٢٧١١٠٩٨
٣	٣,١٩٩٢٢٥٠٠	٢٣	٥٠,٠٩٨٢٤٢٠٥	٤٣	٢١٥,٣٥٣٧٣١٩
٤	٤,٤٠٧١٧٤٦٢	٢٤	٥٣,٣٥٣٦٢٧٧٨	٤٤	٢٣٠,٣٥١٧٢٤٥
٥	٥,٦٩٣٦٤٠٩٨	٢٥	٥٨,٨٨٦٧٦٨٥٩	٤٥	٢٤٦,٣٢٤٥٨٦٦
٦	٧,٠٦٣٧٢٧٦٤	٢٦	٦٣,٧١٥٣٧٧٦٩	٤٦	٢٦٣,٣٣٥٦٨٤٦
٧	٨,٥٢٢٨٦٩٩٤	٢٧	٦٨,٨٥٦٨٧٧٢٥	٤٧	٢٨١,٤٥٢٥٠٤٢
٨	١٠,٧٦٨٥٦٤٨	٢٨	٧٤,٣٣٢٥٧٤٢٧	٤٨	٣٠٠,٧٤٦٩١٧
٩	١١,٧٣١٨٥٢١٥	٢٩	٨٠,١٦٤١٩١٥٩	٤٩	٣٢١,٢٩٥٤٦٦٦
١٠	١٣,٤٩٤٤٢٢٥٤	٣٠	٨٦,٣٧٤٨٦٤٠٥	٥٠	٣٤٣,١٧٩٦٧١٩
١١	١٥,٣٧١٥٦٠٠١	٣١	٩٢,٩٨٩٢٣٠٢١	٥١	٣٦٦,٤٨٦٣٥٠٦
١٢	١٧,٣٧٠٧١١٤١	٣٢	١٠٠,٠٣٣٥٣٠١٧	٥٢	٣٩١,٣٠٧٩٦٣٤
١٣	١٩,٤٩٩٨٠٧٦٥	٣٣	١٠٧,٥٣٥٨٠٩٦٣	٥٣	٤١٧,٧٤٢٩٨١
١٤	٢١,٧٦٧٢٩٥١٥	٣٤	١١٥,٥٢٥٥٣٠٧٦	٥٤	٤٤٥,٨٩٦٢٧٤٨
١٥	٢٤,١٨٢١٦٩٣٣	٣٥	١٢٤,٠٣٤٦٩٠٢٦	٥٥	٤٧٥,٨٧٩٥٣٢٦
١٦	٢٦,٥٧٤٠١٠٣٤	٣٦	١٣٣,٠٩٦٩٤٥١٣	٥٦	٥٠٧,٨١١٧٠٢٣
١٧	٢٩,٤٩٣٠٢١٠١	٣٧	١٤٢,٧٤٨٢٤٦٥٦	٥٧	٥٤١,٨١٩٤٦٢٩
١٨	٣٢,٤١٠٠٦٧٣٨	٣٨	١٥٣,٠٢٦٨٨٢٥٩	٥٨	٥٧٨,٠٣٧٧٢٨
١٩	٣٥,٥١٦٧٢١٧٦	٣٩	١٦٣,٩٧٣٦٢٩٩٦	٥٩	٦١٦,٦١٠١٨٠٣
٢٠	٣٨,٨٢٥٣٠٨٦٧	٤٠	١٧٥,٦٣١٩١٩٠	٦٠	٦٥٧,٦٨٩٨٤٢

قيم المقدار حـ ك┐ر عند القيم المختلفة لـ ك
ر = ٧ %

ك	حـ ك┐ر	ك	حـ ك┐ر	ك	حـ ك┐ر
١	١,٠٠٠٠٠	٢١	٤٤,٨٦٥١٧٦٧٨	٤١	٢١٤,٦٠٩٥٦٩٨
٢	٢,٠٧٠٠٠٠	٢٢	٤٩,٠٠٥٧٣٩١٦	٤٢	٢٣٠,٦٣٢٢٣٩٧
٣	٣,٢١٤٩٠٠٠٠	٢٣	٥٣.٤٣٦١٤٠٩٠	٤٣	٢٤٧,٧٧٦٤٩٦٥
٤	٤,٤٣٩٩٤٣٠٠	٢٤	٥٨,١٧٦٦٧٠٧٦	٤٤	٢٦٦,١٢٠٨٥١٢
٥	٥,٧٥٠٧٣٩٠١	٢٥	٦٣,٢٤٩٠٣٧٧٢	٤٥	٢٨٥,٧٤٩٣١٠٨
٦	٧,١٥٣٢٩٠٧٤	٢٦	٦٨,٦٧٦٤٧٠٣٦	٤٦	٣٠٦,٧٥١٧٦٢٦
٧	٨,٦٥٤٠٢١٠٩	٢٧	٧٤,٤٨٣٨٢٣٢٨	٤٧	٣٢٩,٢٢٤٣٨٦
٨	١٠,٢٥٩٨٠٢٥٧	٢٨	٨٠,٦٩٧٦٩٠٩١	٤٨	٣٥٣,٢٥٠٠٩٣
٩	١١,٩٧٧٩٨٨٧٥	٢٩	٨٧,٣٤٦٥٢٩٢٧	٤٩	٣٧٨,٩٩٨٩٩٩٠
١٠	١٣,٨١٦٤٤٧٩٦	٣٠	٩٤,٤٦٠٧٨٦٣٢	٥٠	٤٠٦,٥٢٨٩٢٩٤
١١	١٥,٧٨٣٥٩٩٣٢	٣١	١٠٢,٧٣٠٤١٣٧	٥١	٤٣٥,٩٨٥٩٥٤٥
١٢	١٧,٨٨٨٤٥١٢٧	٣٢	١١٠,٢١٨١٥٤٢٦	٥٢	٤٦٧,٥٠٤٩٧١٤
١٣	٢٠,١٤٠٦٤٢٨٦	٣٣	١١٨,٩٣٣٤٢٥٠٦	٥٣	٥٠١,٢٣٠٣١٩٣
١٤	٢٢,٥٥٠٤٨٧٨٦	٣٤	١٢٨,٢٥٨٧٦٤٨١	٥٤	٥٣٧,٣١٦٤٤١٧
١٥	٢٠,١٢٩٠٢٢٠١	٣٥	١٣٨,٢٣٦٨٧٨٣٥	٥٥	٥٧٥,٩٢٨٥٩٢٦
١٦	٢٧,٨٨٨٠٥٣٥٥	٣٦	١٤٨,٩١٣٤٥٩٨٤	٥٦	٦١٧,٢٤٣٥٩٤١
١٧	٣٠,٨٤٠٢١٧٣٠	٣٧	١٦٠,٣٢٧٤٠٢٠٢	٥٧	٦٦١,٤٥٠٦٤٥٧
١٨	٣٣,٩٩٩٠٣٢٥١	٣٨	١٧٢,٥٦١٠٢٠١٧	٥٨	٧٠٨,٧٥٢١١٩٠٩
١٩	٣٧,٣٧٨٩٦٤٧٩	٣٩	١٨٥,٦٤٠٢٩١٥٨	٥٩	٧٥٩,٣٦٤٨٤٤٢
٢٠	٤٠,٩٩٥٤٩٢٣٢	٤٠	١٩٩,٦٣٥١١١١٩٩	٦٠	٨١٣,٥٢٠٣٨٣٣

٣٧٧

قيم المقدار حـ ك┐ر عند القيم المختلفة لـ ك

ر = ٧,٥ %

ك	حـ ك┐ر	ك	حـ ك┐ر	ك	حـ ك┐ر
١	١,٠٠٠٠٠	٢١	٤٧,٥٥٢٥٣٢٤٤	٤١	٢٤٥,٣٠٠٧٥٨٥
٢	٢,٠٧٥٠٠٠	٢٢	٥٢,١١٨٩٧٢٣٧	٤٢	٢٦٤,٦٩٨٣١٥٤
٣	٣,٢٣٠٦٢٥٠٠	٢٣	٥٧,٠٢٧٨٩٥٣٠	٤٣	٢٨٥,٥٥٠٦٨٩١
٤	٤.٤٧٢٩٢١٨٨	٢٤	٦٢,٣٠٤٩٨٧٤٤	٤٤	٣٠٧,٩٦٦٩٩٠٨
٥	٥,٨٠٨٣٩١٠٢	٢٥	٦٧,٩٧٧٨٦١٥٠	٤٥	٣٣٢,٠٦٤٥١٥١
٦	٧,٢٤٤٠٢٠٣٤	٢٦	٧٤,٠٧٦٢٠١١٢	٤٦	٣٥٧,٩٦٩٣٥٣٧
٧	٨,٧٨٧٣٢١٨٧	٢٧	٨٠,٦٣١٩١٦٢٠	٤٧	٣٨٥,٨١٧٠٥٥٢
٨	١٠,٤٤٦٣٧١٠١	٢٨	٧٨,٦٧٩٣٠٩٩١	٤٨	٤١٥,٧٥٣٣٣٤٤
٩	١٢,٢٢٩٨٤٨٨٣	٢٩	٩٥,٢٥٥٢٥٨١٦	٤٩	٤٤٧,٩٣٤٨٣٤٥
١٠	١٤,١٤٧٠٨٧٥٠	٣٠	١٠٣,٣٩٩٤٠٢٥٢	٥٠	٤٨٢,٥٢٩٩٤٧
١١	١٦,٢٠٨١١٩٠٦	٣١	١١٢,١٥٤٣٥٧٧١	٥١	٥١٩,٧١٩٦٩٣١
١٢	١٨,٤٢٣٧٢٧٩٩	٣٢	١٢١,٥٦٥٩٣٤٥٤	٥٢	٥٥٩,٦٩٨٦٧
١٣	٢٠,٨٠٥٥٠٧٥٩	٣٣	١٣١,٦٨٣٣٧٩٦٣	٥٣	٦٠٢,٦٧٦٠٧٠٣
١٤	٢٣,٣٦٥٩٢٠٦٦	٣٤	١٤٢,٥٥٩٦٣٣١٠	٥٤	٦٤٨,٨٧٦٧٧٥٦
١٥	٢٦,١١٨٣٦٤٧٠	٣٥	١٥٤,٢٥١٦٠٥٥٨	٥٥	٦٩٨,٥٤٢٥٣٣٧
١٦	٢٩,٠٧٧٢٤٢٠٦	٣٦	١٦٦,٨٢٠٤٧٦٠٠	٥٦	٧٥١,٩٣٣٢٢٣٨
١٧	٣٢,٢٥٨٠٣٥٢١	٣٧	١٨٠,٣٣٢٠١١٧٠	٥٧	٨٠٩,٣٢٨٢١٥٦
١٨	٣٥,٦٧٧٣٨٧٨٥	٣٨	١٩٤,٨٥٦٩١٢٥٨	٥٨	٨٧١,٠٢٦٨٣١٧
١٩	٣٩,٣٥٣١٩١٩٤	٣٩	٢١٠,٤٧١١٨١٠٢	٥٩	٩٣٧,٣٥٤٩١٩١
٢٠	٤٣,٣٠٤٦٨١٣٤	٤٠	٢٢٧,٢٥٦٥١٩٦٠	٦٠	١٠٠٨,٦٥٦٥٣٨

٣٧٨

قيم المقدار حـ ك┐ر عند القيم المختلفة لـ ك

ر = ٨,٥ %

ك	حـ ك┐ر	ك	حـ ك┐ر	ك	حـ ك┐ر
١	١,٠٠٠٠٠٠٠	٢١	٥٠,٤٢٢٩٢١٤٤	٤١	٢٨٠,٧٨١٠٤٠٢
٢	٢,٠٨٠٠٠٠٠	٢٢	٥٥,٤٥٦٧٥٥١٦	٤٢	٣٠٤,٢٤٣٥٢٣٤
٣	٣,٢٤٦٤٠٠٠٠	٢٣	٦٠,٨٩٣٢٩٥٥٧	٤٣	٣٢٩,٥٨٣٠٠٥٣
٤	٤,٥٠٦١١٢٠٠	٢٤	٦٦,٧٦٤٧٥٩٢٢	١٤	٣٥٦.٩٤٩٦٤٥٧
٥	٥,٨٦٦٦٠٩٦	٢٥	٧٣,١٠٥٩٣٩٩٥	٤٥	٣٨٦,٥٠٥٦١٧٣
٦	٧,٣٣٥٩٢٩٠٤	٢٦	٧٩,٩٥٤٤١٥١٥	٤٦	٤١٨,٤٢٦٠٦٦٧
٧	٨,٩٢٢٨٠٣٣٦	٢٧	٨٧,٣٥٠٧٦٨٣٦	٤٧	٤٥٢,٩٠٠١٥٢١
٨	١٠,٦٣٦٦٢٧٦٣	٢٨	٩٥,٣٣٨٨٢٩٨٣	٤٨	٤٩٠,١٣٢١٦٤٢
٩	١٢,٤٨٧٥٥٧٨٤	٢٩	١٠٣,٩٦٥٩٣٦٢٢	٤٩	٥٣٠,٣٤٢٧٣٧٤
١٠	١٤,٤٨٦٥٦٢٤٧	٣٠	١١٣,٣٨٣٢١١١١	٥٠	٥٧٣,٧٧٠١٥٦٣
١١	١٦,٦٤٥٤٨٧٤٦	٣١	١٢٣,٣٤٥٨٦٨٠٠	٥١	٦٢٠,٦٧١٧٦٨٩
١٢	١٨,٩٧٧١٢٦٤٦	٣٢	١٣٤,٢١٣٥٣٧٤٤	٥٢	٦٧١٣٢٥٥١٠٤
١٣	٢١,٣٩٥٢٩٦٥٨	٣٣	١٤٥,٩٥٠٦٢٠٤٤	٥٣	٧٢٦,٠٣١٥٥١٢
١٤	٢٤,٢١٤٩٢٠٣٠	٣٤	١٥٨,٦٢٦٦٧٠٠٧	٥٤	٧٨٥,١١٤٠٧٥٣
١٥	٢٧,١٥٢١١٣٩٣	٣٥	١٧٢,٥١٦٨٠٣٦٨	٥٥	٨٤٨,٩٢٣٢٠١٣
١٦	٣٠,٣٢٤٢٨٣٠٤	٣٦	١٨٧,١٠٢١٤٧٩٧	٥٦	٩١٧,٨٣٧٠٥٧٤
١٧	٣٣,٧٥٠٢٢٥٦٩	٣٧	٢٠٣,٠٧٠٣١٩٨١	٥٧	٩٩٢,٢٦٤٠٢٢
١٨	٣٧,٤٥٠٢٤٣٧٤	٣٨	٢٢٠,٣١٥٩٤٥٤٠	٥٨	١٠٧٢,٦٤٥١٤٤
١٩	٤١,٤٤٦٢٦٣٢٤	٣٩	٢٣٨,٩٤١٢٢١٠٣	٥٩	١١٥٩از٤٥٦٧٥٥
٢٠	٤٥,٧٦١٩٦٤٣٠	٤٠	٢٥٩,٠٥٦٥١٨٧١	٦٠	١٢٥٣,٢١٣٢٩٦

قيم المقدار حـ ك┐ر عند القيم المختلفة لـ ك

ر = ٨ %

ك	حـ ك┐ر	ك	حـ ك┐ر	ك	حـ ك┐ر
١	١,٠٠٠٠٠	٢١	٥٣,٤٨٩٠٥٩٣٦	٤١	٣٢١,٨١٥٥٥١٨
٢	٢,٠٨٥٠٠٠٠	٢٢	٥٩,٠٣٥٦٢٩٤٠	٤٢	٣٥٠,١٦٩٨٧٣٧
٣	٣,٢٦٢٢٢٥٠٠	٢٣	٦٥,٠٥٣٦٥٧٩٠	٤٣	٣٨٠,٩٣٤٣١٣
٤	٤,٥٣٩٥١٤١٣	٢٤	٧١,٥٨٣٢١٨٨٢	٤٤	٤١٤,٣١٣٧٢٩٦
٥	٥,٩٢٥٣٧٢٨٣	٢٥	٧٨,٦٦٧٧٩٢٤٢	٤٥	٤٥٠,٥٣٠٣٩٦٦
٦	٧,٤٢٩٠٢٩٥٢	٢٦	٨٦,٣٥٤٥٥٤٧٨	٤٦	٤٨٩,٨٢٥٤٨٠٣
٧	٩,٠٦٠٤٩٧٠٢	٢٧	٩٤,٦٩٤٦٩١١٩٣	٤٧	٥٣٢,٤٦٠٦٤٦١
٨	١٠,٨٣٠٦٣٩٢٧	٢٨	١٠٣,٧٤٣٧٤٠٧٥	٤٨	٥٧٨,٧١٩٨٠١
٩	١٢,٧٥١٢٤٣٦١	٢٩	١١٣,٥٦١١٩٥٨٧١	٤٩	٦٢٨,٩١٠٩٨٤١
١٠	١٤,٨٣٥٠٩٩٣٢	٣٠	١٢٤,٢١٤٧٢٥٢٠	٥٠	٦٨٣,٣٦٨٤١٧٨
١١	١٧,٠٩٦٠٨٢٧٦	٣١	١٣٥,٧٧٢٩٧٦٨٤	٥١	٧٤٢,٤٥٤٧٣٣٣
١٢	١٩,٥٤٩٢٤٩٧٩	٣٢	١٤٨,٣١٣٦٧٩٨٧	٥٢	٨٠٦,٥٦٣٣٨٥٦
١٣	٢٢,٢١٠٩٣٦٠٣	٣٣	١٦١,٩٢٠٣٤٢٦٦	٥٣	٨٧٦,١٢١٢٧٣٤
١٤	٢٥,٠٩٨٨٦٥٥٩	٣٤	١٧٦,٦٨٣٥٧١٧٩	٥٤	٩٥١,٥٩١٥٨١٦
١٥	٢٨,٢٣٢٢٦٩١٦	٣٥	١٩٢,٧٠١٦٧٥٣٩	٥٥	١٠٣٣,٤٧٦٨٦٦
١٦	٣١,٦٣٢٠١٢٠٤	٣٦	٢١٠,٠٨١٣١٧٨٠	٥٦	١١٢٢,٣٢٢٤
١٧	٣٥,٣٢٠٧٣٣٠٦	٣٧	٢٢٨,٩٣٨٢٢٩٨١	٥٧	١٢١٨,٧١٩٨٠٤
١٨	٣٩,٣٢٢٩٩٥٣٨	٣٨	٢٤٩,٣٩٧٩٧٩٣٥	٥٨	١٣٢٣,٣١٠٩٨٧
١٩	٤٣,٦٦٥٤٤٩٩٨	٣٩	٢٧١,٥٩٦٨٠٧٥٩	٥٩	١٤٣٦,٧٩٢٤٢١
٢٠	٤٨,٣٧٧٠١٣٣٢	٤٠	٢٩٥,٦٨٢٥٣٦٢٤	٦٠	١٥٥٩,٩١٩٧٧٧

قيم المقدار حـ ك┐ر عند القيم المختلفة لـ ك

ر = ٩ %

ك	حـ ك┐ر	ك	حـ ك┐ر	ك	حـ ك┐ر
١	١,٠٠٠٠٠	٢١	٥٦,٧٦٤٥٣٠٤١	٤١	٣٦٩,٢٩١٨٦٥
٢	٢,٠٩٠٠٠٠	٢٢	٦٢,٨٧٣٣٣٨١٥	٤٢	٤٠٣,٥٢٨١٣٢٩
٣	٣,٢٧٨١٠٠٠	٢٣	٦٩,٥٣١٩٣٨٥٨	٤٣	٤٤٠,٨٤٥٦٦٤٩
٤	٤,٥٧٣١٢٩٠٠	٢٤	٧٦,٧٨٩٨١٣٠٥	٤٤	٤٨١,٥٢١٧٧٤٧
٥	٥,٩٨٤٧١٠٦١	٢٥	٨٤,٧٠٠٨٩٦٢٣	٤٥	٥٢٥,٨٥٨٧٣٤٤
٦	٧,٥٢٣٣٣٤٥٦	٢٦	٩٣,٣٢٣٩٧٦٨٩	٤٦	٥٧٤,١٨٦٠٢٠٥
٧	٩,٢٠٠٤٣٤٦٨	٢٧	١٠٢,٧٢٣١٣٤٨١	٤٧	٦٢٦,٨٦٢٧٦٢٤
٨	١١,٠٢٨٤٧٣٨٠	٢٨	١١٢,٩٦٨٢١٦٩٤	٤٨	٦٨٤,٢٨٠٤١١
٩	١٣,٠٢١٠٣٦٤٤	٢٩	١٢٤,١٣٥٣٥٦٤٦	٤٩	٧٤٦,٨٦٥٦٤٨
١٠	١٥,١٩٢٩٢٩٧٢	٣٠	١٣٦,٣٠٧٥٣٨٥٥	٥٠	٨١٥,٠٨٣٥٥٦٣
١١	١٧,٥٦٠٢٩٣٣٩	٣١	١٤٩,٥٧٥٢١٧٠٢	٥١	٨٨٩,٤٤١٠٧٦٤
١٢	٢٠,١٤٠٧١٩٨٠	٣٢	١٦٤,٠٣٦٩٨٦٥٥	٥٢	٩٧٠,٤٩٠٧٧٣٣
١٣	٢٢,٩٥٣٣٨٤٥٨	٣٣	١٧٩,٨٠٠٣١٥٣٤	٥٣	١٠٥٨,٨٣٤٩٤٣
١٤	٢٦,٠١٩١٨٩١٩	٣٤	١٩٦,٩٨٢٣٤٣٧٢	٥٤	١١٥٥,١٣٠٠٨٨
١٥	٢٩,٣٦٠٩١٦٦٢٢	٣٥	٢١٥,٧١٠٧٥٤٦٥	٥٥	١٢٦٠,٠٩١٧٩٦
١٦	٣٣,٠٣٣٩٨٦٨	٣٦	٢٣٦,١٢٤٧٢٢٥٧	٥٦	١٣٧٤,٥٠٠٠٥٧
١٧	٣٦,٩٧٣٧٠٤٥٦	٣٧	٢٥٨,٣٧٥٩٤٧٦٠	٥٧	١٤٩٩,٢٠٥٠٦٢
١٨	٤١,٣٠١٣٣٧٩٧	٣٨	٢٨٢,٦٢٩٧٨٢٨٨	٥٨	١٦٣٥,١٣٣٥١٨
١٩	٤٦,٠١٨٤٥٨٣٩	٣٩	٣٠٩,٠٦٦٤٦٣٣٤	٥٩	١٧٨٣,٢٩٥٥٣٥
٢٠	٥١,١٦٠١١٩٦٤	٤٠	٣٣٧,٨٨٢٤٤٥٠٤	٦٠	١٩٤٤,٧٩٢١٣٣

٣٨١

قيم المقدار حـ ك┐ ر عند القيم المختلفة لـ ك
ر = ٩,٥ %

ك	حـ ك┐ ر	ك	حـ ك┐ ر	ك	حـ ك┐ ر
١	١,٠٠٠٠٠٠٠	٢١	٥٣,٧٧٦٩٢٣٥٥	٤١	٤٢٤,٢٣٩٣٩١٢
٢	١,٩٨٠٠٠٠٠٠	٢٢	٥٩,٥٦٤٢١٥٠٩	٤٢	٤٦٥,٥٤٢١٣٣٣
٣	٣,١٠٥٥٦٨٤٢	٢٣	٦٥,٨٧٢٣٦٢٨٧	٤٣	٥١٠,٧٦٨٦٣٦
٤	٤,٣٢٢٤٣٨٠	٢٤	٧٢,٧٤٨٢٤٣٩٤	٤٤	٥٦٠,٢٦١٦٥٦٤
٥	٥,٦٦٩٧٢٥٨٤	٢٥	٨٠,٢٤٢٩٥٤٣٢	٤٥	٦١٤,٥١٩٣٦٣٨
٦	٧,١٢٧٣٦٩٥٩	٢٦	٨٨,٤١٢١٨٨٦٣	٤٦	٦٧٣.٨٩٨٧٠٣٤
٧	٨,٧١٦٢٠١٢٧	٢٧	٩٧,٣١٦٦٥٤٠٣	٤٧	٧٣٨,٩١٩٠٨٠٢
٨	١٠,٤٤٨٠٢٧٨١	٢٨	١٠٧,٠٢٢٥٢١٣١	٤٨	٨١٠,١١٩٦٣٩٢٨
٩	١٢,٣٣٥٧١٨٧٣	٢٩	١١٧,٦٠١٩١٦٦٥	٤٩	٨٨٨,٠٧٧٤٥٠١
١٠	١٤,٣٩٣٣٠١٨٤	٣٠	١٢٩,١٣٣٤٥٧٥٧	٥٠	٩٧٣,٤٤٤٨٠٧٩
١١	١٦,٦٣٦٠٦٧٤٢	٣١	١٤١,٧٠٢٨٣٧١٧	٥١	١٠٦٦,٩٢٢٠٦٥
١٢	١٩,٠٨٠٦٨١٩١	٣٢	١٥٥,٤٠٣٤٦٠٩٤	٥٢	١١٦٩,٢٧٩٧٧١
١٣	٢١,٧٤٥٣١١٧١	٣٣	١٧٠,٣٣٧١٤٠٨٤	٥٣	١٢٨١,٣٦١٢٢٩
١٤	٢٤,٦٤٩٧٥٨١٨	٣٤	١٨٦,٦١٤٨٥١٩٤	٥٤	١٤٠٤,٠٩٠٥٤٥
١٥	٢٧,٨١٥٦٠٤٨٤	٣٥	٢٠٤,٣٥٧٥٥٧٠٤	٥٥	١٥٣٨,٤٧٩١٤٧
١٦	٣١,٢٦٦٣٧٧٧٠	٣٦	٢٢٣,٦٩٧١٠٥٥٩	٥٦	١٦٨٥,٦٣٤٦٦٦
١٧	٣٥,٠٢٧٧٢٠١١	٣٧	٢٤٤,٧٧٧٢١٣٥٢	٥٧	١٨٤٦,٧٦٩٩٥٩
١٨	٣٩,١٢٧٥٨٣٣٤	٣٨	٢٦٧,٧٥٤٥٣١١٥	٥٨	٢٠٢٣,٢١٣١٠٥
١٩	٤٣,٥٩٦٤٣٤٢٦	٣٩	٢٩٢,٧٩٩٨٠٧٣٨	٥٩	٢٢١٦,٤١٨٣٥
٢٠	٤٨,٤٦٧٤٨١٧٧	٤٠	٣٢٠,٠٩٩١٥٨٤٦	٦٠	٢٤٢٧,٩٧٨٠٩٤

قيم المقدار حـ ك┐ر عند القيم المختلفة لـ ك

ر = ١٠ %

ك	حـ ك┐ر	ك	حـ ك┐ر	ك	حـ ك┐ر
١	١,٠٠٠٠٠٠٠٠	٢١	٦٤,٠٠٢٤٩٩٤٤	٤١	٤٨٧,٨٥١٨١١٢
٢	٢,١٠٠٠٠٠٠٠	٢٢	٧١,٤٠٢٧٤٩٣٩	٤٢	٥٣٧,٦٣٦٩٩٢٤
٣	٣,٣١٠٠٠٠٠	٢٣	٧٩,٥٤٣٠٢٤٣٣	٤٣	٥٩٢,٤٠٠٦٩١٦
٤	٤,٦٤١٠٠٠٠٠	٢٤	٨٨,٤٩٧٣٢٦٧٦	٤٤	٦٥٢,٦٤٠٧٦٠٨
٥	٦,١٠٥١٠٠٠	٢٥	٩٨,٣٤٧٠٥٩٤٣	٤٥	٧١٨,٩٠٤٨٣٦٨
٦	٧,٧١٥٦١٠٠٠	٢٦	١٠٩,١٨١٧٦٥٣٨	٤٦	٧٩١,٧٩٥٣٢٠٥
٧	٩,٤٨٧١٧١٠٠	٢٧	١٢١,٠٩٩٩٤١٩٢	٤٧	٨٧١,٩٧٤٨٥٢٦
٨	١١,٤٣٥٨٨٨١٠	٢٨	١٣٤,٢٠٩٩٣٦١١	٤٨	٩٦٠,١٧٢٣٣٧٨
٩	١٣,٥٧٩٤٧٦٩١	٢٩	١٤٨,٦٣٠٩٢٩٧٢	٤٩	١٠٥٧,١٨٩٥٧٢
١٠	١٥,٩٣٧٤٢٤٦٠	٣٠	١٦٤,٤٩٤٠٢٢٦٩	٥٠	١١٦٣,٩٠٨٥٢٩
١١	١٨,٥٣١١٦٧٠٦	٣١	١٨١,٩٤٣٤٢٤٩٦	٥١	١٢٨١,٢٩٩٣٨٢
١٢	٢١,٣٨٤٢٨٣٦٦	٣٢	٢٠١,١٣٧٧٦٧٤٥	٥٢	١٤١٠,٤٢٩٣٢
١٣	٢٤,٠٥٢٢٧١٢١٤	٣٣	٢٢٢,٢٥١٥٤٤٢٠	٥٣	١٥٥٢,٤٧٢٢٥٢
١٤	٢٧,٩٧٤٩٨٣٣٦	٣٤	٢٤٥,٤٧٦٦٩٨٦٢	٥٤	١٧٠٨,٧١٩٤٧٧
١٥	٣١,٧٧٢٤٨١٦٩	٣٥	٢٧١,٠٢٤٣٦٨٤٨	٥٥	١٨٨٠,٥٩١٤٢٥
١٦	٣٥,٩٤٩٧٢٩٨٦	٣٦	٢٩٩,١٢٦٨٠٥٣٣	٥٦	٢٠٦٩,٦٥٠٥٦٧
١٧	٤٠,٥٤٤٧٠٢٨٥	٣٧	٣٣٠,٠٣٩٤٨٥٨٦	٥٧	٢٢٧٧,٦١٥٦٢٤
١٨	٤٥,٥٩٩١٧٣١٣	٣٨	٣٦٤,٠٤٣٤٣٤٤٥	٥٨	٢٥٠٦,٣٧٧١٨٦
١٩	٥١,١٥٩٠٩٠٤٥	٣٩	٤٠١,٤٤٧٧٧٨٩	٥٩	٢٧٥٨,٠١٤٩٠٥
٢٠	٥٧,٢٧٤٩٩٩٤٩	٤٠	٤٤٢,٥٩٢٥٥٥٦٨	٦٠	٣٠٣٤,٨١٦٣٩٥

ملحق (٨)

قيم المقدار $\text{هـ}_{\overline{\text{ك}|}\,\text{ر}}$

$$\text{هـ}_{\overline{\text{ك}|}\,\text{ر}} = \frac{1-(1+\text{ر})^{-\text{ك}}}{\text{ر}}$$

ملحق (٨)
قيم المقدار هـ ك┐ر عند القيم المختلفة لـ ك
ر = ٠,٥%

ك	هـ ك┐ر	ك	هـ ك┐ر	ك	هـ ك┐ر
١	٠,٩٩٥٠٢٤٨٨	٢١	١٩,٨٨٧٩٧٩٢٥	٤١	٣٦,٩٨٧٢٩١٤
٢	١,٩٨٥٠٩٩٣٨	٢٢	٢٠,٧٨٤٠٥٨٩٦	٤٢	٣٧,٧٩٨٢٩٩٩١
٣	٢,٩٧٠٢٤٨١٤	٢٣	٢١,٦٧٥٦٨٠٥٥	٤٣	٣٨,٦٠٥٢٧٣٥٣
٤	٣,٩٥٠٤٩٥٦٦	٢٤	٢٢,٥٦٢٨٦٦٢٢	٤٤	٣٩,٤٠٨٢٣٢٣٨
٥	٤,٩٢٥٨٦٦٣٣	٢٥	٢٣,٤٤٥٦٣٨٠٣	٤٥	٤٠,٢٠٧١٩٦٣٩
٦	٥,٨٩٦٣٨٤٤١	٢٦	٢٤,٣٢٤٠١٧٩٤	٤٦	٤١١,٠٠٢١٨٥٤٦
٧	٦,٨٦٢٠٧٤٠٤	٢٧	٢٥,١٩٨٠٢٧٨٠	٤٧	٤١,٧٩٣٢١٩٣٦
٨	٧,٨٢٢٩٥٩٢٤	٢٨	٢٦,٠٦٧٦٨٩٣٦	٤٨	٤٢,٥٨٠٣١٧٧٧
٩	٨,٧٧٩٠٦٣٩٢	٢٩	٢٦,٩٣٣٠٢٤٢٣	٤٩	٤٣,٣٦٣٥٠٠٢٧
١٠	٩,٧٣٠٤١١٨٦	٣٠	٢٧,٧٩٤٠٥٣٩٧	٥٠	٤٤,١٤٢٧٨٦٣٥
١١	١٠,٦٧٧٠٢٦٧٣	٣١	٢٨,٦٥٠٧٩٩٩٧	٥١	٤٤,٩١٨١٩٥٣٧
١٢	١١,٦١٨٩٣٢٠٧	٣٢	٢٩,٥٠٣٢٨٣٥٥	٥٢	٤٥,٦٨٩٧٤٦٦٤
١٣	١٢,٥٥٦١٥١٣١	٣٣	٣٠,٣٥١٥٢٥٩٢	٥٣	٤٦,٤٥٧٤٥٩٣٣
١٤	١٣,٤٨٨٧٠٧٧٧	٣٤	٣١.١٩٥٥٤٨١٨	٥٤	٤٧,٢٢١٣٥٢٥٨
١٥	١٤,٤١٦٦٢٤٦٥	٣٥	٣٢,٠٣٥٣٧١٣٢	٥٥	٤٧,٩٨١٤٤٥٣٥
١٦	١٥,٣٣٩٩٢٥٠٢	٣٦	٣٢,٨٧١٠١٦٢٤	٥٦	٤٨,٧٣٧٧٥٦٥٦
١٧	١٦,٢٥٨٦٣١٨٦	٣٧	٣٣,٧٠٢٥٠٣٧٢	٥٧	٤٩,٤٩٠٣٠٥٠٤
١٨	١٧,١٧٢٧٦٨٠٢	٣٨	٣٤,٥٢٩٨٥٤٤٥	٥٨	٥٠,٢٣٩١٠٩٤٩
١٩	١٨,٠٨٢٣٥٦٢٤	٣٩	٣٥,٣٥٣٠٨٩٠٠	٥٩	٥٠,٩٨٤١٨٨٥٥
٢٠	١٨,٩٨٧٤١٩١٥	٤٠	٣٦,١٧٢٢٢٧٨٦	٦٠	٥١,٧٢٥٥٦٠٧٥

قيم المقدار هـ ك┐ر عند القيم المختلفة لـ ك

ر = ١%

ك	هـ ك┐ر	ك	هـ ك┐ر	ك	هـ ك┐ر
١	٠,٩٩٠٠٩٩٠١	٢١	١٨,٨٥٦٩٨٣١٣	٤١	٣٣,٤٩٩٦٨٩٢٢
٢	١,٩٧٠٣٩٥٠٦	٢٢	١٩,٦٦٠٣٧٩٣٤	٤٢	٣٤,١٥٨٠٨١٤
٣	٢,٩٤٠٩٨٥٢١	٢٣	٢٠,٤٥٥٨٢١١٣	٤٣	٣٤,٨١٠٠٠٨٠٦
٤	٣,٩٠١٩٦٥٥٥	٢٤	٢١,٢٤٣٣٨٧٢٦	٤٤	٣٥,٤٥٥٤٥٣٥٢
٥	٤,٨٥٣٤٣١٢٤	٢٥	٢٢,٠٢٣١٥٥٧٠	٤٥	٣٦,٠٩٤٥٠٨٤٤
٦	٥,٧٩٥٤٧٦٤٧	٢٦	٢٢,٧٩٥٢٠٣٦٦	٤٦	٣٦,٧٢٧٢٣٦١
٧	٦,٧٢٨١٩٤٥٣	٢٧	٢٣,٥٥٩٦٠٧٥٩	٤٧	٣٧,٣٥٣٦٩٩٠٩
٨	٧,٦٥١٦٧٧٧٥	٢٨	٢٤,٣١٦٤٤٣١٦	٤٨	٣٧,٩٧٣٩٥٩٤٩
٩	٨,٥٦٦٠١٧٥٨	٢٩	٢٥,٠٦٥٧٨٥٣٠	٤٩	٣٨,٥٨٨٠٧٨٧١
١٠	٩,٤٧١٣٠٤٥٣	٣٠	٢٥,٨٠٧٧٠٨٢٢	٥٠	٣٩,١٩٦١١٧٥٣
١١	١٠,٣٦٧٦٢٨٢٥	٣١	٢٦,٥٤٢٢٨٥٣٧٣١	٥١	٣٩,٧٩٨١٣٦٢
١٢	١١,٢٥٥٠٧٧٤٧	٣٢	٢٧,٢٦٩٥٨٩٤٧	٥٢	٤٠,٣٩٤١٩٤٢٣
١٣	١٢,١٣٣٧٤٠٠٧	٣٣	٢٧,٩٨٩٦٩٢٥٥	٥٣	٤٠,٩٨٤٣٥٠٧٢
١٤	١٣,٠٠٣٧٠٣٠٤	٣٤	٢٨,٧٠٢٦٦٥٨٩	٥٤	٤١,٥٦٨٦٦٤٠٨
١٥	١٣,٨٦٥٠٥٢٥٢	٣٥	٢٩,٤٠٨٥٨٠٠٩	٥٥	٤٢,١٤٧١٩٢١٦
١٦	١٤,٧١٧٨٧٣٢٨	٣٦	٣٠,١٠٧٥٠٥٠٤	٥٦	٤٢,٧١٩٩٩٢٢٣
١٧	١٥,٥٦٢٢٥١٢٧	٣٧	٣٠,٧٩٩٥٠٩٩٤	٥٧	٤٣,٢٨٧١٢١٠٢
١٨	١٦,٣٩٨٢٦٨٥٨	٣٨	٣١,٤٨٤٦٦٣٣٠	٥٨	٤٣,٨٤٨٦٣٤٦٨
١٩	١٧,٢٢٦٠٠٨٥٠	٣٩	٣٢,١٦٣٠٣٢٩٨	٥٩	٤٤,٤٠٤٥٨٨٨
٢٠	١٨,٠٤٥٥٥٢٩٧	٤٠	٣٢,٨٩٤٦٨٦١١	٦٠	٤٤,٩٥٥٠٣٨٤

٣٨٧

قيم المقدار هـ ك┐ر عند القيم المختلفة لـ ك

ر = ١,٥%

ك	هـ ك┐ر	ك	هـ ك┐ر	ك	هـ ك┐ر
١	٠,٩٨٥٢٢١٦٧	٢١	١٧,٩٠٠١٣٦٧٣	٤١	٣٠,٤٥٨٩٦٠٨
٢	١,٩٥٥٨٨٣٤٢	٢٢	١٨,٦٢٠٨٢٤٣٧	٤٢	٣٠,٩٩٤٠٥٠٠٤
٣	٢,٩١٢٢٠٠٤٢	٢٣	١٩,٣٣٨٦١٤٥	٤٣	٣١,٥٢١٢٣١٥٧
٤	٣,٨٥٤٣٨٤٦٥	٢٤	٢٠,٠٣٠٤٠٥٣٧	٤٤	٣٢,٠٤٠٦٢٢٢٣
٥	٤,٧٨٢٦٤٤٩٧	٢٥	٢٠,٧١٩٦١١٢٠	٤٥	٣٢,٥٥٢٣٣٧١٨
٦	٥,٦٩٧١٨٧١٧	٢٦	٢١,٣٩٨٦٣١٧٢	٤٦	٣٣,٠٥٦٤٨٩٨٣
٧	٦,٥٩٨٢١٣٩٦	٢٧	٢٢,٠٦٧٦١٧٤٦	٤٧	٣٣,٥٥٣١٩١٩٥
٨	٧,٤٨٥٩٢٥٠٨	٢٨	٢٢,٧٢٦٧١٦٧١	٤٨	٣٤,٠٤٢٥٥٣٦٤
٩	٨,٣٦٠٥١٧٣٢	٢٩	٢٣,٣٧٦٠٧٥٥٨	٤٩	٤٣,٥٢٤٦٨٣٣٩
١٠	٩,٢٢٢١٨٤٥٥	٣٠	٢٤,٠١٥٨٣٨٠١	٥٠	٣٤,٩٩٩٦٨٨٠٧
١١	١٠,٠٧١١١٧٧٩	٣١	٢٤,٦٤٦١٤٥٨٢	٥١	٣٥,٤٦٧٦٢٩٨
١٢	١٠,٩٠٧٥٠٥٢١	٣٢	٢٥,٢٦٧١٣٨٧٤	٥٢	٣٥,٩٢٨٧٤١٨٥
١٣	١١,٧٣١٥٣٢٢٢	٣٣	٢٥,٨٧٨٩٥٤٤٢	٥٣	٣٦,٣٨٢٩٩٦٩
١٤	١٢,٥٤٣٣٨١٥٠	٣٤	٢٦,٤٨١٧٢٨٤٩	٥٤	٣٦,٨٣٠٥٣٨٨١
١٥	١٣,٣٤٣٢٣٣٠١	٣٥	٢٧,٠٧٥٥٩٤٥٨	٥٥	٣٧,٢٧١٤٦٦٨١
١٦	١٤,١٣١٢٦٤٠٥	٣٦	٢٧,٦٦٠٦٨٤٣١	٥٦	٣٧,٧٠٥٨٧٨٦٣
١٧	١٤,٩٠٧٦٤٩٣١	٣٧	٢٨,٢٣٧١٢٧٤٠	٥٧	٣٨,١٣٣٨٧٠٥٧
١٨	١٥,٦٧٢٥٦٠٨٩	٣٨	٢٨,٨٠٥٠٥١٦٣	٥٨	٣٨,٥٥٥٥٣٧٥١
١٩	١٦,٤٢٦١٦٨٣٧	٣٩	٢٩,٣٦٤٥٨٢٨٨	٥٩	٣٨,٩٧٠٩٧٢٩٢
٢٠	١٧,١٦٨٦٣٨٧٩	٤٠	٢٩,٩١٥٨٤٥٢	٦٠	٣٩,٣٨٠٢٦٨٨٨

قيم المقدار هـ ك┐ر عند القيم المختلفة لـ ك

ر = ٢%

ك	هـ ك┐ر	ك	هـ ك┐ر	ك	هـ ك┐ر
١	٠,٩٨٠٣٩٢١٦	٢١	١٧,٠١١٢٠٩١٦	٤١	٢٧,٧٩٩٤٨٩٤٥
٢	١,٩٤١٥٦٠٩٤	٢٢	١٧,٦٥٨٠٤٨٢٠	٤٢	٢٨,٢٣٤٧٩٣٥٨
٣	٣,٨٨٤٨٨٤٣٧	٢٣	١٨,٢٩٢٢٠٤١٢	٤٣	٢٨,٦٦١٥٦٢٣٣
٤	٣,٨٠٧٧٢٨٧٠	٢٤	١٨,٩١٣٩٢٥٦٠	٤٤	٢٩,٠٧٩٩٦٣٠٧
٥	٤,٧١٣٤٥٩٥١	٢٥	١٩,٥٢٣٤٥٦٤٧	٤٥	٢٩,٤٩٠١٥٩٨٧
٦	٥,٦٠١٤٣٠٨٩	٢٦	٢٠,١٢١٠٣٥٧٦	٤٦	٢٩,٨٩٢٣١٣٦
٧	٦,٤٧١٩٩١٠٧	٢٧	٢٠,٧٠٦٨٩٧٨٠	٤٧	٣٠,٢٨٦٥٨١٩٦
٨	٧,٣٢٥٤٨١٤٤	٢٨	٢١,٢٨١١٢٧٢٣٦	٤٨	٣٠,٦٧٣١١٩٥٧
٩	٨,١٦٢٢٣٦٧١	٢٩	٢١,٨٤٤٣٨٤٦٦	٤٩	٣١,٠٥٢٠٧٨٠١
١٠	٨,٩٨٢٥٨٥٠١	٣٠	٢٢,٣٩٦٤٥٥٥٥	٥٠	٣١,٤٢٣٦٠٥٨٩
١١	٩,٧٨٦٨٤٨٠٥	٣١	٢٢,٩٣٧٧٠١٥٢	٥١	٣١,٧٨٧٨٤٨٩٢
١٢	١٠,٥٧٥٣٤١٢٢	٣٢	٢٣,٤٦٨٣٣٤٨٢	٥٢	٣٢,١٤٤٩٤٩٩٢
١٣	١١,٣٤٨٣٧٣٧٥	٣٣	٢٣,٩٨٨٥٦٣٥٥	٥٣	٣٢,٤٩٥٠٤٨٩٤
١٤	١٢,١٠٦٢٤٨٧٧	٣٤	٢٤,٤٩٨٥٩١٧٢	٥٤	٣٢,٨٣٨٢٨٣٢٧
١٥	١٢,٨٤٩٢٦٣٥٠	٣٥	٢٤,٩٩٨٦١٩٣٣	٥٥	٣٣,١٧٤٧٨٧٥٢
١٦	١٣,٥٧٧٧٠٩٣١	٣٦	٢٥,٤٨٨٨٤٢٤٨	٥٦	٣٣,٥٠٤٦٩٣٦٥
١٧	١٤,٢٩١٨٧١٨٨	٣٧	٢٥,٩٦٩٤٥٣٤١	٥٧	٣٣,٨٢٨١٣١٠٣
١٨	١٤,٩٩٢٠٣١٢٥	٣٨	٢٦,٤٤٠٦٤٠٦٠	٥٨	٣٤,١٤٥٢٢٦٥
١٩	١٥,٦٧٨٤٦٢٠١	٣٩	٢٦,٩٠٢٥٨٨٨٣	٥٩	٣٤,٤٥٦١٠٤٤١
٢٠	١٦,٣٥١٤٣٣٣٤	٤٠	٢٧,٣٥٥٤٧٩٢٤	٦٠	٣٤,٧٦٠٨٨٦٦٨

قيم المقدار هـ ك⌐ ر عند القيم المختلفة لـ ك

ر = ٢,٥%

ك	هـ ك⌐ ر	ك	هـ ك⌐ ر	ك	هـ ك⌐ ر
١	٠,٩٧٥٦٠٩٧٦	٢١	١٦,١٨٤٥٤٨٥٧	٤١	٢٥,٤٦٦١٢٢
٢	١,٩٢٧٤٢٤١٥	٢٢	١٦,٧٦٥٤١٣٢٤	٤٢	٢٥,٨٢٠٦٠٦٨٣
٣	٢,٨٥٦٠٢٣٥٦	٢٣	١٧,٣٣٢١١٠٤٨	٤٣	٢٦,١٦٦٤٤٥٦٩
٤	٣,٧٦١٩٧٤٢١	٢٤	١٧,٨٨٤٩٨٥٨٣	٤٤	٢٦,٥٠٣٨٤٩٤٥
٥	٤,٦٤٥٨٢٨٥٠	٢٥	١٨,٤٢٤٣٧٦٤٢	٤٥	٢٦,٨٣٣٠٢٣٨٦
٦	٥,٥٠٨١٢٥٣٦	٢٦	١٨,٩٥٠٦١١١٤	٤٦	٢٧,١٥٤١٦٩٦١
٧	٦,٣٤٩٩٩٠٦٠	٢٧	١٩,٤٦٤٠١٠٨٧	٤٧	٢٧,٤٦٧٤٨٢٥٥
٨	٧,١٧٠١٣٧١٧	٢٨	١٩,٩٦٤٨٨٨٦٦	٤٨	٢٧,٧٧٣١٥٣٧١
٩	٧,٩٧٠٨٦٥٥٣	٢٩	٢٠,٤٥٣٥٤٩٩١	٤٩	٢٨,٠١٣٦٩٤٧
١٠	٨,٧٥٢٠٦٣٩٣	٣٠	٢٠,٩٣٠٢٩٢٥٩	٥٠	٢٨,٣٦٢٣١١٦٨
١١	٩,٥١٤٢٠٨٧١	٣١	٢١,٣٩٥٤٠٧٤١	٥١	٢٨,٦٤٦١٥٧٧٤
١٢	١٠,٢٥٧٧٦٤٦٠	٣٢	٢١,٨٤٩١٧٧٩٦	٥٢	٢٨,٩٢٣٠٨٠٧٢
١٣	١٠,٩٨٣١٨٤٩٧	٣٣	٢٢,٢٩١٨٨٠٩٤	٥٣	٢٩,١٩٣٢٤٩٤٨
١٤	١١,٦٩٠٩١٢١٧	٣٤	٢٢,٧٢٣٧٨٥٢٨	٥٤	٢٩,٤٥٦٨٢٨٧٦
١٥	١٢,٣٨١٣٧٧٧٣	٣٥	٢٣,١٤٥١٥٧٣٤	٥٥	٢٩,٧١٣٩٧٩٢٨
١٦	١٣,٠٥٥٠٠٢٦٦	٣٦	٢٣,٥٥٦٢٥١٠٧	٥٦	٢٩,٩٦٤٨٥٧٨
١٧	١٣,٧١٢١٩٧٧٢	٣٧	٢٣,٩٥٧٣١٨١٢	٥٧	٣٠,٢٠٩٦١٧٤
١٨	١٤,٣٥٣٣٦٣٦٣	٣٨	٢٤,٣٤٨٦٠٣٠٤	٥٨	٣٠,٤٤٨٤٠٧٢
١٩	١٤,٩٧٨٨٩١٣٤	٣٩	٢٤,٧٣٠٣٤٤٤٣	٥٩	٣٠,٦٨١٣٧٢٩
٢٠	١٥,٥٨٩١٦٢٢٩	٤٠	٢٥,١٠٢٧٧٥٠٥	٦٠	٣٠,٩٠٨٦٥٦٤٨

قيم المقدار هـ ك┐ر عند القيم المختلفة لـ ك

ر = ٣%

ك	هـ ك┐ر	ك	هـ ك┐ر	ك	هـ ك┐ر
١	٠,٩٧٠٨٧٣٧٩	٢١	١٥,٤١٥٠٢٤١٤	٤١	٢٣,٤١٢٣٩٩٩٧
٢	١,٩١٣٤٦٩٧٠	٢٢	١٥,٩٣٦٩١٦٦٤	٤٢	٢٣,٧٠١٣٥٩٢
٣	٢,٨٢٨٦١١٣٥	٢٣	١٦,٤٤٣٦٠٨٣٩	٤٣	٢٣,٩٨١٩٠٢١٣
٤	٣,٧١٧٠٩٨٤٠	٢٤	١٦,٩٣٥٥٤٢١٢	٤٤	٢٤,٢٤٢٧٣٩٢
٥	٤,٥٧٩٧٠٧١٩	٢٥	١٧,٤١٣١٤٧٦٩	٤٥	٢٤,٥١٨٧١٢٥٤
٦	٥,٤١٧١٩١٤٤	٢٦	١٧,٨٧٦٨٤٢٤٢	٤٦	٢٤,٧٧٥٤٤٩٠٧
٧	٦,٢٣٠٢٨٢٩٦	٢٧	٧٨,٣٢٧٠٣١٤٧	٤٧	٢٥,٠٢٤٧٠٧٨٣
٨	٧,٠١٩٦٩٢١٩	٢٨	١٨,٧٦٤١٠٨٢٣	٤٨	٢٥,٢٦٦٧٠٦٦٤
٩	٧,٧٨٦١٠٨٩٧	٢٩	١٩,١٨٨٤٥٤٥٩	٤٩	٢٥,٥٠١٦٥٦٩٣
١٠	٨,٥٣٠٢٠٢٨٤	٣٠	١٩,٦٠٠٤٤١٣٥	٥٠	٢٥,٧٢٩٧٦٤
١١	٩,٢٥٢٦٢٤١١	٣١	٢٠,٠٠٠٤٢٨٤٩	٥١	٢٥,٩٥١٢٢٧١٩
١٢	٩,٩٥٤٠٠٣٩٩	٣٢	٢٠,٣٨٨٧٦٥٥٣	٥٢	٢٦,١٦٦٢٣٩٩٩
١٣	١٠,٦٣٤٩٥٥٣٣	٣٣	٢٠,٧٦٥٧٩١٧٨	٥٣	٢٦,٣٧٤٩٩٠٢٨
١٤	١١,٢٩٦٠٧٣١٤	٣٤	٢١,١٣١٨٣٦٦٨	٥٤	٢٦,٥٧٧٦٦٠٤٧
١٥	١١,٩٣٧٩٣٥٠٩	٣٥	٢١,٤٨٧٢٢٠٠٧	٥٥	٢٦,٧٧٤٤٢٧٦٤
١٦	١٢,٥٦١١٠٢٠٣	٣٦	٢١,٨٣٢٢٥٢٥٠	٥٦	٢٦,٩٦٥٤٦٣٧٣
١٧	١٣,١٦٦١١٨٤٧	٣٧	٢٢,١٦٧٢٣٥٤٤	٥٧	٢٧,١٥٠٩٣٥٦٦
١٨	١٣,٧٥٣٥١٣٠٨	٣٨	٢٢,٤٩٢٤٦١٥٩	٥٨	٢٧,٣٣١٠٠٥٤٩
١٩	١٤,٣٢٣٧٩٩١١	٣٩	٢٢,٨٠٨٢١٥١٣	٥٩	٢٧,٥٠٥٨٣٠٨
٢٠	١٤,٨٧٧٤٧٤٨٦	٤٠	٢٣,١١٤٧٧١٩٧	٦٠	٢٧,٦٧٥٥٦٣٦٧

قيم المقدار هـ ك┐ر عند القيم المختلفة لـ ك

ر = ٣,٥%

ك	هـ ك┐ر	ك	هـ ك┐ر	ك	هـ ك┐ر
١	٠,٩٦٦١٨٣٥٧	٢١	١٤,٦٩٧٩٧٤٢٠	٤١	٢١,٥٩٩١٠٣٧١
٢	١,٨٩٩٦٩٤٢٨	٢٢	١٥,١٦٧١٢٤٨٤	٤٢	٢١,٨٣٤٨٨٢٨١
٣	٢,٨٠١٦٣٦٩٨	٢٣	١٥,٦٢٠٤١٠٤٧	٤٣	٢٢,٠٦٢٦٨٨٧
٤	٣,٦٧٣٠٧٩٢١	٢٤	١٦,٠٥٨٣٦٧٦٠	٤٤	٢٢,٢٨٢٧٩١٠٢
٥	٤,٥١٥٠٥٢٣٨	٢٥	١٦,٤٨١٥١٤٥٩	٤٥	٢٢,٤٩٥٤٥٠٢٦
٦	٥,٣٢٨٥٥٣٠٢	٢٦	١٦,٨٩٠٣٥٢٢٦	٤٦	٢٢,٧٠٠٩١٨١٢
٧	٦,١١٤٥٤٣٩٨	٢٧	١٧,٢٨٥٣٦٤٥١	٤٧	٢٢,٨٩٩٤٣٧٨
٨	٦,٨٧٣٩٥٥٥٣	٢٨	١٧,٦٦٧٠١٨٨٥	٤٨	٢٣,٠٩١٢٤٤٢٥
٩	٧,٦٠٧٦٨٦٥١	٢٩	١٨,٠٣٥٧٦٧٠٠	٤٩	٢٣,٢٧٦٥٦٤٥
١٠	٨,٣١٦٦٠٥٣٢	٣٠	١٨,٣٩٢٠٤٥٤١	٥٠	٢٣,٤٥٥٦١٧٨٧
١١	٩,٠٠١٥٥١٠٤	٣١	١٨,٧٣٦٢٧٥٧٦	٥١	٢٣,٦٢٨٦١٦٣
١٢	٩,٦٦٣٣٣٤٣٣	٣٢	١٩,٠٦٨٨٦٥٤٧	٥٢	٢٣,٧٩٥٧٦٤٥
١٣	١٠,٣٠٢٧٣٨٤٩	٣٣	١٩,٣٩٠٢٠٨١٨	٥٣	٢٣,٩٥٧٢٦٠٤٣
١٤	١٠,٩٢٠٥٢٠٢٨	٣٤	١٩,٧٠٠٦٨٤٢٣	٥٤	٢٤,١١٣٢٩٥١
١٥	١١,٥١٧٤١٠٩٠	٣٥	٢٠,٠٠٠٦٦١١٠	٥٥	٢٤,٢٦٤٠٥٣٢٣
١٦	١١٢,٠٩٤١١٦٨١	٣٦	٢٠,٢٩٠٤٩٣٨١	٥٦	٢٤,٤٠٩٧١٣٢٧
١٧	١٢,٦٥١٣٢٠٥٩	٣٧	٢٠,٥٧٠٥٢٥٤٢	٥٧	٢٤,٥٥٠٤٤٧٦
١٨	١٣,١٨٩٦٨١٧٣	٣٨	٢٠,٨٤١٠٨٧٣٦	٥٨	٢٤,٦٨٦٤٢٢٨١
١٩	١٣,٧٠٩٨٣٧٤٢	٣٩	٢١,١٠٢٤٩٩٨٧	٥٩	٢٤,٨١٧٧٩٩٨
٢٠	١٤,٢١٢٤٠٣٣٠	٤٠	٢١,٣٥٥٠٧٢٣٤	٦٠	٢٤,٩٤٤٧٣٤١

قيم المقدار هـ ك⌐ ر عند القيم المختلفة لـ ك
ر = ٤%

ك	هـ ك⌐ ر	ك	هـ ك⌐ ر	ك	هـ ك⌐ ر
١	٠,٩٦١٥٣٨٤٦	٢١	١٤,٠٢٩١٥٩٩٥	٤١	١٩,٩٩٣٠٥١٨١
٢	١,٨٨٦٠٩٤٦٧	٢٢	١٤,٤٥١١١٥٣٣	٤٢	٢٠,١٨٥٦٢٦٧٤
٣	٢,٧٧٥٠٩١٠٣	٢٣	١٤,٨٥٦٨٤١٦٧	٤٣	٢٠,٣٧٠٧٩٤٩٤
٤	٣,٦٢٩٨٩٥٢٢	٢٤	١٥,٢٤٦٩٦٣١٤	٤٤	٢٠,٥٤٨٨٤١٢٩
٥	٤,٤٥١٨٢٢٣٣	٢٥	١٥,٦٢٢٠٧٩٩٤	٤٥	٧٢٠٠٣٩٧ز٤٠
٦	٥,٢٤٢١٣٦٨٦	٢٦	١٥,٩٨٢٧٦٩١٨	٤٦	٢٠,٨٨٤٦٥٣٥٦
٧	٦,٠٠٢٠٥٤٦٧	٢٧	١٦,٣٢٩٥٨٥٧٥	٤٧	٢١,٠٤٢٩٣٦١٢
٨	٦,٧٣٢٧٤٤٨٧	٢٨	١٦,٦٦٣٠٦٣٢٢	٤٨	٢١,١٩٥١٣٠٨٨
٩	٧,٤٣٥٣٣١٦١	٢٩	١٦,٩٨٣٧١٤٦٣	٤٩	٢١,٣٤١٤٧٢
١٠	٨,١١٠٨٩٥٧٨	٣٠	١٧,٢٩٢٠٣٣٣٠	٥٠	٢١,٤٨٢١٨٤٦٢
١١	٨,٧٦٠٤٧٦٧١	٣١	١٧,٥٨٨٤٩٣٥٦	٥١	٢١,٦١٧٤٨٥٢١
١٢	٩,٣٨٥٠٧٣٧٦	٣٢	١٧,٨٧٣٥٥١٥٠	٥٢	٢١,٧٤٧٥٨١٩٣
١٣	٩,٩٨٥٦٤٧٨٥	٣٣	١٨,١٤٧٦٤٥٦٧	٥٣	٢١,٨٧٢٦٧٤٩٣
١٤	١٠,٥٦٣١٢٢٩٣	٣٤	١٨,٤١١١٩٧٧٦	٥٤	٢١,٩٩٢٩٥٦٦٧
١٥	١١,١١٨٣٨٧٤٣	٣٥	٨,٦٦٤٦١٣٢٣	٥٥	٢٢,١٠٨٦١٢١٨
١٦	١١,٦٥٢٢٩٥٦١	٣٦	١٨,٩٠٨٢٨١٩٥	٥٦	٢٢,٢١٩٨١٩٤
١٧	١٢,١٦٥٦٦٨٨٥	٣٧	١٤٢٥٧٨٨٠ز١٩	٥٧	٢٢,٣٢٦٧٤٩٤٣
١٨	١٢,٦٥٩٢٩٦٩٧	٣٨	١٩,٣٦١٨٦٤٢٣	٥٨	٢٢,٤٢٩٥٦٦٧٦
١٩	١٣,١٣٣٩٣٩٤٠	٣٩	١٩,٥٨٤٤٨٤٨٤	٥٩	٢٢,٥٢٨٤٢٩٦
٢٠	١٣,٥٩٠٣٢٦٣٤	٤٠	١٩,٧٩٢٧٧٣٨٨	٦٠	٢٢,٦٢٣٤٨٩٩٧

٣٩٢

قيم المقدار هـ ك┐ر عند القيم المختلفة لـ ك
ر = ٤,٥%

ك	هـ ك┐ر	ك	هـ ك┐ر	ك	هـ ك┐ر
١	٠,٩٥٦٩٣٧٨٠	٢١	١٣,٤٠٤٧٢٣٨٨	٤١	١٨,٥٦٦١٠٩٤٩
٢	١,٨٧٢٦٦٧٧٥	٢٢	١٣,٧٨٤٤٢٤٧٦	٤٢	١٨,٧٢٣٥٤٩٧٤
٣	٢٥٧٤٨٩٦٤٣٥	٢٣	١٤,١٤٧٧٧٤٨٩	٤٣	١٨,٨٧٤٢١٠٢٩
٤	٤,٥٨٧٥٢٥٧٠	٢٤	١٤,٤٩٥٤٧٨٣٧	٤٤	١٩,٠١٨٣٨٣٠٥
٥	٤,٣٨٩٩١٦٧٤	٢٥	١٤,٨٢٨٢٠٨٩٦	٤٥	١٩,١٥٦٣٤٧٤٢
٦	٥,١٥٧٨٧٢٤٨	٢٦	١٥,١٤٦٦١١٤٥	٤٦	١٩,٢٨٨٣٧٠٧٤
٧	٥,٨٩٢٧٠٠٩٤	٢٧	١٥,٤٥١٣٠٢٨٢	٤٧	١٩,٤١٤٧٠٨٨٤
٨	٦,٥٩٥٨٨٦٠٧	٢٨	١٥,٧٤٢٨٧٣٥١	٤٨	١٩,٥٣٥٦٠٦٥٤
٩	٧,٢٦٨٧٩٠٥٠	٢٩	١٦,٠٢١٨٨٨٥٣	٤٩	١٩,٦٥١٢٩٨١٤
١٠	٧,٩١٢٧١٨١٨	٣٠	١٦,٢٨٨٨٨٥٤	٥٠	١٩,٧٦٢٠٠٧٧٨
١١	٨.٥٢٨٩١٦٩٢	٣١	١٦,٥٤٤٣٩٠٩٥	٥١	١٩,٨٦٧٩٥٠٠٣
١٢	٩,١١٨٥٨٠٧٨	٣٢	١٦,٧٨٨٨٩٠٨٦	٥٢	١٩,٩٦٩٣٣٠١٧
١٣	٩,٦٨٢٨٥٢٤٢	٣٣	١٧,٠٢٢٨٦٢٠٧	٥٣	٢٠,٠٦٦٣٤٤٦٦
١٤	١٠,٢٢٢٨٢٥٢٨	٣٤	١٧,٢٤٦٧٥٧٩٦	٥٤	٢٠,١٥٩١٨١٤٩
١٥	١٠,٧٣٩٥٤٥٧٣	٣٥	١٧,٤٦١٠١٢٤٠	٥٥	٢٠,٢٤٨٠٢٠٥٧
١٦	١١,٢٣٤٠١٥٠٥	٣٦	١٧,٦٦٦٠٤٠٥٨	٥٦	٢٠,٣٣٣٠٣٤٠٤
١٧	١١,٧٠٧١٩١٤٣	٣٧	١٧,٨٦٢٢٣٩٧٩	٥٧	٢٠,٤١٤٣٨٦٦٤
١٨	١٢,١٥٩٩٩١٨٠	٣٨	١٨,٠٤٩٩٩٠٢٣	٥٨	٢٠,٤٩٢٢٣٦٠٢
١٩	١٢,٥٩٣٢٩٣٥٩	٣٩	١٨,٢٢٩٦٥٥٧٢	٥٩	٢٠,٥٦٦٧٣٣٠٣
٢٠	١٣,٠٠٧٩٣٦٤٥	٤٠	١٨,٤٠١٥٨٤٤٢	٦٠	٢٠,٧٣٨٠٢٢٠٤

قيم المقدار هـ ك┐ر عند القيم المختلفة لـ ك

ر = ٥%

ك	هـ ك┐ر	ك	هـ ك┐ر	ك	هـ ك┐ر
١	٠,٩٥٢٣٨٠٩٥	٢١	١٢,٨٢١١٥٢٧١	٤١	١٧,٢٩٤٣٦٧٩٦
٢	١,٨٥٩٤١٠٤٣	٢٢	١٣,١٦٣٠٠٢٥٨	٤٢	١٧,٤٢٣٢٠٧٥٨
٣	٢,٧٢٣٢٤٨٠٣	٢٣	١٣,٤٨٨٥٧٣٨٨	٤٣	١٧,٥٤٥٩١١٩٨
٤	٣,٥٤٥٩٥٠٥٠	٢٤	١٣,٧٩٨٦٤١٧٩	٤٤	١٧,٦٦٢٧٧٣٣١
٥	٤,٣٢٩٤٧٦٦٧	٢٥	١٤,٠٩٣٩٤٤٥٧	٤٥	١٧,٧٧٤٠٦٩٨٢
٦	٥,٠٧٥٦٩٢٠٧	٢٦	١٤,٣٧٥١٨٥٣٠	٤٦	١٧,٨٨٠٠٦٦٥
٧	٥,٧٨٦٣٧٣٤٠	٢٧	١٤,٦٤٣٠٣٣٦٢	٤٧	١٧,٩٨١٠١٥٧١
٨	٦,٤٦٣٢١٢٧٦	٢٨	١٤,٨٩٨١٢٧٢٦	٤٨	١٨,٠٧٧١٥٧٨٢
٩	٧,١٠٧٨٢١٦٨	٢٩	١٥,١٤١٠٧٣٥٨	٤٩	١١٨,١٦٨٧٢١٧٣
١٠	٧,٧٢١٧٣٤٩٣	٣٠	١٥,٣٧٢٤٥١٠٣	٥٠	١٨,٢٥٥٩٢٥٤٦
١١	٨,٣٠٦٤١٤٢٢	٣١	١٥,٥٩٢٨١٠٥٠	٥١	١٨,٣٣٨٩٧٦٦٣
١٢	٨,٨٦٣٢٥١٦٤	٣٢	١٥,٨٠٢٦٧٦٦٧	٥٢	١٨,٤١٨٠٧٢٩٨
١٣	٩,٣٩٣٥٧٢٩٩	٣٣	١٦,٠٠٢٥٤٩٢١	٥٣	١٨,٤٩٣٤٠٢٨٤
١٤	٩,٨٩٨٦٤٠٩٣	٣٤	١٦,١٩٢٩٠٤٠١	٥٤	١٨,٥٦٥١٤٥٥٦
١٥	١٠,٣٧٩٦٥٨٠٤	٣٥	١٦,٣٧٤١٩٤٢٩	٥٥	١٨,٦٣٣٤٧١٩٦
١٦	١٠,٨٣٧٧٦٩٥٦	٣٦	١٦,٥٤٦٨٥١٧١	٥٦	١٨,٦٩٨٥٤٤٧٣
١٧	١١,٢٧٤٠٦٦٢٥	٣٧	١٦,٧١١٢٨٧٣٤	٥٧	١٨,٧٦٠٥١٨٧٩
١٨	١١,٦٨٩٥٨٦٩٠	٣٨	١٦,٨٦٧٨٩٢٧١١	٥٨	١٨,٨١٩٥٤١٧
١٩	١٢,٠٨٥٣٢٠٨٦	٣٩	١٧,٠١٧٠٤٠٦٧	٥٩	١٨,٨٧٥٧٥٤
٢٠	١٢,٤٦٢٢١٠٣٤	٤٠	١٧,١٥٩٠٨٦٣٥	٦٠	١٨,٩٢٩٢٨٩٥٣

قيم المقدار هـ ك┐ر عند القيم المختلفة لـ ك

ر = ٥, ٥%

ك	هـ ك┐ر	ك	هـ ك┐ر	ك	هـ ك┐ر
١	٠,٩٤٧٨٦٧٣٠	٢١	١٢.٢٧٥٢٤٤٠٦	٤١	١٦,١٥٨٤٦٤١٦
٢	١,٨٤٦٣١٩٧١	٢٢	١٢,٥٨٣١٦٩٧٣	٤٢	١٦,٢٦٢٩٩٩٢
٣	٢,٦٩٧٩٣٣٩٨	٢٣	١٢,٨٧٥٠٤٢٣٩	٤٣	١٦,٣٦٣٠٣٢٤٢
٤	٣,٥٠٠٥١٥٠١٢	٢٤	١٣,١٥١٦٩٨٩٥	٤٤	١٦,٤٥٧٨٥٠٦٣
٥	٤,٢٧٠٢٨٤٤٨	٢٥	١٣,٤١٣٩٣٢٦٦	٤٥	١٦,٥٤٧٧٢٥٧٢
٦	٤,٩٩٥٥٣٠٣١	٢٦	١٣,٦٦٢٤٩٥٤١	٤٦	١١٦,٦٣٢٩١٥٣٧
٧	٥,٦٨٢٩٦٧١٢	٢٧	١٣,٨٩٨٠٩٩٩١	٤٧	١٦,٧١٣٦٦٣٨٦
٨	٦,٣٣٤٥٦٥٩٩	٢٨	١٤,١٢١٤٢١٧٢	٤٨	١٦,٧٩٠٢٠٢٧١
٩	٦,٩٥٢١٩٥٢٥	٢٩	١٤,٣٣٣١٠١١٦	٤٩	١٦,٨٦٢٧٥١٣٩
١٠	٧,٥٣٧٦٢٥٨٣	٣٠	١٤,٥٣٩٧٤٥١٧	٥٠	١٦,٩٣١٥١٧٩
١١	٨,٠٩٢٥٣٦٣٣	٣١	١٤,٧٢٣٩٢٩٠٧	٥١	١٦,٩٩٦٦٩٩٤٣
١٢	٨,٦٨٨٥١٧٨٥	٣٢	١٤,٩٠٤١٩٨١٧	٥٢	١٧,٠٥٨٤٨٢٨٧
١٣	٩,١١٧٠٧٨٥٣	٣٣	١٥,٠٧٥٠٦٩٣٦	٥٣	١٧,١١٧٠٤٥٣٨
١٤	٩,٥٨٩٦٤٧٩٠	٣٤	١٥,٢٢٧٠٣٢٥٧	٥٤	١٧,١٧٢٥٥٤٨٦
١٥	١٠,٠٣٧٥٨٠٩٤	٣٥	١٥,٣٩٠٥٥٢٢٠	٥٥	١٧,٢٢٥١٧٠٤٨
١٦	١٠,٤٦٢١٦٢٠٣	٣٦	١٥,٥٣٦٠٦٨٤٣	٥٦	١٧,٢٧٥٠٤٣١١
١٧	١٠,٨٦٤٦٠٨٥٦	٣٧	١٥,٦٧٣٩٩٨٥١	٥٧	١٧,٣٢٢٣١٥٧٥
١٨	١١,٢٤,٦٠٧٤٤٧	٣٨	١٥٨٠٤٧٣٧٩٣	٥٨	١٧,٣٦٧١٢٣٩٣
١٩	١١,٦٠٧٦٥٣٥٢	٣٩	١٥,٩٢٨٦٦١٥٤	٥٩	١٧,٤٠٩٥٩٦١٤
٢٠	١١,٩٥٠٣٨٢٤٨	٤٠	٢٦,٠٤٦١٢٤٦٩	٦٠	١٧,٤٤٩٨٥٤١٦

٣٩٥

قيم المقدار هـ ك⌐ر عند القيم المختلفة لـ ك

ر = ٦%

ك	هـ ك⌐ر	ك	هـ ك⌐ر	ك	هـ ك⌐ر
١	٠,٩٤٣٣٩٦٢٣	٢١	١١,٧٦٤٠٧٦٦٢	٤١	١٥,١٣٨٠١٥٩٢
٢	١,٨٣٣٣٩٢٦٧	٢٢	١٢.٠٤١٥٨١٧٢	٤٢	١٥,٢٢٤٥٤٣٣٢
٣	٢,٦٧٣٠١١٩٥	٢٣	١٢,٣٠٣٣٧٨٩٨	٤٣	١٥,٣٠٦١٧٢٩٤
٤	٣,٤٦٥١٠٥٦١	٢٤	١٢,٥٥٠٣٥٧٥٣	٤٤	١٥,٣٨٣١٨٢٠٢
٥	٤,٢١٢٣٦٣٧٩	٢٥	١٢,٧٨٣٣٥٦١٦	٤٥	١٥,٤٥٥٨٣٢٠٩
٦	٤,٩١٧٣٢٤٣٣	٢٦	١٣,٠٠٣١٦٦١٩	٤٦	١٥,٥٢٤٣٦٩٩
٧	٥,٥٨٢٣٨١٤٤	٢٧	٢٣,٢١٠٥٣٤١٤	٤٧	١٥,٥٨٩٠٢٨٢١
٨	٦,٢٠٩٧٩٣٨١	٢٨	١٣,٤٠٦١٦٤٢٨	٤٨	١٥,٦٥٠٠٢٦٦١
٩	٦,٨٠١٦٩٢٢٧	٢٩	١٣,٥٩٠٧٢١٠٢	٤٩	١٥,٧٠٧٥٧٢٢٧
١٠	٧,٣٦٠٠٨٧٠٥	٣٠	١٣,٧٦٤٨٣١١٥	٥٠	١٥,٧٦١٨٦٠٦٤
١١	٧,٨٨٦٨٧٤٥٨	٣١	١٣,٩٢٩٠٨٥٩٩	٥١	١٥,٨١٣٠٧٦٠٧
١٢	٨,٣٨٣٨٤٣٩٤	٣٢	١٤,٠٨٤٠٤٣٣٩	٥٢	١٥,٨٦١٣٩٢٥٢
١٣	٨,٨٥٢٦٨٢٩٦	٣٣	١٤,٢٣٠٢٢٩٦١	٥٣	١٥,٩٠٦٩٧٤٠٨
١٤	٩,٢٩٤٩٨٣٩٣	٣٤	١٤,٣٦٨١٤١١٤	٥٤	١٥,٩٤٩٩٧٥٥٤
١٥	٩,٧١٢٤٨٩٩	٣٥	١٤,٤٩٨٢٤٦٣٦	٥٥	١٥,٩٩٠٥٤٢٩٧
١٦	١٠,١٠٥٨٩٥٢٧	٣٦	١٤,٦٢٠٩٨٧١٣	٥٦	١٦,٠٢٨٨١٤١٢
١٧	١٠,٤٧٧٢٥٩٦٩	٣٧	١٤,٧٠٣٦٧٨٠٣١	٥٧	١١٦,٠٦٤٩١٨٩٨
١٨	١٠,٨٢٧٦٠٣٤٨	٣٨	١٤,٨٤٦٠١٩١٦	٥٨	١٦,٠٩٨٩٨٠١٧
١٩	١١١,١٥٨١١٦٤٩	٣٩	١٤,٩٤٩٠٧٤٦٨	٥٩	١٦,١٣١١١٣٣٧
٢٠	١١,٤٦٩٩٢١٢٢	٤٠	١٥,٠٤٦٢٩٦٨٧	٦٠	١٦,١٦١٤٢٧٧١

قيم المقدار هـ ك┐ر عند القيم المختلفة لـ ك

ر = ٦,٥%

ك	هـ ك┐ر	ك	هـ ك┐ر	ك	هـ ك┐ر
١	٠,٩٣٨٩٦٧١٤	٢١	١١,٢٨٤٩٨٣٣٣	٤١	١٤,٢٢١١٥١٩٩
٢	١,٨٢٠٦٢٦٤٢	٢٢	١١,٥٣٥١٩٥٦٢	٤٢	١٤,٢٩٢١٦١٤٩
٣	٢,٦٤٨٤٧٥٥١	٢٣	١١,٧٧٠١٣٦٧٣	٤٣	١٤,٣٥٨٨٣٧٠٨
٤	٣,٤٢٥٧٩٨٦٠	٢٤	١١,٩٩٠٧٣٨٧١	٤٤	١٤,٤٢١٤٤٣٢٧
٥	٤,١٥٥٦٧٩٤٤	٢٥	١٢,١٩٧٨٧٦٧٣	٤٥	١٤,٤٧٠٢٢٨٤٢
٦	٤,٨٤١٠١٣٥٦	٢٧	١٢,٣٩٢٣٧٢٥١	٤٦	١٤,٥٣٥٤٢٥٧٥
٧	٥,٤٨٤٥١٩٧٧	٢٧	١٢,٥٧٤٩٩٧٦٦	٤٧	١٤,٥٨٧٢٥٤٢٢
٨	٦,٠٨٨٧٥٠٩٦	٢٨	١٢,٧٤٦٤٧٦٦٨	٤٨	١٤,٦٣٥٩١٩٤٦
٩	٦,٦٥٦١٠٤١٩	٢٩	١٢,٩٠٧٤٨٩٨٤	٤٩	١٤,٦٨١٦١٤٥١
١٠	٧,١٨٨٨٣٠٢٢	٣٠	١٣,٠٥٨٦٧٥٩١	٥٠	١٤,٧٢٤٥٢٠٦٧
١١	٧,٦٨٩٠٤٢٤٦	٣١	١٣,٢٠٠٦٣٤٦٥	٥١	١٤,٧٦٤٨٠٨١٤
١٢	٨,١٥٨٧٢٥٣٢	٣٢	١٣,٣٣٣٩٢٩٢٥	٥٢	١٤,٨٠٢٦٣٦٧٥
١٣	٨,٥٩٩٧٤٢٠٨	٣٣	١٣,٤٥٩٠٨٨٥٠	٥٣	١٤,٨٣٨١٥٦٥٨
١٤	٩,٠١٣٨٤٢٣٣	٣٤	١٣,٥٧٦٦٠٨٩٢	٥٤	١٤,٨٧١٥٠٨٥٢
١٥	٩,٤٠٢٦٦٨٨٥	٣٥	١٣,٦٨٦٩٥٦٧٣	٥٥	١٤,٩٠٢٨٢٤٩
١٦	٩,٧٦٧٧٦٤١٨	٣٦	١٣,٧٩٠٥٦٩٧٠	٥٦	١٤,٩٣٢٢٢٩٩٦
١٧	١٠,١١٠٥٧٦٧٠	٣٧	١٣,٨٨٧٨٥٨٨٧	٥٧	١٤,٩٥٩٨٤٠٣٣
١٨	١٠,٤٣٢٤٦٦٣٨	٣٨	١٣,٩٧٩٢١٠٢١	٥٨	١٤,٩٨٥٧٦٥٥٧
١٩	١٠,٧٣٤٧١٠٢٢	٣٩	١٤,٠٦٤٩٨٦١١	٥٩	١١٥,٠١٠١٠٨٥٢
٢٠	١١,٠١٨٥٠٧٢٥	٤٠	١٤,١٤٥٥٢٦٨٧	٦٠	١٥,٠٣٢٩٦٥٧٤

قيم المقدار هـ ك┐ر عند القيم المختلفة لـ ك
ر = ٧%

ك	هـ ك┐ر	ك	هـ ك┐ر	ك	هـ ك┐ر
١	٠,٩٣٤٥٧٩٤٤	٢١	١٠,٨٣٥٥٢٧٣٣	٤١	١٣,٣٩٤١٢٠٤١
٢	١,٨٠٨٠١٨١٧	٢٢	١١,٠٦١٢٤٠٥٠	٤٢	١٣,٤٥٢٤٤٨٩٨
٣	٢,٦٢٤٣١٦٠٤	٢٣	١١,٢٧٢١٨٧٣٨	٤٣	١٣,٥٠٦٩٦١٦٧
٤	٣,٣٨٧٢١١٢٦	٢٤	١١.٤٦٩٣٣٤٠٠	٤٤	١٣,٥٥٧٩٠٨١
٥	٤,١٠٠١٩٧٤٤	٢٥	١١,٦٥٣٥٨٣١٨	٤٥	١٣,٦٠٥٥٢١٥٩
٦	٤,٧٦٦٥٣٩٦٦	٢٧	١١,٨٢٥٧٧٨٦٧	٤٦	١٣,٦٥٠٠٢٠١٨
٧	٥,٣٨٩٢٨٩٤٠	٢٧	١١,٩٨٦٧٠٩٠٤	٤٧	١٣,٦٩١٦٠٧٦٤
٨	٥,٩٧١٢٩٨٥١	٢٨	١٢,١٣٧١١١٢٥	٤٨	١٣,٧٣٠٤٧٤٤٣
٩	٦,٥١٥٢٣٢٢٥	٢٩	١٢,٢٧٧٦٧٤٠٧	٤٩	١٣,٧٦٦٧٩٨٥٣
١٠	٧,٠٢٣٥٨١٥٤	٣٠	١٢,٤٠٩٠٤١١٨	٥٠	١٣,٨٠٠٧٤٦٢٩
١١	٧,٤٩٨٦٧٤٣٤	٣١	١٢,٥٣١٨١٤١٩	٥١	١٣,٨٣٢٤٧٣١٧
١٢	٧,٩٤٢٦٨٦٣٠	٣٢	١٢,٦٤٦٥٥٥٣٢	٥٢	١٣,٨٦٢١٢٤٤٦
١٣	٨,٣٥٧٦٥٠٧٤	٣٣	١٢,٧٥٣٧٩٠٠٢	٥٣	١٣,٨٨٩٨٣٥٩٣
١٤	٨,٧٤٥٤٦٧٩٩	٣٤	١٢,٨٥٤٠٠٩٣٦	٥٤	١٣,٩١٥٧٣٤٥٣
١٥	٩,١٠٧٩١٤٠١	٣٥	١٢,٩٤٧٦٧٢٣٠	٥٥	١٣,٩٣٩٩٣٨٨١
١٦	٩,٤٤٦٦٤٨٦٠	٣٦	١٣,٠٣٥٢٠٧٧٦	٥٦	١٣,٩٦٢٥٥٩٦٤
١٧	٩,٧٦٣٢٢٢٩٩	٣٧	١٣,١١٧٠١٦٦٠	٥٧	١٣,٩٨٣٧٠٠٥٩
١٨	١٠,٠٥٩٠٨٦٩١	٣٨	١٣,١٩٣٤٧٣٤٥	٥٨	١٤,٠٠٣٤٥٨٥
١٩	١٠,٣٣٥٥٩٥٢٤	٣٩	١٣,٢٦٤٩٢٨٤٦	٥٩	١٤,٠٢١٩٢٣٨٣
٢٠	١٠,٥٩٤٠١٤٢٥	٤٠	١٣,٣٣١٧٠٨٨٤	٦٠	١٤,٠٣٩١٨١١٥

٣٩٩

قيم المقدار هـ ك┐ر عند القيم المختلفة لـ ك
ر = ٧,٥%

ك	هـ ك┐ر	ك	هـ ك┐ر	ك	هـ ك┐ر
١	٠,٩٣٠٢٣٢٥٦	٢١	١٠,٤١٣٤٨٠٣٣	٤١	١٢,٦٤٥٩٦١٥٥
٢	١,٧٩٥٥٦٥١٧	٢٢	١٠,٦١٧١٩١٠١	٤٢	١٢,٦٩٣٩١٧٧٢
٣	٢,٦٠٠٥٢٥٧٤	٢٣	١٠,٨٠٦٦٨٩٣١	٤٣	١٢,٧٣٨٥٢٨١١
٤	٣,٣٤٩٣٢٦٢٧	٢٤	١٠,٩٨٢٩٦٦٨٠	٤٤	١٢,٧٨٠٠٢٦١٥
٥	٤,٠٤٥٨٨٤٩٠	٢٥	١١,١٤٦٩٤٥٨٦	٤٥	١٢,٨١٨٦٢٨٩٨
٦	٤,٦٩٣٨٤٦٤٢	٢٦	١١,٢٩٩٤٨٤٥٢	٤٦	١٢,٨٥٤٥٣٨٥٨
٧	٥,٢٩٦٦٠١٣٢	٢٧	١١,٤٤١٣٨٠٩٥	٤٧	١٢,٨٨٧٩٤٢٨٧
٨	٥,٨٥٧٣٠٣٥٥	٢٨	١١,٥٧٣٣٧٧٦٣	٤٨	١٢,٩١٩٠١٦٦٢
٩	٦,٢٧٨٨٨٧٠٣	٢٩	١١,٦٩٦١٦٥٢٤	٤٩	١٢,٩٤٧٩٢٢٤٤
١٠	٦,٨٦٤٠٨٠٩٦	٣٠	١١,٨١٠٣٨٦٢٧	٥٠	١٢,٩٧٤٨١١٥٧
١١	٧,٣١٥٤٣٤١٥	٣١	١١,٩١٦٦٣٨٣٩	٥١	١٢,٩٩٩٨٢٤٧٢
١٢	١,٧٣٥٢٧٨٢٧	٣٢	١٢,٠١٥٤٧٧٥٧	٥٢	١٣,٠٢٣٠٩٢٧٦
١٣	٨,١٢٥٨٤٠٢٦	٣٣	١٢,١٠٧٤٢٠٩٩	٥٣	١٣,٠٤٤٧٣٧٤٥
١٤	٨,٤٨٩١٥٣٧٣	٣٤	١٢,١٩٢٩٤٩٧٦	٥٤	١٣,٠٦٤٨٧٢٠٥
١٥	٨,٨٢٧١١٩١٥	٣٥	١٢,٢٧٢٥١١٤١	٥٥	١٣,٠٨٣٦٠١٩
١٦	٩,١٤١٥٠٦٧٤	٣٦	١٢,٣٤٦٥٢٢٢٤	٥٦	١٣ز١٠١٠٢٥٠٣
١٧	٩,٤٣٣٩٥٩٧٦	٣٧	١٢,٤١٥٣٦٩٥٢	٥٧	١٣,١١٧٢٣٢٥٨
١٨	٩,٧٠٦٠٠٩٠٨	٣٨	١٢,٤٧٩٤١٣٥١	٥٨	١٣,١٣٢٣٠٩٣٨
١٩	٩,٩٥٩٠٧٨٢١	٢٩	١٢,٥٣٨٩٨٩٣١	٥٩	١٣,١٤٦٣٣٤٣١
٢٠	١٠,١٩٤٤٩١٣٦	٤٠	١٢,٥٩٤٤٠٨٦٦	٦٠	١٣,١٥٩٣٨٠٧٥

قيم المقدار هـ ك┐ر عند القيم المختلفة لـ ك

ر = ٨%

ك	هـ ك┐ر	ك	هـ ك┐ر	ك	هـ ك┐ر
١	٠,٩٢٥٩٢٥٩٣	٢١	١٠,٠١٦٨٠٣١٦	٤١	١١,٩٦٧٢٣٤٥٧
٢	١,٧٨٢٢٦٤٧٥	٢٢	١٠,٢٠٠٧٤٣٦٦	٤٢	١٢,٠٠٦٦٩٨٦٧
٣	٢,٥٧٧٠٩٦٩٩	٢٣	١٠,٣٧١٠٥٨٩٥	٤٣	١٠,٠٤٣٢٣٩٥١
٤	٣,٣١٢١٢٦٨٤	٢٤	١٠,٥١٨٧٥٨٢٨	٤٤	١٢,٠٧٧٠٧٣٦٢
٥	٣,٩٩٢٧١٠٠٤	٢٥	١٠,٨٠٩٩٧٧٩٥	٤٥	١٢,١٠٨٤٠١٥
٦	٤,٦٢٢٨٧٩٦٦	٢٦	١٠,٩٣٥١٦٤٧٧	٤٦	١٢,١٣٧٤٠٨٨
٧	٥,٢٠٦٣٧٠٠٦	٢٧	١١,٠٥١٠٧٨٤٩	٤٧	١٢,١٦٤٢٦٧٤١
٨	٥,٧٤٦٦٣٨٩٤	٢٨	١١,١٥٨٤٠٦٠١	٤٨	١٢,١٨٩١٣٦٤٩
٩	٦,٢٤٦٨٨٧٩١	٢٩	١١,٢٥٧٧٨٣٣٤	٤٩	١٢,٢١٢١٦٣٤١
١٠	٦,٧١٠٠٨١٤٠	٣٠	١١,٣٤٩٧٩٩٣٩	٥٠	١٢,٢٣٣٤٨٤٦٤
١١	٧,١٣٨٩٦٤٢٦	٣١	١١,٥١٣٨٨٨٣٧	٥١	١٢,٢٥٣٢٢٦٥٢
١٢	٧,٥٣٦٠٧٨٠٢	٣٢	١١١,٥٨٦٩٣٣٦٧	٥٢	١٢,٢٧١٥٠٦٠٤
١٣	٧,٩٠٣٧٧٥٩٤	٣٣	١١,٦٥٤٥٦٨٢٢	٥٢	١٢,٢٨٨٤٣١٥٢
١٤	٨,٢٤٤٢٣٦٩٨	٣٤	١١,٧١٧١٩٢٧٩	٥٤	١٢,٣٠٤١٠٣٢٦
١٥	٨,٥٥٤٧٨٦٩	٣٥	١١,٧٧٥١٧٨٥١	٥٥	١٢,٣١٨٦١٤١٣
١٦	٨,٨٥١٣٦٩١٦	٣٦	١١,٨٢٨٨٦٨٩٩	٥٦	١٢,٣٣٢٠٥٠١١٢
١٧	٩,١٣١٦٣٨١١	٣٧	١١١,٨٧٨٥٨٢٤٠	٥٧	١٢,٣٤٤٤٩٠٨٥
١٨	٩.٣٧١٨٨٧١٤	٣٨	١١,٨٢٨٨٦٩	٥٨	١٢,٣٥٦٠١٠٠٥
١٩	٩,٦٠٣٥٩٩٢٠	٣٩	١١,٨٧٨٥٨٢٤	٥٩	١٢,٣٦٦٦٧٦٠
٢٠	٩,٨١٨١٤٧٤١	٤٠	١١,٩٢٤٦١٣٣	٦٠	١٢,٣٧٦٥٥١٨

قيم المقدار هـ ك┐ر عند القيم المختلفة لـ ك

ر = ٨,٥ %

ك	هـ ك┐ر	ك	هـ ك┐ر	ك	هـ ك┐ر
١	٠,٩٢١٦٥٨٩٩	٢١	٩,٦٤٣٦٢٨٢١	٤١	١١,٣٤٩٧٤٤٣٣
٢	١,٧٧١١١٤٢٧	٢٢	٩,٨٠٩٧٩٥٥٩	٤٢	١١,٣٨٢٢٩٣٣٩
٣	٢,٥٥٤٠٢٢٣٧	٢٣	٩,٩٦٢٩٤٥٢٤	٤٣	١١,٤١٢٢٥١٩٧
٤	٣,٢٧٥٥٩٦٦٦	٢٤	١٠,١٠٤٠٩٧٠٠	٤٤	١١,٤٣٩٨٦٣٥٧
٥	٣,٩٤٠٦٤٢٠٨	٢٥	١٠,٢٣٤١٩٠٧٨	٤٥	١١,٤٦٥٣١٢٠٥
٦	٤,٥٥٣٥٨٧١٧	٢٦	١٠,٣٥٤٠٩٢٨٨	٤٦	١١,٤٨٨٧٦٦٨٦
٧	٥,١١٨٥١٣٥٢	٢٧	١٠,٤٦٤٦٠١٧٤	٤٧	١١,٥١٠٣٨٤٢
٨	٥,٦٣٩١٨٢٩٧	٢٨	١٠,٥٦٦٤٥٣٢١	٤٨	١١,٥٣٠٣٠٨٠٢
٩	٦,١١٩٠٦٢٦٤	٢٩	١٠,٦٦٠٣٢٥٥٤	٤٩	١١,٥٤٨٦٧٠٩٩
١٠	٦,٥٦١٣٤٨٠٦	٣٠	١٠,٧٤٦٨٤٣٨٢	٥٠	١١,٥٦٥٥٩٥٣٨
١١	٦,٩٦٨٩٨٤٣٩	٣١	١٠,٨٢٦٥٨٤١٦	٥١	١١,٥٨١١٩٣٩
١٢	٧,٣٤٤٦٨٦٠٧	٣٢	١٠,٩٠٠٠٧٧٥٧	٥٢	١١,٥٩٥٥٧٠٤١
١٣	٧,٦٩٠٩٥٤٩٠	٣٣	١٠,٩٦٧٨١٣٤٣	٥٣	١١,٦٠٨٨٢٠٦٦
١٤	٨,٠١٠٠٩٦٦٨	٣٤	١١,٠٣٠٢٤٢٧٩	٥٤	١١,٦٢١٠٣٢٨٧
١٥	٨,٣٠٤٢٣٦٥٨	٣٥	١١,٠٨٧٧٨١٣٧	٥٥	١١,٦٣٢٢٨٨٣٦
١٦	٨,٥٧٥٣٣٣٢٥	٣٦	١١,١٤٠٨١٢٣٣	٥٦	١١,٦٤٢٦٦٢٠٨
١٧	٨,٨٢٥١٩١٩٤	٣٧	١١,١٨٩٦٨٨٧٨	٥٧	١١,٦٥٢٢٣١١
١٨	٩,٠٥٥٤٧٦٤٤	٣٨	١١,٢٣٤٧٣٦٢٠	٥٨	١١,٦٦١٠٣٥١٣
١٩	٩,٢٧٦٦٢٠٢٢	٣٩	١١,٢٧٦٢٥٤٥٧	٥٩	١١,٦٦٩١٥٦٨
٢٠	٩,٤٦٣٣٣٦٦١	٤٠	١١,٣١٤٥٢٠٣٤	٦٠	١١,٦٧٦٦٤٢٢١

قيم المقدار هـ ك┐ر عند القيم المختلفة لـ ك

ر = ٩ %

ك	هـ ك┐ر	ك	هـ ك┐ر	ك	هـ ك┐ر
١	٠,٩١٧٤٣١١٩	٢١	٩,٢٩٢٢٤٣٧٣	٤١	١٠,٧٨٦٥٦٨٩٩
٢	١,٧٥٩١١١١٩	٢٢	٩,٤٤٢٤٢٥٤٤	٤٢	١٠,٨١٣٣٦٦٠٤
٣	٢,٥٣١٢٩٤٦٧	٢٣	٩,٥٨٠٢٠٦٨٣	٤٣	١٠,٨٣٧٩٥٠٥
٤	٣,٢٣٩٧١٩٨٨	٢٤	٩,٧٠٦٦١١٧٧	٤٤	١٠,٨٦٠٥٠٥٠٤
٥	٣,٨٨٩٦٥١٢٦	٢٥	٩,٨٢٢٥٧٩٦٠	٤٥	١٠,٨٨١١٩٧٢٩
٦	٤,٤٨٥٩١٨٥٩	٢٦	٩,٩٢٨٩٧٢١١	٤٦	١٠,٩٠٠١٨١
٧	٥,٠٣٢٩٥٢٨٤	٢٧	١٠,٢٦٥٧٩٩٢	٤٧	١٠,٩١٧٥٩٧٢٥
٨	٥,٥٣٤٨١٩١١	٢٨	١٠,١١٦١٢٨٣٧	٤٨	١٠,٩٣٣٥٧٥٤٦
٩	٥,٩٩٥٢٤٦٨٩	٢٩	١٠,١٩٤٢٤٢٩١	٤٩	١٠,٩٤٨٢٣٤٣٦
١٠	٦,٤١٧٦٥٧٧٠	٣٠	١٠,٢٧٢٦٥٤٠٤	٥٠	١٠,٩٦١٦٨٢٩
١١	٦,٨٠٥١٩٠٥٥	٣١	١٠,٣٤٢٨٠١٨٧	٥١	١٠,٩٧٤٠٢١٠١
١٢	٧,١٦٠٧٢٥٢٨	٣٢	١٠,٤٠٦٢٤٠٢٥	٥١	١٠,٩٧٤٠٢١٠١
١٣	٧,٤٨٦٩٠٣٩٢	٣٣	١٠,٤٦٤٤٤٠٦٠	٥٢	١٠,٩٨٥٣٤٠٣٨
١٤	٧,٧٨٦١٥٠٣٩	٣٤	١٠,٥١٧٨٣٥٤١	٥٤	١١,٠٠٥٢٥٢٤
١٥	٨,٠٦٠٦٨٨٤٣	٣٥	١٠,٥٦٦٨٢١٤٨	٥٥	١١,٠١٣٩٩٣٠٣
١٦	٨,٣١٢٥٥٨١٩	٣٦	١٠,٦١١٧٦٢٨٢	٥٦	١١,٠٢٢٠٢٢٩٥
١٧	٨,٥٤٣٦٣١٣٧	٣٧	١٠,٦٥٢٩٩٣٤٢	٥٧	١١,٠٢٩٣٦٨٧٦
١٨	٨,٧٥٥٦٢٥١١	٣٨	١١,٦٩٠٨١٩٦٥	٥٨	١١,٠٣٦١١٨١٣
١٩	٨,٩٥٠١١٤٧٨	٣٩	١٠,٧٢٥٥٢٢٦١	٥٩	١١,٠٤٢٣٠١٢١
٢٠	٩,١٢٨٥٤٥٦٧	٤٠	١٢,٧٥٧٣٦٠٢٠	٦٠	١١.٠٤٧٩٩١٠٢

قيم المقدار هـ ك┐ر عند القيم المختلفة لـ ك

ر = ٩,٥ %

ك	هـ ك┐ر	ك	هـ ك┐ر	ك	هـ ك┐ر
١	٠,٩١٣٢٤٢٠١	٢١	٨,٨٠٣١٧٨٢٧	٤١	١٠,٢٧١٤٥٨٢٤
٢	١,٦٦٦٥٢٦٣٩	٢٢	٨,٩٤٥٤٥٥٦٨	٤٢	١٠,٢٩٣٥٦٩١٧
٣	٢,٣٩٨٠٦٨٦٣	٢٣	٩,٠٧٥٩٨٥٤٢	٤٣	١٠,٣١٣٧٦١٨
٤	٣,٠٦٩٢٠٨٣٠	٢٤	٩,١٩٥٧٣٧٤٧	٤٤	١٠,٣٣٢٢٠٢٥٥
٥	٣,٦٨٤٩٣٢٧٨	٢٥	٩,٣٠٥٦٠١٧٣	٤٥	١٠,٣٤٩٠٤٣٤٣
٦	٤,٢٤٩٨١٧٦١	٢٦	٩,٤٠٦٣٩٤٦٣	٤٦	١٠,٣٦٤٤٢٣٢٢
٧	٤,٧٦٨٠٦٠٥٨	٢٧	٩,٤٩٨٨٦٥١٩	٤٧	١٠,٣٧٨٤٦٨٧
٨	٥,٢٤٣٥١٢٨٥	٢٨	٩,٥٨٣٧٠٠٥٦	٤٨	١٠,٣٩١٢٩٥٦١
٩	٥,٦٧٩٧٠٧٥٨	٢٩	٩,٦٦١٥٣١١٧	٤٩	١٠,٤٠٣٠٠٩٦٩
١٠	٦,٠٧٩٨٨٦٢٤	٣٠	٩,٧٣٢٩٣٥٤١	٥٠	١٠,٤١٣٧٠٧٤٨
١١	٦,٤٤٧٠٢٢٦٣	٣١	٩,٧٩٨٤٤٣٨٨	٥١	١٠,٤٢٣٤٧٧١٥
١٢	٦,٧٨٣٨٤٥٠٠	٣٢	٩,٨٥٨٥٤٣٤٠	٥٢	١٠,٤٣٢٣٩٩٢٣
١٣	٧,٠٩٢٨٥٦٣٥	٣٣	٩,٩١٣٦٨٠٥٧	٥٣	١٠,٤٤٠٥٤٧٢٤
١٤	٧,٣٧٦٣٥٣٠٠	٣٤	٩,٩٦٤٢٦٥١٣	٥٤	١٠,٤٤٧٩٨٨٣٤
١٥	٧,٦٣٦٤٤١٦٧	٣٥	١٠,٠١٠٦٧٢٩٨	٥٥	١٠,٤٥٤٧٨٣٨٨
١٦	٧,٨٧٥٠٠٥١٣	٣٦	١٠,٠٥٣٢٤٨٩٩	٥٦	١٠,٤٦٠٩٨٩٨٤
١٧	٨,٠٩٣٩٦٦٥٦	٣٧	١٠,٠٩٢٣٠٩٥٥	٥٧	١٠,٤٦٦٦٥٧٣٩
١٨	٨,٢٩٤٨٠٢٧٤	٣٨	١٠,١٢٨١٤٤٩٣	٥٨	١٠,٤٧١٨٣٣٢٣
١٩	٨,٤٧٩٠٥٦١١	٣٩	١٠,١٩١٠٢١٤٢	٥٩	١٠,٤٧٦٥٦٠٠٣
٢٠	٨,٦٤٨٠٩٥٩٠	٤٠	١٠,١٩١١٨٣٣٤	٦٠	١٠,٤٨٠٨٧٦٧٤

قيم المقدار هـ ك┐ر عند القيم المختلفة لـ ك

ر = ١٠ %

ك	هـ ك┐ر	ك	هـ ك┐ر	ك	هـ ك┐ر
١	٠,٩٠٩٠٩٠٩١	٢١	٨,٦٤٨٦٩٤٢٩	٤١	٩,٧٩٩١٣٧٠١٧
٢	١,٧٣٥٥٣٧١٩	٢٢	٨,٧٧١٥٤٠٢٦	٤٢	٩,٨١٧٣٩٧٢٨٨
٣	٢,٤٨٦٨٥١٩٩	٢٣	٨,٨٨٣٢١٨٤٢	٤٣	٩,٨٣٣٩٩٧٥٤
٤	٣,١٦٩٨٦٥٤٥	٢٤	٨,٩٨٤٧٤٤٠٢	٤٤	٩,٨٤٩٠٨٨٦٦٤
٥	٣,٧٩٠٧٨٦٧٧	٢٥	٩,٠٧٧٠٤٠٠٢	٤٥	٩,٨٦٢٨٠٧٨٨
٦	٤,٣٥٥٢٦٠٧٠	٢٦	٩,١٦٠٩٤٥٤٧	٤٦	٩,٨٧٥٢٧٩٨٩١
٧	٤,٨٦٨٤١٨٨٢	٢٧	٩,٢٣٧٢٢٣١٦	٤٧	٩,٨٨٦٦١٨٠٨٣
٨	٥,٣٣٤٩٢٦٢٠	٢٨	٩,٣٠٦٥٦٦٥١	٤٨	٩,٨٩٦٩٢٥٥٣
٩	٥,٧٥٩٠٢٣٨٢	٢٩	٩,٣٦٩٦٠٥٩١	٤٩	٩,٩٠٦٢٩٥٩٤
١٠	٦,١٤٤٥٦٧١١	٣٠	٩,٤٢٦٩١٤٤٧	٥٠	٩,٩١٤٨١٤٤٨٧
١١	٦,٤٩٥٠٦١٠١	٣١	٩,٤٧٩٠١٣١٥	٥١	٩,٩٢٢٥٥٨٦٣
١٢	٦,٨١٣٦٩١٨٢	٣٢	٩,٥٢٦٣٧٥٥٩	٥٢	٩,٩٢٩٥٩٨٧٥
١٣	٧,١٠٣٣٥٦٢٠	٣٣	٩,٥٦٩٤٣٢٣٦	٥٣	٩,٩٣٥٩٩٨٨٦
١٤	٧,٣٦٦٦٨٧٤٦	٣٤	٩,٦٨٥٧٤٨٧	٥٤	٩,٩٤١٨١٧١٤٩
١٥	٧,٦٠٦٠٧٩٥١	٣٥	٩,٦٤٤١٥٨٩٧	٥٥	٩,٩٤٧١٠٦٤٩٩
١٦	٧,٨٢٣٧٠٨٦٤	٣٦	٩,٦٧٦٥٠٨١٦	٥٦	٩,٩٥١٩١٤٩٩٩
١٧	٨,٠٢١٥٥٣٣١	٣٧	٩,٧٠٥٩١٦٥١	٥٧	٩,٩٥٦٢٨٦٣٦٣
١٨	٨,٢٠١٤١٢١٠	٣٨	٩,٧٣٢٦٥١٣٧	٥٨	٩,٩٦٠٢٦٠٣٣
١٩	٨,٣٦٤٩٢٠٠٩	٣٩	٩,٧٥٦٩٥٥٧٩	٥٩	٩,٩٦٣٨٧٣٠٢٧
٢٠	٨,٥١٣٥٦٣٧٢	٤٠	٩,٧٧٩٠٥٠٧٢	٦٠	٩,٩٦٧١٥٧٢٩٧

ملحق (٩)
حلول التمرينـــات

حل تمرينات (١-٦) صفحة "٤٥"

الحـل (١-١)

١- بما أن م = ١٥٠٠٠ جنيه ، ع = $\frac{٨}{١٠٠}$ ، ت = ٢ ←

ف = م × ع × ت = ١٥٠٠٠ × $\frac{٨}{١٠٠}$ × ٢ = ٢٤٠٠ جنيه

حـ = م + ف = ١٥٠٠٠ + ٢٤٠٠ = ١٧٤٠٠ جنيه

٢- م = ١٩٢٠ جنيه ، ع = $\frac{١٤,٤}{١٠٠}$ × ٢ = $\frac{٢٨٨}{١٠٠٠}$ ، ت = $\frac{٥}{١٢}$

ف = ١٩٢٠ × $\frac{٢٨٨}{١٠٠٠}$ × $\frac{٥}{١٢}$ = ٢٣٠,٤ جنيه

حـ = ١٩٢٠ + ٢٣٠,٤ = ٢١٥٠ جنيه

٣- م = ٢٧٨٠ جنيه ، ع = $\frac{٣,٥}{١٠٠}$ × ٤ = $\frac{١٤٠}{١٠٠٠}$ = $\frac{١٤}{١٠٠}$ سنويا،

ت = $\frac{١٤}{١٢}$ سنة

ف = ٢٧٨٠ × $\frac{١٤}{١٠٠}$ × $\frac{١٤}{١٢}$ = ٤٥٤,٠٧ جنيه

حـ = ٢٧٨٠ + ٤٥٤,٠٧ = ٣٢٣٤,٠٧ جنيه

٤- م = ١٥٦١٠٠ جنيه ، ع = $\frac{١٢ \times ٢}{١٠٠}$ = $\frac{٢٤}{١٠٠}$ سنويا، ت = ٣ سنوات

ف = ١٥٦١٠٠ × $\frac{٢٤}{١٠٠}$ × ٣ = ١١٢٣٩٢ جنيه

الحــل (١-٢)

أ) م = ٢٠٠٠ ، ع = $\frac{١٤}{١٠٠}$ ، ت =٣ سنوات

ف = م × ع × ت = ٢٠٠٠ × $\frac{١٤}{١٠٠}$ × ٣ = ٨٤٠ جنيه

حـ = م + ف = ٢٠٠٠ + ٨٤٠ = ٢٨٤٠ جنيه

ب) بما أن:

حـ = م + ف

٣٤٠٠ = ٢٠٠٠ + ف ←

ف = ٣٤٠٠ - ٢٠٠٠ = ١٤٠٠ جنيه

وبما أن :

ف = م × ع × ت ←

١٤٠٠ = ٢٠٠٠ × $\frac{١٤}{١٠٠}$ × ت ←

ت = $\frac{١٠٠}{٢٠}$ = ٥ سنوات

ج) بما أن المبلغ تضاعف بعد ٥ سنوات أى أصبح يساوى ٤٠٠٠ جنيه-
اذن الفائدة تساوى ٢٠٠٠ وبما أن :

ف = م × ع × ت

٢٠٠٠ = ٢٠٠٠ × ع × ٥ ←

٣٠٤

$$ع = \frac{٢٠٠٠}{٢٠٠٠ \times ٥} = \frac{١}{٥} = ٠,٢٠ = ٢٠\%$$

الحــل (١-٣)

بما أن ثمن الشقه يساوى ١٥٠,٠٠٠ جنيه ودفع منها ١٠٠,٠٠٠ جنيه.

بالتالى المبلغ المتبقى يساوى :

١٥٠,٠٠٠ - ١٠٠,٠٠٠ = ٥٠,٠٠٠ جنيه

وبما أن المبلغ الذى سوف يدفع بعد ٦ شهور يساوى ٦٠,٠٠٠ جنيه -

أى أن الفائدة المدفوعة تساوى :

٦٠,٠٠٠ - ٥٠,٠٠٠ = ١٠,٠٠٠ جنيه

عن مدة تساوى ٦ شهور.

وبما أن :

ف = م × ع × ت

$$١٠,٠٠٠ = ٥٠,٠٠٠ \times ع \times \frac{٦}{١٢} \leftarrow$$

$$ع = \frac{١٠٠٠٠ \times ١٢}{٥٠٠٠٠ \times ٦} = \frac{٢}{٥} = ٠,٤٠ = ٤٠\%.$$

الحــل (١-٤)

١- م = ٨٥٠٠٠٠ ، $ع = \frac{٥ \times ١٢}{١٠٠}$ ، $ت = \frac{٦}{١٢}$

ف = م × ع × ت

$$= ٨٥٠٠٠٠ \times \frac{٥ \times ١٢}{١٠٠} \times \frac{٦}{١٢} = ٢٥٥٠٠٠$$ جنيه

حـ = ٨٥٠٠٠٠ + ٢٥٥٠٠٠ = ١١٠٥٠٠٠ جنيه

٢- بما أن : م = ٨٥٠٠٠٠ جنيه

اذن الرصيد فى بداية الفترة = م١ = ٨٥٠٠٠٠

الفائدة المحسوبة على الرصيد بعد شهرين = ف١

$$ف_١ = ٨٥٠٠٠٠ \times \frac{٥ \times ١٢}{١٠٠} \times \frac{٢}{١٢}$$

$$= ٨٥٠٠٠ \text{ جنيه} \qquad (١)$$

$$\text{الرصيد بعد شهرين} = م٢ = \frac{٨٥٠٠٠٠}{٢} = ٤٢٥٠٠٠ \text{ جنيه}$$

الفائدة المحسوبه من بداية الشهر الثالث حتى نهاية الشهر السادس

$$= ف_٢ = ٤٢٥٠٠٠ \times \frac{٥ \times ١٢}{١٠٠} \times \frac{٤}{١٢} = ٨٥٠٠٠ \text{ جنيه} \qquad (٢)$$

من (١) ، (٢) نجد أن الفائدة المدفوعة تساوى ف حيث:

$$ف = ف_١ + ف_٢ = ٨٥٠٠٠ + ٨٥٠٠٠ = ١٧٠٠٠٠ \text{ جنيه}$$

الحــل (١-٥)

١- بما أن الرصيد فى بداية الشهر الأول = م١ = ١٠٠٠٠٠ جنيه

اذا فرضنا أن الفائدة المحسوبه عن الشهر الأول = ف١ فان:

$$ف_١ = م_١ \times ع \times ت = ١٠٠٠٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{١}{١٢} = ١٠٠٠ \text{ جنيه}$$

وبما أن قيمة القسط الأول تساوى ٢٠٠٠ جنيه

اذن يتم تسديد ١٠٠٠ جنيه من القسط الأول مـن أصل المبلـغ وبالتـالى يصبح الرصيد فى بداية الشهر الثانى يساوى م٢ حيث :

٣٠٩

٢- $م_٢$ = ١٠٠٠٠٠ - ١٠٠٠ = ٩٩٠٠٠ جنيه

وبالتالى تيصبح الفائدة عن الشهر الثانى تساوى $ف_٢$ حيث:

$$ف_٢ = م_٢ \times ع \times ت = ٩٩٠٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{١}{١٢} = ٩٩٠ \text{ جنيه}$$

وبما أن قيمة القسط الثانى تساوى ٢٠٠٠ جنيه ، اذا يتم تسديد ١٠١٠ (٢٠٠٠-٩٩٠).

الحــل (١-٦)

١- المبلغ المتبقى من ثمن شراء الغسالة = ٤٠٠٠-١٠٠٠ = ٣٠٠٠جنيه

نفرض أن الرصيد فى بداية الشهر الأول يساوى $م_١$ فان:

$م_١$ = ٣٠٠٠ جنيه

وبما أنه يتم تسديد المبلغ مضافا اليه الفائدة على ١٠ أقساط فأن:

قيمة القسط = قيمة القسط من أصل المبلغ + الفائدة المحسوبة عند بداية الشهر على المبلغ الذى لم يتم تسديدة.

$$\text{وبما أن قيمة القسط من أصل المبلغ} = \frac{٣٠٠٠}{١٠} = ٣٠٠ \text{ جنيه}$$

اذا فرضنا أن $ف_١$ تساوى الفائدة المحسوبه عن الشهر الأول فإن:

$$ف_١ = م_١ \times ع \times ت = ٣٠٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{١}{١٢} = ٣٠ \text{ جنيه}$$

اذن :

قيمة القسط الاول = ٣٠٠ + ٣٠ = ٣٣٠ جنيه (١)

الرصيد فى بداية الشهر الثانى = $م_٢$ =٣٠٠٠-٣٠٠=٢٧٠٠جنيه

وبالتالى الفائدة عن الشهر الثانى = $م_٢ \times ع \times ت$

$$= ٢٧٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{١}{١٢} = ٢٧ \text{ جنيه}$$

اذن :

قيمة القسط الثانى = ٢٠٠ + ٢٧ = ٣٢٧ جنيه (٢)

وبالمثل

$$ف_{١٠} = م_{١٠} \times ع \times ت = ٣٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{١}{١٢} = ٣ \text{جنيه} \quad (٣)$$

اذن:

قيمة القسط الأخير = ٣٠٠ + ٣ = ٣٠٣ جنيه

٢- من (١) ، (٢) ، (٣) نجد أن اجمالى الفائدة المدفوعة ف حيث :

$$ف = ف_{١} + ف_{٢} + \ldots + ف_{١٠}$$

$$= \frac{ن}{٢} [ف_{١} + ف_{١٠}] = \frac{١٠}{٢} [٣٠ + ٣]$$

= ٥ (٣٣) = ١٦٥ جنيه

الحـل (١-٧)

اذا فرضنا أن المبلغ يساوى م وبمـا أن الفـائدة تسـاوى ضعـف المبلـغ ،

اذن: ف = ٢ م

وبما أن :

$$ف = م \times ع \times ت \leftarrow$$

$$٢م = م \times \frac{٢٥}{١٠٠} \times ت$$

٢٠٠ = ٢٥ ت ← ت = $\frac{٢٠٠}{٢٥}$ = ٨ سنوات

الحل (١-٨)

اذا فرضنا أن المبلغ يساوى م ، وبما أن جملة المبلغ حـ تساوى ٥٣٠٠

وحيث:

حـ = م (١ + ع × ت)

٥٣٠٠ = م (١+ $\frac{١٢}{١٠٠}$ × $\frac{٦}{١٢}$) ←

٥٣٠٠ = م (١ + ٠,٠٦) ←

م = $\frac{٥٣٠٠}{١,٠٦}$ = ٥٠٠٠ جنيه

الحل (١-٩)

١- الفائدة التجارية لمدة صحيحة:

رقم تاريخ الايداع = ١٠

رقم تاريخ السحب = ١٢٢

المدة = ى = ١٢٢ - ١٠ = ١١٢ يوم

الفائدة = ف = م × ع × $\frac{ى}{٣٦٠}$

= ٥٦٧٠× $\frac{١٥}{١٠٠}$ × $\frac{١١٢}{٣٦٠}$ = ٢٦٤,٦ جنيه

٢- الفائدة التجارية لمدة تقريبية:

	يوم	شهر	سنة
تاريخ السحب	٢	٥	١٩٩٤

تاريخ الايداع	١٠	١	١٩٩٤
	٢٢	٣	-

ى = ٣ شهور + ٢٢ يوم = ٣(٣٠)+٢٢= ٩٠+٢٢ = ١١٢

الفائدة = ٥٦٧٠ × $\frac{١٥}{١٠٠}$ × $\frac{١١٢}{٣٦٠}$ = ٢٦٤,٦ جنيه

ملحوظة : فى هذه الحالة نجد أن الفائدة التجارية لمدة صحيحة مساوية للفائدة التجارية لمدة تقريبية وذلك لأن عدد الأيام ى متساويه وتساوى ١١٢ يوم فى الحالتين.

الحـل (١-١٠)

١- بما أن الشخص دفع ٢٠% أى أن المبلغ المدفوع عند الشراء يساوى

٥٠٠٠ × $\frac{٢٠}{١٠٠}$ = ١٠٠٠ جنيه

أذن المبلغ المتبقى = ٥٠٠٠ - ١٠٠٠ = ٤٠٠٠ جنيه

وبالتالى فأن عدد الأقساط الشهرية = $\frac{٤٠٠٠}{٢٠٠}$ = ٢٠ قسط

٢- بما أن الرصيد عند بداية الشهر الأول = م١ = ٤٠٠٠ جنيه

أذن الفائدة التى يجب دفعها مع القسط الأول تساوى ف١ حيث:

ف١ = م١ × ع × ت = ٤٠٠٠ × $\frac{٢٤}{١٠٠}$ × $\frac{١}{١٢}$ = ٨٠ جنيه

بالمثل

الرصيد فى بداية الشهر الثانى = م٢=٤٠٠٠-٢٠٠=٣٨٠٠جنيه

ف٢= م٢ × ع × ت =٣٨٠٠× $\frac{٢٤}{١٠٠}$ × $\frac{١}{١٢}$ = ٧٦ جنيه

:

$م_{٢٠}$ = ٢٠٠ جنيه

$ف_{٢٠} = م_{٢٠} \times ع \times ت = ٢٠٠ \times \frac{٢٤}{١٠٠} \times \frac{١}{١٢} = ٤$ جنيه

$ف = مجـ_{ر=١}^{٢} ف_ر = \frac{٢٠}{٢} [٨٠ + ٤]$

= ١٠ (٨٤) = ٨٤٠ جنيه

٣- حـ = ٥٢٠٠ جنيه ، م = ٤٠٠٠ جنيه ، ت = ١ ، ع =؟

وبما أن:

حـ = م (١ + ع ت)

٥٤٠٠ = ٤٠٠٠ (١+ع)

٥٢٠٠ - ٤٠٠٠ = ٤٠٠٠ ع

١٤٠٠ = ٤٠٠٠ ع ←

$ع = \frac{١٢٠٠}{٤٠٠٠} = \frac{٣}{١٠} = ٠,٣٠ = ٣٠\%$ سنويا

الحـل (١-١١)

(أ) طريقة الفائدة التجارية لمدة صحيحة:

١- الرصيد فى ١٩٩٤/٢/٢ = $م_١$ = ١٠٥٠٠ جنيه

نفرض أن الفائدة على $م_١$ فى ١٩٩٤/٤/٨ = $ف_١$ حيث :

$ف_١ = م_١ \times ع \times ت$

$= ١٠٥٠٠ \times \frac{١٥}{١٠٠} \times \frac{٦٥}{٣٦٠} = ٢٨٤,٣٧٥$ (١)

٢- الرصيد فى ١٩٩٤/٤/٨= م٢ = م١ + ١٤٧٠٠

= ١٠٥٠٠+١٤٧٠٠=٢٥٢٠٠جنيه (٢)

الفائدة المحسوبة على الرصيد م٢ فى ١٩٩٤/٦/١ ف٢ حيث:

٣- ف٢ = م٢ × ع × ت

= ٢٥٢٠٠ × $\frac{١٥}{١٠٠}$ × $\frac{٥٤}{٣٦٠}$ = ٥٦٧ جنيه (٣)

٤- الرصيد فى ١٩٩٤/٦/١ بعد السحب وليكن م٣ حيث:

م٣ = م٢ - ٥٠٠٠ = ٢٥٢٠٠ - ٥٠٠٠ = ٢٠٢٠٠ جنيه (٤)

٥- نفرض أن ف٣ تمثل الفائدة المستحقة من ٦/١ الى ١٩٩٤/٨/٥ حيث:

ف٣ = م٣ × ع × ت

= ٢٠٢٠٠× $\frac{١٥}{١٠٠}$ × $\frac{٦٥}{٣٦٠}$ = ٥٤٧,٠٨ جنيه (٥)

من (١)، (٣) ، (٥) نجد أن اجمالى الفوائد المستحقة فى ٨/٥ تساوى :

ف = ف١ + ف٢ + ف٣

= ٢٨٤,٣٧٥ + ٥٦٧ + ٥٤٧,٠٨ = ١٣٩٨,٤٥٥ جنيه

(ب) طريقة الفائدة التجارية لمدة تقريبية:

١- م١ = ١٠٥٠٠ ، ع = $\frac{١٥}{١٠٠}$ ،

ى =(٢٦ من فبراير+٣٠من مارس+٨) = ٦٤ يوم

ف١= م١ × ع × ت = ١٠٥٠٠× $\frac{١٥}{١٠٠}$ × $\frac{٦٤}{٣٦٠}$ =٢٨٠ جنيه (٦)

٧٧٥

٢- الرصيد فى ١٩٩٤/٤/٨ = م$_{2}$ = م$_{1}$ + ١٤٧٠٠

= ١٠٥٠٠ + ١٤٧٠٠ = ٢٥٢٠٠ جنيه (٧)

الفائدة المحسوبه على الرصيد م$_{2}$ فى ١٩٩٤/٦/١ ف$_{2}$ حيث:

٣- ف$_{2}$ = م$_{2}$ × ع × ت

= ٢٥٢٠٠ × $\frac{١٥}{١٠٠}$ × $\frac{٥٣}{٣٦٠}$ = ٥٥٦,٥ جنيه (٨)

٤- الرصيد فى ١٩٩٤/٦/١ بعد السحب وليكن م$_{3}$ حيث:

م$_{3}$ = م$_{2}$ - ٥٠٠٠ = ٢٥٢٠٠ - ٥٠٠٠ = ٢٠٢٠٠ جنيه (٩)

٥- نفرض أن ف$_{3}$ تمثل الفائدة المستحقة من ٦/١ الى ١٩٩٤/٨/٥:

ف$_{3}$ = م$_{3}$ × ع × ت

= ٢٠٢٠٠ × $\frac{١٥}{١٠٠}$ × $\frac{٦٤}{٣٦٠}$ = ٥٣٨,٦٧ جنيه (١٠)

من (٦) ، (٨) ، (١٠) نجد أن:

ف = ف$_{1}$ + ف$_{2}$ + ف$_{3}$

= ٢٨٠ + ٥٥٦,٥ + ٥٣٨,٦٧ = ١٣٧٥,١٧ جنيه

(ج) طريقة الفائدة الصحيحة لمدة صحيحة :

١- ف$_{1}$ = ١٠٥٠٠ × $\frac{١٥}{١٠٠}$ × $\frac{٦٥}{٣٦٥}$ = ٢٨٠,٤٨ جنيه (١١)

٢- الرصيد فى ١٩٩٤/٤/٨ = م$_{2}$ = ١٠٥٠٠ = ١٤٧٠٠ = ٢٥٢٠٠جنيه

ف$_{2}$ = م$_{2}$ × ع × ت = ٢٥٢٠٠ × $\frac{١٥}{١٠٠}$ × $\frac{٥٤}{٣٦٥}$ = ٥٥٩,٢٣جنيه (١٢)

٣- الرصيد فى ١٩٩٤/٦/١ بعد السحب وليكن $م_٣$ حيث:

$م_٣ = م_٢ - ٥٠٠ = ٢٥٢٠٠ - ٥٠٠٠ = ٢٠٢٠٠$ جنيه

٤- الفائدة المستحقة على الرصيد من ٦/١ الى ٨/٥

$ف_٣ = م_٣ \times ع \times ت$

$= ٢٠٢٠٠ \times \frac{١٥}{١٠٠} \times \frac{٦٥}{٣٦٥} = ٥٣٩,٥٩$ جنيه (١٣)

من (١١) ، (١٢) ، (١٣) نجد أن:

$ف = ف_١ + ف_٢ + ف_٣$

$= ٢٨٠,٤٨ + ٥٥٩,٢٣ + ٥٣٩,٥٩ = ١٣٧٩,٣٠$ جنيه

(د) طريقة الفائدة الصحيحة لمدة تقريبية:

١- $ف_١ = ١٠٥٠٠ \times \frac{١٥}{١٠٠} \times \frac{٦٤}{٣٦٥} = ٢٧٦,١٦$ جنيه

٢- $ف_٢ = ٢٥٢٠٠ \times \frac{١٥}{١٠٠} \times \frac{٦٥}{٣٦٥} = ٥٤٨,٨٨$ جنيه

٣- $ف_٣ = ٢٠٢٠٠ \times \frac{١٥}{١٠٠} \times \frac{٦٤}{٣٦٥} = ٥٣١,٢٩$ جنيه

$ف = ف_١ + ف_٢ + ف_٣$

$= ٢٧٦,١٦ + ٥٤٨,٨٨ + ٥٣١,٢٩ = ١٣٥٦,٣٣$ جنيه

الحـل (١-١٢)

١- بالنسبة للقرض الأول

تاريخ الاستحقاق = ١٩٩٨/١/٣ + ٣ شهور = ١٩٩٨/٤/٣

جملة المبلغ = م(١+ع × ت)

$$= ١٢٥٠٠ (١+ \frac{١٣٥}{١٠٠٠} \times \frac{٣}{١٢}) = ١٢٩٢١,٨٨ \text{ جنيه}$$

٢- بالنسبة للقرض الثانى:

من ملحق رقم (٣) نجد الرقم المسلسل المناظر لتاريخ الاقتراض يساوى ٥٨

وبالتالى المسلسل المناظر لتاريخ الاستحقاق = ٥٨ + ٤٥ = ١٠٣

ومن الجدول نجد أن التاريخ المناظر للمسلسل ١٠٣ هو ١٩٩٨/٤/١٣

جملة المبلغ = م (١+ع × ت)

$$= ٤٢٥٧ (١+ \frac{١٤}{١٠٠} \times \frac{٤٥}{٣٦٠}) = ٤٣٣١,٥٠ \text{ جنيه}$$

٣- بالنسبة للقرض الثالث :

من ملحق رقم (٣) نجد أن الرقم المسلسل المناظر لتاريخ الاقتراض يساوى ١٩٠. وبالتالى يكون المسلسل المناظر لتاريخ الاستحقاق يساوى

١٩٠ + ٦٠ = ٢٥٠

وبالتالى يكون تاريخ الاستحقاق المناظر للمسلسل ٢٥٠ هو ١٩٩٨/٩/٧

جملة المبلغ = م(١+ ع ت)

$$= ٩٦٥٠ (١ + \frac{١١٢}{١٠٠٠} \times \frac{٦٠}{٣٦٠}) = ٩٨٣٠,١٣ \text{ جنيه}$$

الحـل (١-١٣)

$$\text{حـ} = ٣٠٠٠ ، ع = ؟ ، ت = \frac{٨}{١٢} ، م = ٢٧٥٠$$

وبما أن:

حـ = م (١ + ع ت)

٣٠٠٠ = ٢٧٥٠ (١ + $\frac{٨}{١٢}$ ع) ←

٣٠٠٠ - ٢٧٥٠ = $\frac{٢٧٥٠ \times ٨}{١٢}$ ع ←

٢٥٠ = $\frac{٢٧٥ \times ٨}{١٢}$ ع ←

ع = $\frac{٢٥٠ \times ١٢}{٢٧٥٠ \times ٨}$ = ٠,١٣٦٤ = ١٣,٦٤%

الحـل (١-١٤)

م = ٥٠٠٠ ، ع = ١٥% ، ت = $\frac{٦}{١٢}$

ف = م × ع × ت = ٥٠٠٠ × $\frac{١٥}{١٠٠}$ × $\frac{٦}{١٢}$ = ٣٧٥ جنيه

حـ = ٥٠٠٠ + ٣٧٥ = ٥٣٧٥ جنيه

حل تمرينات (٢-٦) صفحة "٨٤"

حـل (٢-١) :

١- بما أن : (ق.س) = ٦٨٥٠ ، ع = ١٥% ، ت = $\frac{٧}{١٢}$

بما أن القيمة الحاليه الصحيحة (ق.ح.ص) = $\frac{(س.ق)}{١+ ع ت}$

←

(ق.ح.ص) = $\frac{٦٨٥٠}{١+\frac{١٥}{١٠٠}\times\frac{٧}{١٢}}$ = $\frac{٦٨٥٠}{١+ ,٠٨٨}$ = ٦٢٩٥,٩٦ جنيه (١)

وبما أن :

القيمة الأسمية (ق.س) =

القيمة الحاليه الصحيحة (ق.ح.ص) + الخصم الصحيح (خ.ص)

٦٨٥٠ = ٦٢٩٥,٩٦ + (خ.ص) ←

(خ.ص) = ٦٨٥٠ - ٦٢٩٥,٩٦ = ٥٥٤,٠٤ جنيه (٢)

٢- بما أن :

الخصم التجارى (خ.ت) = القيمة الأسمية (ق.س) × معدل الخصم (ع) × مدة الخصم (ت)

←

(خ.ت) = ٦٨٥٠ × $\frac{١٥}{١٠٠}$ × $\frac{٧}{١٢}$ = ٥٩٩,٣٨ جنيه (٣)

وبما أن :

القيمة الحالية التجارة (ق.ح.ت) =

القيمة الأسمية (ق.س) - الخصم التجارى (خ.ت)

←

(ق.ح.ت) = ٦٨٥٠ - ٥٩٩,٣٨ = ٦٢٥٠,٦٢ جنيه (٤)

حل (٢-٢) :

بما أن (ق.س) = ٢١٠٠ جنيه ، ع = $\frac{١٣}{١٠٠}$ ، ت = $\frac{٥}{١٢}$

١- (ق.ح.ص) = $\frac{(س.ق)}{١ + ع \times ت}$ = $\frac{٢١٠٠}{١ + \frac{١٣}{١٠٠} \times \frac{٥}{١٢}}$

= $\frac{٢١٠٠}{١ + ,٠٥٤}$ = $\frac{٢١٠٠}{١,٠٥٤}$ = ١٩٩٢,٤١ جنيه (١)

وبما أن :

(خ.ص) = (ق.س) - (ق.ح.ص)

= ٢١٠٠ - ١٩٩٢,٤١ = ١٠٧,٥٩ جنيه (٢)

٢- وبما أن :

(خ . ت) = (ق.س) × ع × ت ←

= ٢١٠٠ × $\frac{١٣}{١٠٠}$ × $\frac{٥}{١٢}$ = ١١٣,٧٥ جنيه (٣)

وبما أن : (ق.ح.ت) = (ق.س) - (خ.ت) ←

= ٢١٠٠ - ١١٣,٧٥ = ١٩٨٦,٢٥ جنيه (٤)

من المعادلتين (٢) ، (٣) نجد أن : قيمـة الخصـم الصحيـح (١٠٧,٥٩) أقل من قيمة الخصم التجارى (١١٣,٧٥).

كذلك من المعـادلتين (١) ، (٤) نجد أن : القيمـة الحاليـه (١٩٩٢,٤١) أكبر من القيمة الحاليه التجارية (١٩٨٦,٢٥).

حـل (٢-٣) :

(ق.س) = ٧٥٠٠ ، ت = $\frac{١٣}{١٠٠}$ ، (خ.ص) = ٥٠٠ جنيه

(ق.ح.ص) = (ق.س) - (خ.ص)

= ٧٥٠٠ - ٥٠٠ = ٧٠٠٠ جنيه

وبما أن :

(ق.ح.ص) = $\frac{(\text{س.ق})}{١ + ع \times ت}$ ←

٧٠٠٠ = $\frac{٧٥٠٠}{١ + ع \times \frac{٣}{١٢}}$ ←

٧٠٠٠ (١+٠,٢٥ع) = ٧٥٠٠ ←

٧٠٠٠ × ٠,٢٥ ع = ٥٠ ←

ع = $\frac{٥٠٠}{٧٠٠٠ \times ,٢٥}$ = ٠,٢٨٥٧ = ٢٨,٥٧%

٢- (خ.ت) = (ق.س) × ع × ت

= ٧٥٠٠ × ٠,٢٨٥٧ × ٣/١٢

= ٥٣٥,٦٩ جنيه

وبما أن :

(ق.ح.ت) = (ق.س) - (خ.ت)

= ٧٥٠٠ - ٥٣٥,٦٩ = ٦٩٦٤,٣١ جنيه

حـل (٢-٤) :

بما أن : (ق.س) = ٨٩٠٠ ، ع = ١٥/١٠٠ ، (ق.ح.ت) = ٨٠٠٠

حيث :

(ق.ح.ت) = (ق.س) - (خ.ت) ←

٨٠٠٠ = ٨٩٠٠ - (خ.ت) ←

(خ.ت) = ٨٩٠٠ - ٨٠٠٠ = ٩٠٠ جنيه

وبما أن :

(خ.ت) = (ق.س) × ع × ت

٩٠٠ = ٨٩٠٠ × ١٥/١٠٠ × ت ←

ت = (٩٠٠ × ١٠٠) / (٨٩٠٠ × ١٥) = ٠,٦٧٤١٦ سنه

= ٠,٦٧٤١٦ × ٣٦٠ ≃ ٢٤٣ يوم

٣٤٠

حـل (٢-٥) :

بما أن (خ.ت) - (خ.ص) = ٥٦

$$\text{ع} = ١٥\% \text{ ، ت} = \frac{١٢٠}{٣٦٠}$$

بما أن :

٢- $(\text{خ.ت}) - (\text{خ.ص}) = (\text{خ.ص}) \times \text{ع} \times \text{ت}$

$$٥٦ = (\text{خ.ص}) \times \frac{١٥}{١٠٠} \times \frac{١٢٠}{٣٦٠}$$

$\leftarrow$

$$(\text{خ.ص}) = \frac{٥٦ \times ١٠٠ \times ٣٦٠}{١٥ \times ١٢٠} = ١١٢٠ \text{ جنيه}$$

وبما أن :

$$(\text{خ.ص}) = \frac{(\text{ت.خ})}{١ + \text{ع} \times \text{ت}} \quad \leftarrow$$

$$١١٢٠ = \frac{(\text{ت.خ})}{١ + \frac{١٥}{١٠٠} \times \frac{١٢٠}{٣٦٠}} \quad \leftarrow$$

$$(\text{خ.ت}) = ١١٢٠ \; (١ + ٠,٠٥) = ١١٧٦ \text{ جنيه}$$

٣- بما أن :

$$(\text{ق.س}) = \frac{(\text{ت.خ}) \times (\text{ص.خ})}{(\text{ت.خ}) - (\text{ص.خ})}$$

$$= \frac{١١٧٦ \times ١١٢٠}{٥٦} = ٢٣٥٢٠ \text{ جنيه.}$$

حـــل (٢-٦) :

$$\text{(ق.س)} = ٩٢٠٠ \text{ ، ع} = \frac{١٢}{١٠٠} \text{ ، ت} = \frac{٦٠}{٣٦٠}$$

$$\text{معدل العمولة} = \frac{٥}{١٠٠٠} \text{ ، معدل مصاريف التحصيل} = \frac{٢}{١٠٠٠}$$

١- بما أن

مصاريف القطع = الخصم التجارى + عمولة البنك + مصاريف التحصيل (١)

حيث :

الخصم التجارى = (ق.س) × ع × ت

$$= ٩٢٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} \times \frac{٦٠}{٣٦٠} = ١٨٤ \text{ جنيه} \qquad (٢)$$

عمولـة البنـك = (ق.س) × معدل العمولة

$$= ٩٢٠٠ \times \frac{٥}{١٠٠٠} = ٤٦,٠ \text{ جنيه} \qquad (٣)$$

مصاريف التحصيل= (ق.س) × معدل التحصيل

$$= ٩٢٠٠ \times \frac{٢}{١٠٠٠} = ١٨,٤ \text{ جنيه} \qquad (٤)$$

بالتعويض فى (١) بـ (٢) ، (٣) ، (٤) نجد أن:

مصاريف القطع = ١٨٤ + ٤٦ + ١٨,٤ = ٢٤٨,٤ جنيه

٢- وبما أن : صافى القطع = القيمة الأسمية - مصاريف القطع

= ٩٢٠٠ - ٢٤٨,٤ = ٨٩٥١,٦ جنيه

حــل (٢-٧) :

بما أن صافى القطع = ٥٠٠٠ ، معدل الخصم ١٢% ، مدة الخصم = $\frac{١}{١٢}$ ،

ومعدل العمولة = $\frac{٦}{١٠٠٠}$ ، معدل مصاريف تحصيل = $\frac{٥}{١٠٠٠}$

١- بما أن الخصم = (ق.س) × ع × ت

= (ق.س) × $\frac{١٢}{١٠٠}$ × $\frac{١}{١٢}$ × $\frac{(ق.س)}{١٠٠}$ (١)

عمولة البنك = (ق.س) × $\frac{٦}{١٠٠٠}$ = $\frac{٦ \ (ق.س)}{١٠٠٠}$ (٢)

مصاريف التحصيل= (ق.س) × $\frac{٥}{١٠٠٠}$ = $\frac{٥ \ (ق.س)}{١٠٠٠}$ (٣)

من (١) - (٣) نجد أن :

مصاريف القطع = $\frac{(ق.س)}{١٠٠}$ + $\frac{٦ \ (ق.س)}{١٠٠٠}$ + $\frac{٥ \ (ق.س)}{١٠٠٠}$

= $\frac{٢١ \ (ق.س)}{١٠٠٠}$ (٤)

وبما أن :

صافى القطع = (ق.س) - مصاريف القطع

٥٠٠٠ = (ق.س) - $\frac{\text{٢١ (ق.س)}}{\text{١٠٠٠}}$ ←

٥٠٠٠ = $\frac{\text{١٠٠٠ (ق.س)} - \text{٢١ (ق.س)}}{\text{١٠٠٠}}$

٥٠٠٠ = $\frac{\text{(ق.س)(١٠٠٠ - ٢١)}}{\text{١٠٠٠}} = \frac{\text{٩٧٩ (ق.س)}}{\text{١٠٠٠}}$ ←

(ق.س) = $\frac{\text{٥٠٠٠} \times \text{١٠٠٠}}{\text{٩٧٩}}$ = ٥١٠٧,٢٥ جنيه ←

مصاريف القطع = $\frac{\text{٢١}}{\text{١٠٠٠}}$ × (٥١٠٧,٢٥) = ١٠٧,٢٥ جنيه

٢- بما أن :

معدل الخصم الأجمالى السنوى = $\frac{\text{مصاريف القطع} \times \text{١٢}}{\text{القيمة الأسمية} \times \text{مدة الخصم بالشهور}}$

= $\frac{\text{١٠٧,٢٥} \times \text{١٢}}{\text{٥١٠٧,٢٥} \times \text{١}}$ = ٠,٢٥٢

= ٢٥,٢ %

حـل (٢-٨) :

الخصم التجارى = (ق.س) × ع × ت

= ٤٥٣٠٠ × $\frac{\text{١٤}}{\text{١٠٠}}$ × ت

= ٦٣٤٢ ت (١)

عمولة البنك = ٤٥٣٠٠ × $\frac{٥}{١٠٠٠}$ = ٢٢٦,٥ جنيه (٢)

مصاريف التحصيل= ٤٥٣٠٠× $\frac{٣}{١٠٠٠}$ =١٣٥,٩ جنيه (٣)

من (١) - (٣) نجد أن :

مصاريف القطع = ٦٣٤٢ ت + ٢٢٦,٥ + ١٣٥,٩

= ٦٣٤٢ ت + ٣٦٢,٤ (٤)

وبما أن صافى القطع = القيمة الأسمية - مصاريف القطع

٤٤٢٠ = ٤٥٣٠٠ - ٦٣٤٢ ت - ٣٦٢,٤

←

٦٣٤٢ = ٤٥٣٠٠ - ٤٤٢٠٠ - ٣٦٢,٤

= ١١٠٠ - ٣٦٢,٤ = ٧٣٧,٦ ←

ت = $\frac{٧٣٧,٦}{٦٣٤٢}$ = ٠,١١٦٣ سنه ← (٥)

ت = ٠,١١٦٣ × ٣٦٠ = ٤٢ يوم (٦)

وبما أن تاريخ القطع هو ١٩٩٩/٥/٢٥ فنجد من ملحق (٣) أن المسلسل المناظر لتاريخ الاستقطاع هو ١٤٥ وبإضافة مدة الخصم نجد أن المسلسل المناظر لتاريخ الاستحقاق = ١٤٥ + ٤٢ = ١٨٧

ومن ملحق (٣) أيضا نجد أن التاريخ المناظر للمسلسل ١٨٧ هو ٦/٧/ ١٩٩٩.

٤٢٥

٢- بالتعويض فى (٤) بـ (٥) نجد أن :

مصاريف القطع = ٦٣٤٢ × ٠,١١٦٣ + ٣٦٢,٤

= ١٠٩٩,٨ جنيه

وبما أن :

$$\text{معدل الخصم الاجمالى} = \frac{\text{مصاريف القطع} \times ٣٦٠}{\text{القيمة الأسمية} \times \text{مدة الخصم}}$$

$$= \frac{١٠٩٩,٨ \times ٣٦٠}{٤٥٣٠٠ \times ٤٢} = ٠,٢٠٨١ = ٢٠,٨١\%$$

حــل (٩-٢) :

(خ.ص) = ٧٠٠ ، ع = ١٤% ، ت = ٢

بما أن :

(خ.ت) = (خ.ص) (١+ ع ت) ←

$$\text{خ . ت} = ٧٠٠ \left(١ + \frac{١٤}{١٠٠} \times \frac{٢}{١٢}\right) = ٧١٦,٣٣ \text{ جنيه}$$

بما أن :

(خ.ت) = (ق.س) × ع × ت ←

$$٧١٦,٣٣ = (\text{ق.س}) \times \frac{١٤}{١٠٠} \times \frac{٢}{١٢} \leftarrow$$

٧١٦,٣٣ = ٠,٠٢٣٣ (ق.س) ←

$$(\text{ق.س}) = \frac{٧١٦,٣٣}{,٠٢٣٣} = ٣٠٧٤٣,٧٨ \text{ جنيه}$$

حـل (٢-١٠) :

بما أن : صافى القطع = القيمة الأسميه - مصاريف القطع

٥٨٠٠٠ = (ق.س) - ٥٠٠ ←

(ق . س) = ٥٨٠٠٠ + ٥٠٠ = ٦٣٠٠٠ جنيه (١)

وبما أن :

مصاريف القطع = الخصم التجارى + العمولة + مصاريف التحصيل

الخصم التجارى = (ق.س) × ع × ت

= ٦٣٠٠٠ × ع × ٣/١٢ = ١٥,٧٥ ع (٢)

العمولة = ٦٣٠٠٠ × ٣/١٠٠٠ = ١٨,٩ جنيه (٣)

١- مصاريف التحصيل= ٦٣٠٠٠ × م/١٠٠٠ ←

٢١ = ٦٣٠٠٠ × م/١٠٠٠ ←

م = (٢١ × ١٠٠٠)/٦٣٠٠٠ = ٠٣,٣٪ (٤)

٢- ٥٠٠ = ١٥,٧٥ ع + ١٨,٩ + ٢١ ←

١٥,٧٥ ع = ٥٠٠ - ١٨,٩ - ٢١ = ٤٦٠,١

←

ع = ٤٦٠,١/١٥,٧٥ = ٢٩,٢١٪ سنويا

٣- معدل الخصم الاجمالى = $\frac{\text{مصاريف القطع} \times ١٢}{\text{القيمة الأسمية} \times ٣}$

$= \frac{١٢ \times ٥٠٠}{٣ \times ٦٣٠٠} = ٠,٣١٧٥$

= ٣١,٧٥ % سنويا

حـل (٢-١١) :

١- بالنسبة للورقة الأولي :

مدة الخصم التجارى = ٢٢٩ - ١٢٧ = ١٠٢ يوم

الخصم التجارى = (ق . س) × ع × ت

$= ١٧٠٠ \times \frac{١٥}{١٠٠} \times \frac{١٠٢}{٦٣٠} =$ ٧٢,٢٥ جنيه

عمولة البنك $= ١٧٠٠ \times \frac{١٥}{١٠٠٠} =$ ٨,٥ جنيه

مصاريف التحصيل $= ١٧٠٠ \times \frac{٢}{١٠٠٠} =$ ٣,٤ جنيه

وبما أن مصاريف التحصيل ٣,٤ أقل من ٥ جنيه بالتالى تعتبر مصاريف التحصيل ٥ جنيه.

وبالتالى فأن :

مصاريف القطع = ٧٢,٢٥ + ٨,٥ + ٥ = ٨٥,٧٥ جنيه (١)

صافى قطع الكمية الاولى = ١٧٠٠ - ٨٥,٧٥ = ١٧١٤,٢٥ جنيه (٢)

٢- بالنسبة للورقة الثانية :

مدة الخصم = ٣٥٢ - ١٢٧ = ٢٢٥ يوم

الخصم التجارى = ٤٣٠٠ × $\frac{١٥}{١٠٠} \times \frac{٢٢٥}{٦٣٠}$ = ٤٠٣,١٣ جنيه

عمولة البنك = ٤٣٠٠ × $\frac{٥}{١٠٠٠}$ = ٢١,٥ جنيه

مصاريف التحصيل = ٤٣٠٠ × $\frac{٢}{١٠٠٠}$ = ٨,٦ جنيه

مصاريف القطع = ٤٠٣,١٣ + ٢١,٥ + ٨,٦٠ = ٤٣٣,٢٥ جنيه (٣)

صافى القطع = ٤٣٠٠ - ٤٣٣,٢٣ = ٣٨٦٦,٧٧ جنيه (٤)

٣- بالنسبة للورقة الثالثة :

مدة الخصم = ٣٣٥ - ١٢٧ = ٢٠٨ يوم

الخصم التجارى = ٦٩٠٠ × $\frac{١٥}{١٠٠} \times \frac{٢٠٨}{٦٣٠}$ = ٥٩٨ جنيه

عمولة البنك = ٦٩٠٠ × $\frac{٥}{١٠٠٠}$ = ٣٤,٥ جنيه

مصاريف التحصيل= ٦٩٠٠ × $\frac{٢}{١٠٠٠}$ = ١٣,٨ جنيه

مصاريف القطع = ٥٩٨ + ٣٤,٥ + ١٣,٨ = ٦٤٦,٣ جنيه (٥)

صافى القطع = ٦٩٠٠ - ٦٤٦,٣ = ٦٢٥٣,٧ جنيه (٦)

من (١) ، (٣) ، (٥) نجد أن :

إجمالي مصاريف القطع = ٨٥,٧٥ + ٤٣٣,٢٥ + ٦٤٦,٣٠

= ١١٦٥,٢٨ جنيه

كذلك من (٢) ، (٤) ، (٦) نجد أن :

إجمالي مصاريف القطع = ١٧١٤,٢٥ + ٣٨٦٦,٧٧ + ٦٢٥٣,٧٠

= ١١٨٣٤,٧٢

معدل الخصم الاجمالى للورقة الاولى = $\frac{٨٥,٧٥ \times ٣٦٠}{١٧٠٠ \times ١٠٢}$ = ٠,١٧٨

= ١٧,٨ %

- معدل الخصم الاجمالى للورقة الثانية = $\frac{٤٣٣,٢٣ \times ٣٦٠}{٤٣٠٠ \times ٢٢٥}$ =٠,١٦١٢

= ١٦,١٢ %

- معدل الخصم الاجمالى للورقة الثالثة = $\frac{٦٤٦,٣ \times ٣٦٠}{٦٩٠٠ \times ٢٠٨}$ =٠,١٦٢١

= ١٦,٢١%

حلول تمرينات (٣-٤) صفحة "١١٠"

حل (٣-١):

د = ٧٥٠٠ جنيه ، ع = ٠,١١٥ ، ل = $\frac{١}{٢ \times ١٢} = \frac{١}{٢٤}$ ، ن = $\frac{٤}{١٢}$

ك = ٤ × ٢ = ٨ دفعات

١- جملة الدفعات = ج ك [١ + $\frac{ع}{٢}$ (ن - ل)]

= ٧٥٠٠ × ٨ [١ + $\frac{٠,١١٥}{٢}$ ($\frac{٤}{١٢}$ - $\frac{١}{٢٤}$)]

= ٦٠٠٠٠ [١ + ٠,٠٥٧٥ ($\frac{٧}{٢٤}$)]

= ٦١٠٠٦,٢٥ جنيه

مجموع فوائد الدفعات = د ع ل [$\frac{ك}{٢}$ (ك - ١)]

= د ع $\frac{ك}{٢}$ (ن - ل)

= ٧٥٠٠ × ٠,١١٥ × $\frac{٨}{٢}$ ($\frac{٤}{١٢}$ - $\frac{١}{٢٤}$)

= ١٠٠٦,٢٥ جنيه

٢- بما أن توقفت الدفعات مدة ٦ شهور أى ت = $\frac{٦}{١٢}$

وبالتالى فإن جملة الدفعات المتوقفة = د ك [١ + $\frac{ع}{٢}$ (ن - ل + ٢ ت)

$$= ٧٥٠٠ \times ٨ \left[١ + \frac{٠,١١٥}{٢} \left(\frac{٤}{١٢} - \frac{١}{٢٤} + \frac{٢ \times ٦}{١٢} \right) \right]$$

= ٦٤٤٥٦,٢٥ جنيه (١)

وبما أن جملة المبالغ المودعة = د ك = ٧٥٠٠ × ٨ = ٦٠٠٠٠ (٢)

من (١) ، (٢) نجد أن:

جملة الفوائد = ٦٤٤٥٦,٢٥ - ٦٠٠٠٠

= ٤٤٥٦,٢٥ جنيه

حل (٣-٢):

د = ٥٦٠ جنيه ، ل = $\frac{١٠}{٣٦٠}$ ، ن = $\frac{١٠٠}{٣٦٠}$ ، ع = ٠,١٢٥ ،

ك = $\frac{١٠٠}{١٠}$ = ١٠

١- بما أن الدفعات دفعات فورية بالتالى:

جملة الدفعات = د ك $\left[١ + \frac{ع}{٢} (ن + ل) \right]$

$$= ٥٦٠ \times ١٠ \left[١ + \frac{٠,١٢٥}{٢} \left(\frac{١٠٠}{٣٦٠} - \frac{١٠}{٣٦٠} \right) \right]$$

= ٥٦٠٠ [١ + ٠,٠١٩٠٩٧] = ٥٧٠٦,٩٤ جنيه

مجموع الفوائد = د ع ل $\left[\frac{ك}{٢} (١ + ك) \right]$

$$= ٥٦٠ \times ٠,١٢٥ \times \frac{١٠}{٣٦٠} \left[\frac{١٠}{٢} (١ + ١٠) \right]$$

= ١٠٦,٩٤ جنيه

حل (٣-٣):

الدفعات دفعات فورية بحيث :

حـ = ١٠٠٠٠٠ جنيه ، د = س ، ع = ٠,١٢ ، ك = ٦ ،

$$\text{ن} = \frac{٦}{١٢} \text{ ، ل} = \frac{١}{١٢}$$

$$\text{حـ} = \text{د ك} \left[١ + \frac{\text{ع}}{٢} (\text{ن} + \text{ل}) \right]$$

$$١٠٠٠٠٠ = \text{س} \times ٦ \left[١ + \frac{٠,١٢}{٢} \left(\frac{٦}{١٢} - \frac{١}{١٢}\right) \right]$$

$$= ٦ \text{ س} \left[١ + ٠,٠٦ \left(\frac{٧}{١٢}\right)\right] = ٦,٢١ \text{ س}$$

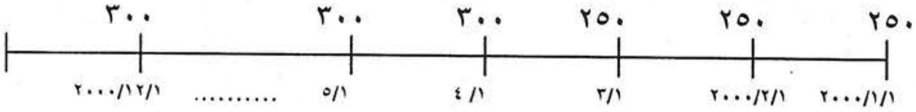
←

$$\text{س} = \frac{١٠٠٠٠٠}{٦,٢١} = ١٦١٠٣,٠٦ \text{ جنيه}$$

جملة الفوائد = حـ - د ك

= ١٠٠,٠٠٠ - ١٦١٠٣,٠٦ = ٣٣٨١,٦٤ جنيه

حل (٣-٤):



١- **فى الثلاثة شهور الاولى:**

وتعتبر هذه الدفعات دفعات متوقفة من ١/١ - الى ٢٠٠٠/١٢/٣١

٣٥٣

جملة الدفعات فى ٢٠٠٠/١٢/٣١ = د ك [١ + $\frac{ع}{٢}$ (ن + ل+ ٢ت)]

= ٢٥٠ × ٣ [١ + $\frac{٠,٠٨}{٢}$ ($\frac{٣}{١٢}$ ++ $\frac{١}{١٢}$ + $\frac{١٨}{١٢}$)]

= ٧٥٠ [١ + ٠,٠٤ ($\frac{٢٢}{١٢}$)]

= ٧٥٠ (١,٠٧٣٣٣) = ٨٠٥ جنيه (١)

٢- فى باقى شهور السنة:

جملة الدفعات من ٢٠٠٠/٤/١ الى ٢٠٠٠/١٢/٣١

= حـ٢ = د ك [١ + $\frac{ع}{٢}$ (ن + ل)]

= ٣٠٠×٩ [١ + $\frac{٠,٠٨}{٢}$ ($\frac{٩}{١٢}$ + $\frac{١}{١٢}$)]

= ٢٧٠٠ [١ + ٠,٠٤ ($\frac{١٠}{١٢}$)= ٢٧٩٠ جنيه (٢)

من (١)، (٢) نجد أن جملة الايداعات فى ٢٠٠٠/١٢/٣١

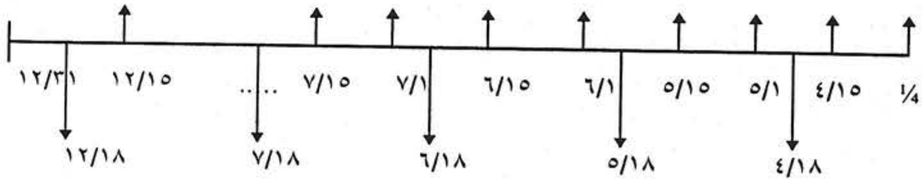
= حـ١ + حـ٢ = ٨٠٥ + ٢٧٩٠

= ٣٥٩٥ جنيه

جملة الفوائد = (حـ١+ حـ٢) = (٢٥٠×٣ + ٣٠٠×٩)

= ٣٥٩٥ - (٧٥٠ + ٢٧٠٠) = ١٤٥ جنيه

حل (٣-٥):



بما أن صافى المستحق للجميع = جملة الايداعات - جملة المسحوبات

أولا: جملة الايداعات:

تعتبر الايداعات دفعات فورية عددها ك حيث:

ك = ٩×٢ = ١٨ دفعة

فترة الدفعة = ل = $\frac{١}{١٢ \times ٢}$ = $\frac{١}{٢٤}$ ، مدة الدفعات = ن = $\frac{٩}{١٢}$

جملة الايداعات = حـ١ = د ك [١ + $\frac{ع}{٢}$ (ن + ل)]

= ٤٧٠٠×١٨ [١ + $\frac{٠,١٥}{٢}$ ($\frac{٩}{١٢}$ + $\frac{١}{٢٤}$)]

= ٨٤٦٠٠ [١,٠٥٩٣٧٥] = ٨٩٦٢٣,١٢٥ جنيه (١)

ثانيا: جملة المسحوبات:

تعتبر المسحوبات دفعات فورية ايضا عددها يساوى ك حيث ك =٩ دفعات ، فترة الدفعة = ل = $\frac{١}{١٢}$، ومدة الدفعات = ن = $\frac{٩}{١٢}$، وبالتالى فإن:

جملة المسحوبات = $ح_٢$ = د ك [١ + $\frac{ع}{٢}$ (ن + ل)]

= ٢٥٠٠ × ٩ [١ + $\frac{٠,١٥}{٢}$ ($\frac{٩}{١٢}$ + $\frac{١}{١٢}$)]

= ٢٢٥٠٠ [١,٠٦٢٥] = ٢٣٩٠٦,٢٥ جنيه (٢)

من (١) ، (٢) نجد أن:

صافى المستحق للجمعية = $ح_١$ - $ح_٢$

= ٨٩٦٢٣,١٢٥ - ٢٣٩٠٦,٢٥

= ٦٥٧١٦,٨٧٥ جنيه

حل (٣-٦):

إذا فرضنا أن مبلغ الدفعة د = س ، وفترة الدفعة ل = $\frac{١}{١٢}$ ، مدة الدفعات = ن= $\frac{١٢}{١٢}$ عدد الدفعات = ك = ١٢ ، جملة الدفعات = ح = ١٠٠٠٠ جنيه. وبما أن الدفعات عادية ، بالتالى فإن:

جملة الدفعات = د ك [١ + $\frac{ع}{٢}$ (ن + ل)] ←

١٠٠٠٠ = س × ١٢ [١ + $\frac{٠,١٧}{٢}$ ($\frac{١٢}{١٢}$ + $\frac{١}{١٢}$)]

١٠٠٠٠ = ١٢ س [١,٠٧٧٩١٦٧] = ١٢,٩٣٥ س

س = $\frac{١٠٠٠٠}{١٢,٩٣٥}$ = ٧٧٣,٠٩٦ جنيه

جملة الفوائد ١٠٠٠٠ - (٧٧٣,٠٩٦ × ١٢)

= ١٠٠٠٠ - ٩٢٧٧,١٥٥ = ٧٢٢,٨٥ جنيه

حلول تمرينات (٤-٤) صفحة "١٤١"

حل (٤-١):

$م = ١٨٠ ٠٠٠$ ، $ع = ٠,١٨$

١- عدد الأقساط = ك = ١٢ قسط

$$\text{فترة القسط} = ت = \frac{ن}{ك} = \frac{١}{١٢} = \frac{١}{١٢} \text{ سنه}$$

٢- $$\text{مبلغ القسط من أصل القرض} = \frac{م}{ك} = \frac{١٨٠ ٠٠٠}{١٢} = ١٥٠٠٠ \text{ جنيه}$$

وبما أن الأقساط تدفع فى نهاية فترة كل قسط بالتالى فإنه يمكن حساب الفائدة المدفوعة على رصيد القرض مع كل قسط من المعادلة (٤-١٧) على النحو التالى:

$$ف_ر = \frac{م}{ك} \times ع \times ت \, [ك - (ر - ١)] \quad \text{، ر} = ١، ٢، ...، ١٢$$

$$س_ر = \frac{م}{ك} \, [١ + ع \, ت \, [ك - (ر - ١)]]$$

$$ف_١ = \frac{١٨٠ ٠٠٠}{١٢} \times ٠,١٨ \times \frac{١}{١٢} [١٢ - (١-١)] = ٢٧٠٠ \text{ جنيه}$$

$$ف_٢ = \frac{١٨٠ ٠٠٠}{١٢} \times ٠,١٨ \times \frac{١}{١٢} [١٢ - (٢-١)] = ٢٤٧٥ \text{ جنيه}$$

$$ف_٣ = \frac{١٨٠ ٠٠٠}{١٢} \times ٠,١٨ \times \frac{١}{١٢} [١٢ - (٣-١)] = ٢٢٥٠ \text{ جنيه}$$

$$\text{ف}_{٤} = \frac{\text{١٨٠ ٠٠٠}}{\text{١٢}} \times \text{٠,١٨} \times \frac{\text{١}}{\text{١٢}}[\text{١٢} - (\text{٤}-\text{١})] = \text{٢٠٢٥ جنيه}$$

$$\text{ف}_{٥} = \frac{\text{١٨٠ ٠٠٠}}{\text{١٢}} \times \text{٠,١٨} \times \frac{\text{١}}{\text{١٢}}[\text{١٢} - (\text{٥}-\text{١})] = \text{١٨٠٠ جنيه}$$

$$\text{ف}_{٦} = \frac{\text{١٨٠ ٠٠٠}}{\text{١٢}} \times \text{٠,١٨} \times \frac{\text{١}}{\text{١٢}}[\text{١٢} - (\text{٦}-\text{١})] = \text{١٥٧٥ جنيه}$$

$$\text{ف}_{٧} = \frac{\text{١٨٠ ٠٠٠}}{\text{١٢}} \times \text{٠,١٨} \times \frac{\text{١}}{\text{١٢}}[\text{١٢} - (\text{٧}-\text{١})] = \text{١٣٥٠ جنيه}$$

$$\text{ف}_{٨} = \frac{\text{١٨٠ ٠٠٠}}{\text{١٢}} \times \text{٠,١٨} \times \frac{\text{١}}{\text{١٢}}[\text{١٢} - (\text{٨}-\text{١})] = \text{١١٢٥ جنيه}$$

$$\text{ف}_{٩} = \frac{\text{١٨٠,٠٠٠}}{\text{١٢}} \times \text{٠,١٨} \times \frac{\text{١}}{\text{١٢}}[\text{١٢} - (\text{٩}-\text{١})] = \text{٩٠٠ جنيه}$$

$$\text{ف}_{١٠} = \frac{\text{١٨٠ ٠٠٠}}{\text{١٢}} \times \text{٠,١٨} \times \frac{\text{١}}{\text{١٢}}[\text{١٢} - (\text{١٠}-\text{١})] = \text{٦٧٥ جنيه}$$

$$\text{ف}_{١١} = \frac{\text{١٨٠ ٠٠٠}}{\text{١٢}} \times \text{٠,١٨} \times \frac{\text{١}}{\text{١٢}}[\text{١٢} - (\text{١١}-\text{١})] = \text{٤٥٠ جنيه}$$

$$\text{ف}_{١٢} = \frac{\text{١٨٠ ٠٠٠}}{\text{١٢}} \times \text{٠,١٨} \times \frac{\text{١}}{\text{١٢}}[\text{١٢} - (\text{١٢}-\text{١})] = \text{٢٢٥ جنيه}$$

٤- من المعادلة (٤-١٨) يمكن حساب جملة كل قسط ($\text{س}_{\text{ر}}$) على النحو التالى:

$$\text{س}_{\text{ر}} = \frac{\text{م}}{\text{ك}}\{\text{١} + \text{ع ت}[\text{ك} - (\text{ر}-\text{١})]\} \leftarrow$$

$$\text{س}_{١} = \frac{\text{١٨٠ ٠٠٠}}{\text{١٢}}\{\text{١} + \text{٠,١٨} \times \frac{\text{١}}{\text{١٢}}[\text{١٢} - (\text{١}-\text{١})]\} = \text{١٧٧٠٠ جنيه}$$

$$\text{س}_{٢} = \frac{١٨٠\ ٠٠٠}{١٢}\{١+٠,١٨\times\frac{١}{١٢}[١٢-(٢-١)]\}=$$ ١٧٤٧٥ جنيه

$$\text{س}_{٣} = \frac{١٨٠\ ٠٠٠}{١٢}\{١+٠,١٨\times\frac{١}{١٢}[١٢-(٣-١)]\}=$$ ١٧٢٥٠ جنيه

$$\text{س}_{٤} = \frac{١٨٠\ ٠٠٠}{١٢}\{١+٠,١٨\times\frac{١}{١٢}[١٢-(٤-١)]\}=$$ ١٧٠٢٥ جنيه

$$\text{س}_{٥} = \frac{١٨٠\ ٠٠٠}{١٢}\{١+٠,١٨\times\frac{١}{١٢}[١٢-(٥-١)]\}=$$ ١٦٨٠٠ جنيه

$$\text{س}_{٦} = \frac{١٨٠\ ٠٠٠}{١٢}\{١+٠,١٨\times\frac{١}{١٢}[١٢-(٦-١)]\}=$$ ١٦٥٧٥ جنيه

$$\text{س}_{٧} = \frac{١٨٠\ ٠٠٠}{١٢}\{١+٠,١٨\times\frac{١}{١٢}[١٢-(٧-١)]\}=$$ ١٦٣٥٠ جنيه

$$\text{س}_{٨} = \frac{١٨٠\ ٠٠٠}{١٢}\{١+٠,١٨\times\frac{١}{١٢}[١٢-(٨-١)]\}=$$ ١٦١٢٥ جنيه

$$\text{س}_{٩} = \frac{١٨٠\ ٠٠٠}{١٢}\{١+٠,١٨\times\frac{١}{١٢}[١٢-(٩-١)]\}=$$ ١٥٩٠٠ جنيه

$$\text{س}_{١٠} = \frac{١٨٠\ ٠٠٠}{١٢}\{١+٠,١٨\times\frac{١}{١٢}[١٢-(١٠-١)]\}=$$ ١٥٦٧٥ جنيه

$$\text{س}_{١١} = \frac{١٨٠\ ٠٠٠}{١٢}\{١+٠,١٨\times\frac{١}{١٢}[١٢-(١١-١)]\}=$$ ١٥٤٥٠ جنيه

$$\text{س}_{١٢} = \frac{١٨٠\ ٠٠٠}{١٢}\{١+٠,١٨\times\frac{١}{١٢}[١٢-(١٢-١)]\}=$$ ١٥٢٢٥ جنيه

حل (٤-٢):

بما أن القسط الأول يكون فى بداية فترة القسط حيث م = ٢٠٠٠ جنيه ، ن = ٢ ، ك = ٤ بالتالى فإن:

١- مبلغ القسط من الأصل = ك = $\frac{٢٠٠٠}{٤}$ = ٥٠٠ جنيه

٢- فترة القسط = ت = $\frac{ن}{ك}$ = $\frac{٢}{٤}$ = $\frac{١}{٢}$ سنة

٣- من المعادلة (٤-٢٠) نجد أن:

ف١ = صفر

$ف_ر = \frac{م}{ك} \times ع \times ت$ [ك - (ر-١)] ، ر = ٢، ٣، ٤

$ف_٢ = \frac{٢٠٠٠}{٤} \times ٠,٢٥ \times \frac{١}{٢}$ [٤ - (٢-١)] = ١٨٧,٥ جنيه

$ف_٣ = \frac{٢٠٠٠}{٤} \times ٠,٢٥ \times \frac{١}{٢}$ [٤ - (٣-١)] = ١٢٥ جنيه

$ف_٤ = \frac{٢٠٠٠}{٤} \times ٠,٢٥ \times \frac{١}{٢}$ [٤ - (٤-١)] = ٦٢,٥ جنيه

٤- من المعادلة (٤-١) نجد أن:

$س_١ = \frac{م}{ك} = \frac{٢٠٠٠}{٤}$ = ٥٠٠ جنيه

كذلك من المعادلة (٤-٢٢) نجد أن:

$س_ر = \frac{م}{ك}$ { ١+ ع × ت [ك - (ر-١)] } ، ر = ٢، ٣، ...، ك

وبالتالى فإن:

$$س_{٢} = \frac{٢٠٠٠}{٤} \{ ١ + ٠,٢٥ \times \frac{١}{٢} [٤ - (٢-١)] \} = ٦٨٧,٥ \text{ جنيه}$$

$$س_{٣} = \frac{٢٠٠٠}{٤} \{ ١ + ٠,٢٥ \times \frac{١}{٢} [٤ - (٣-١)] \} = ٦٢٥ \text{ جنيه}$$

$$س_{٤} = \frac{٢٠٠٠}{٤} \{ ١ + ٠,٢٥ \times \frac{١}{٢} [٤ - (٤-١)] \} = ٥٦٢,٥ \text{ جنيه}$$

٥- الجدول التالى يوضح حساب استهلاك القرض.

جدول (٤-٥)

المبلغ			المبلغ		
مليم	جنيه	البيان	مليم	جنيه	البيان
-	٢٠٠٠	أصل القرض			القسط الاول
-	١٨٧٥	اجمالى الفوائد	-	٥٠٠	١- من اصل المبلغ
			-	-	٢- من الفوائد
					القسط الثانى
			-	٥٠٠	١- من اصل المبلغ
			٥٠٠	٦٨٧	٢- من الفوائد
					القسط الثالث
			-	٥٠٠	١- من اصل المبلغ
			-	٦٢٥	٢- من الفوائد
					القسط الرابع
			-	٥٠٠	١- من اصل المبلغ
			٥٠٠	٥٦٢	٢- من الفوائد
-	٣٨٧٥	اجمالى	-	٣٨٧٥	اجمالى

حل (٤-٣):

$$\text{م} = \text{٤٥٠٠} \text{ ، ع} = \text{٠,٢٠} \text{ ، ك} = \text{٥} \text{ ، ن} = \frac{\text{١٥}}{\text{١٢}}$$

١- فترة القسط = ل = $\frac{\text{ن}}{\text{ك}} = \frac{\text{١, ٢١١٥}}{\text{٥}} = \frac{\text{١}}{\text{٤}}$

٢- إذا فرضنا أن قيمة القسط تساوى س فإن من المعادلة (٤-٩) نجد أن:

$$\text{م (١ + ع ن)} = \text{ك س} \left[\text{١} + \frac{\text{ع}}{\text{٢}} \text{(ن+ل)}\right]$$

$$\text{٤٥٠٠} \left(\text{١} + \text{٠,٢٠} \times \frac{\text{١٥}}{\text{١٢}}\right) = \text{٥} \times \text{س} \left[\text{١} + \frac{\text{٠,٢٠}}{\text{٢}} \left(\frac{\text{١٥}}{\text{١٢}} + \frac{\text{٣}}{\text{١٢}}\right)\right]$$

$$\text{٤٥٠٠ (١,٢٥)} = \text{٥,٧٥ س} \leftarrow$$

$$\text{س} = \frac{\text{٥٦٢٥}}{\text{٥, ٧٥}} = \text{٩٧٨,٢٦١ جنيه}$$

٣- من المعادلة (٤-٨) نجد أن:

$$\text{مجموع الفوائد والأقساط} = \text{س ع ل ك} \left(\frac{\text{١} + \text{ك}}{\text{٢}}\right)$$

$$= \text{٩٧٨,٢٦١} \times \text{٠,٢} \times \frac{\text{١}}{\text{٤}} \times \text{٥} \left(\frac{\text{١} + \text{٥}}{\text{٢}}\right)$$

$$= \text{٧٣٣,٧٠ جنيه}$$

٤- فائدة القرض = المبلغ × معدل الفائدة × مدة القرض

$$= \text{٤٥٠٠} \times \text{٠,٢٠} \times \frac{\text{١٥}}{\text{١٢}} = \text{١١٢٥ جنيه}$$

مدد الأقساط من الأول الى الخامس بالشهور تساوى ١٥، ١٢، ٩، ٦، ٣

٣٦٢

- فائدة القسط الاول = ٩٧٨,٢٦١ × $\frac{٢٠}{١٠٠} \times \frac{١٥}{١٢}$ = ٢٤٤,٢٦٥ جنيه

- فائدة القسط الثانى = ٩٧٨,٢٦١ × $\frac{٢٠}{١٠٠} \times \frac{١٢}{١٢}$ = ١٩٥,٦٥٢ جنيه

- فائدة القسط الثالث = ٩٧٨,٢٦١ × $\frac{٢٠}{١٠٠} \times \frac{٩}{١٢}$ = ١٤٦,٧٣٩ جنيه

- فائدة القسط الرابع = ٩٧٨,٢٦١ × $\frac{٢٠}{١٠٠} \times \frac{٦}{١٢}$ = ٩٧,٨٢٦ جنيه

- فائدة القسط الخامس = ٩٧٨,٢٦١ × $\frac{٢٠}{١٠٠} \times \frac{٣}{١٢}$ =٤٨,٩١٣ جنيه

والجدول التالى يوضح حساب استهلاك القرض

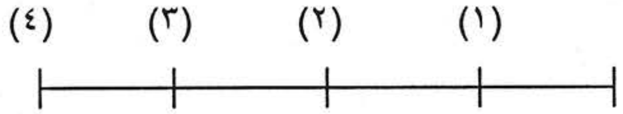
جدول (٤-٦)

المبلغ			المبلغ		
مليم	جنيه	البيان		جنيه	البيان
-	٤٥٠٠	أصل القرض	مليم	٩٧٨	القسط الاول
-	١١٢٥	الفوائد	٢٦١	٢٤٤	فائدة القسط الاول لمدة ١٥ شهر
			٢٦٥	٩٧٨	القسط الثانى
			٢٦١	١٩٥	فائدة القسط الثانى
			٦٥٢	٩٧٨	القسط الثالث
			٢٦١	٩٧٨	القسط الرابع
			٢٦١	٩٧	فائدة القسط الرابع
			٨٢٦	٩٧٨	القسط الخامس
			٢٦١	٤٨	فائدة القسط الخامس
-	٥٦٢٥	اجمالى	٩١٣	٥٦٢٥	اجمالى

حل (٤-٤):

المبلغ المتبقى = ٦٠٠٠٠ - ٣٠٠٠٠ = ٣٠٠٠٠ جنيه وبالتالى فإن:

م = ٣٠٠٠٠ جنيه ، ع = ٠,٣٠ ، ن = ٢ سنة ، ك = ٤



١- فترة القرض = ل = $\frac{\text{ن}}{\text{ك}} = \frac{٢}{٤} = \frac{١}{٢}$ سنة = ٦ شهور

٢- يمكن ايجاد مبلغ القسط الواحد س من المعادلة (٤-٧) حيث:

$$\text{م}\ (١ + \text{ع ن}) = \text{ك س}\ [١ + \frac{\text{ع}}{٢}(\text{ن} - \text{ل})]$$

$$٣٠٠٠٠\ (١ + ٠,٣٠ \times ٢) = ٤\ \text{س}\ [١ + \frac{٠,٣٠}{٢}(٢ + \frac{١}{٢})]$$

$$٤٨٠٠٠ = ٤,٩\ \text{س} \leftarrow$$

$$\text{س} = \frac{٤٨٠٠٠}{٤,٩} = ٩٧٩٥,٩١٨٤\ \text{جنيه}$$

٣- لتكوين حساب استهلاك القرض نتبع الخطوات التالية:

أ) فوائد القرض = م × ع × ن

$$= ٣٠٠٠٠ \times \frac{٣٠}{١٠٠} \times ٢ = ١٨٠٠٠\ \text{جنيه}$$

ب) وبما أن مدد الأقساط التى تستحق عنها فوائد بالشهور تساوى: ١٨، ١٢، ٦، ٠ على الترتيب.

ح) فائدة القسط الأول = س × ع × ت

$$= ٩٧٩٥,٩١٨٤ \times \frac{٣٠}{١٠٠} \times \frac{١٨}{١٢} = ٤٤٠٨,٦٣$$ جنيه

- فائدة القسط الثانى = $٩٧٩٥,٩١٨٤ \times \frac{٣٠}{١٠٠} \times \frac{١٢}{١٢} = ٢٩٣٨,٧٧٦$ جنيه

- فائدة القسط الثالث = $٩٧٩٥,٩١٨٤ \times \frac{٣٠}{١٠٠} \times \frac{٦}{١٢} = ١٤٦٩,٣٨٨$ جنيه

- فائدة القسط الرابع = صفر

والجدول التالى يوضح حساب استهلاك القرض.

جدول (٤-٧)

المبلغ		البيان	المبلغ		البيان
مليم	جنيه			جنيه	
-	٣٠٠٠٠	مبلغ القرض	٩١٨	٩٧٩٥	القسط الأول
-	١٨٠٠٠	فوائد القرض	١٦٣	٤٤٠٨	فائدة القسط الاول لمدة ١٨ شهر
			٩١٨	٩٧٩٥	القسط الثانى
			٧٧٦	٢٩٣٨	فائدة القسط الثانى لمدة ١٢ شهر
			٩١٨	٩٧٩٥	القسط الثالث
			٣٨٨	١٤٦٩	فائدة القسط الثالث لمدة ٦ شهور
			٩١٨	٩٧٩٥	القسط الرابع
			-	-	فائدة القسط الرابع لمدة صفر
-	٤٨٠٠٠	اجمالى	-	٤٨٠٠٠	اجمالى

٣٦٥

حل تمرينات (٥-٥) صفحة "١٦٦"

حل (٥-١):

أ) اذا كانت تضاف الفائدة كل سنه فإن:

م = ٥٢٠٠ ، ع = ٠,١٢ ، هـ = ٣

حـ~ن~ = م (١ + ع)^هـ^ ←

حـ~٣~ = ٥٢٠٠ (١ + ٠,١٢)^٣^ = ٥٢٠٠ (١,١٢)^٣^

= ٥٢٠٠ (١,٤٠٤٩٢٨) = ٧٣٠٥,٦٣ ←

ف~٣~ = حـ~٣~ - م = ٧٣٠٥,٦٣ - ٥٢٠٠ = ٢١٠٥,٦٣ جنيه

ب) إذا كانت تضاف الفائدة كل ٦ شهور فإن :

ع = ,١٢ / ٢ = ٠,٠٦ ، هـ = ٣ × ٢ = ٦ ←

حـ~ن~ = م (١ + ع)^هـ^

حـ~٦~ = ٥٢٠٠ (١ + ٠,٠٦)^٦^ = ٥٢٠٠ (١,٠٦)^٦^

= ٥٢٠٠ (١,٤١٨٥١٩١١) = ٧٣٧٦,٣٠

ف~٦~ = ٧٣٧٦,٣٠ - ٥٢٠٠ = ٢١٧٦,٣٠ جنيه

ح) اذا كانت تضاف الفائدة كل ربع سنه فإن :

ع = ,١٢ / ٤ = ٠,٠٣ ، هـ = ٣ × ٤ = ١٢

حـ~١٢~ = ٥٢٠٠ (١+٠,٠٣)^١٢^ = ٥٢٠٠ (١,٤٢٥٧٦٠٨٩)

ف~١٢~ = ٧٤١٣,٦٨ - ٥٢٠٠ = ٢٢١٣,٦٨ جنيه

د) اذا كانت تضاف الفائدة كل شهر فإن:

$\text{ع} = \frac{\text{١٢,}}{\text{١٢}} = \text{٠,٠١}$ ، $\text{هـ} = \text{٣} \times \text{١٢} = \text{٣٦}$

$\text{ح}_{\text{٣٦}} = \text{٥٢٠٠}(\text{١}+\text{٠.٠١})^{\text{٣٦}} = \text{٥٢٠٠}(\text{١,٤٣٢٧٦٨٧٨})$

$=$ ٧٤٤٠ جنيه

$\text{ف}_{\text{٣٦}} = \text{٧٤٤٠} - \text{٥٢٠٠} = \text{٢٢٤٠}$ جنيه

حل (٥-٢):

أ) اذا كانت الفائدة بسيطة:

اذا فرضنا أن المبلغ يساوى م وبالتالى تصبح جملته ٢م أى أن:

حـ = ٢ م ، ف = حـ - م = ٢م - م = م

وبما أن:

ف = م × ع × ن ←

م = م × ع × ٥ ←

١ = ٥ ع ← ع = $\frac{\text{١}}{\text{٥}}$ = ٠,٢٠ = ٢٠% سنويا.

ب) اذا كانت الفائدة مركبة فإن:

$\text{حـ} = \text{م}(\text{١}+\text{ع})^{\text{ن}}$ ←

$\text{٢م} = \text{م}(\text{١}+\text{ع})^{\text{٥}}$ ←

$\text{٢} = (\text{١}+\text{ع})^{\text{٥}}$ ←

$(\text{١}+\text{ع}) = (\text{٢})^{\frac{\text{١}}{\text{٥}}} = (\text{٢})^{\text{٠,٢}} = \text{١,١٤٨٧}$ ←

٢٦٧

ع = ١,١٤٨٧ - ١ = ٠,١٤٩ = ١٤,٩% سنويا.

حل (٥-٣):

أ) اذا فرضنا أن المبلغ يساوى م فإن :

حـ ن = م (١+ع)ن ←

١٠٧٠٠ = م(١+٠,١٥)٧ = م(٢,٦٦٠٠١٩٨٨)

←

م = ١٠٧٠٠ / ٢,٦٦٠٠١٩٨٨ = ٤٠٢٢,٥٣ جنيه

ب) اذا كانت الفائدة تضاف كل نصف عام فإن :

ع = ١٥% / ٢ = ٧,٥% ، هـ = ٧ × ٢ = ١٤

١٠٧٠٠ = م (١+٠,٠٧٥)١٤ = م (٢,٧٥٢٤٤٤١) ←

م = ١٠٧٠٠ / ٢,٧٥٢٤٤٤ = ٣٨٨٧,٤٥ جنيه

حـ) ع = ١٥% / ١٢ = ١,٢٥% = ٠,٠١٢٥ ، هـ = ٧×١٢ = ٨٤

١٠٧٠٠ = م (١+٠,٠١٢٥)٨٤ = م (٧,٩٥٨٠١٣٨٩)

م = ١٠٧٠٠ / ٧,٩٥٨٠١٣٨٩ = ١٣٤٤,٥٦ جنيه

٣٦٨

حل (٥-٤):

١- بما أن :

حـ$_{ن}$ = م (١ + ع)^{ن}

حـ$_{٨}$ = ٤٥٠٠ (١ + ٠,١٥)^{٨} = ٤٥٠٠ (٣,٠٥٩٠٢٣)

= ١٣٧٦٥,٦٠ جنيه

ف$_{٨}$ = حـ$_{ن}$ - م = ١٣٧٦٥,٦٠ - ٤٥٠٠

= ٩٢٦٥,٦٠ جنيه

٢- بما أن الفائدة تضاف كل نصف سنه بالتالى فإن :

ع = $\frac{\text{١١٪}}{\text{١٢}}$ = ٥,٥٪ ، ن = ٦,٥ × ٢ = ١٣

حـ$_{١٣}$ = ١٠٠٠٠ (١+٠,٠٥٥)^{١٣} = ١٠٠٠٠ (٢,٠٠٥٧٧)

= ٢٠٠٥٧,٧ جنيه

ف$_{١٢}$ = ٢٠٠٥٧,٧ - ١٠٠٠٠ = ١٠٠٥٧,٧

٣- بما أن الفائدة تضاف كل ربع سنه بالتالى فإن :

ع = $\frac{\text{١٢٪}}{\text{٤}}$ = ٣٪ ، ن = ٤,٥ × ٤ = ١٨,٠

حـ$_{١٨}$ = ١٥٠٠٠ (١+٠,٠٣)^{١٨} = ١٥٠٠٠ (١,٧٠٢٤٣٣١)

ف$_{١٨}$ = ٢٥٥٣٦,٥ - ١٥٠٠٠ = ١٠٥٣٦,٥ جنيه

حل (٥-٥):

١- إجمالي المبلغ الأول :

حـ$_{ن}$ = م (١ + ع)^{ن} ←

٣٦٩

حـ$_{٢}$ = ٢٥٠٠ (١ + ٠,١٠)^{٢} = ٢٥٠٠ (١,٢١)

= ٣٠٢٥ جنيه (١)

ف$_{٢}$ = ٣٠٢٥ - ٢٥٠٠ = ٥٢٥ جنيه (٢)

٢- حـ$_{٤}$ = ١٧٠٠ (١+٠,٠٥٥)^{٤} = ٢١٠٦ جنيه (٣)

ف$_{٤}$ = ٢١٠٦ - ١٧٠٠ = ٤٠٦ جنيه (٤)

٣- حـ$_{٨}$ = ٥٠٠٠ (١+٠,٠٤)^{٨} = ٦٨٤٢,٨٥ جنيه (٥)

ف$_{٨}$ = ٦٨٤٢,٨٥ - ٥٠٠٠ = ٨٤٢,٨٥ جنيه (٦)

٤- حـ$_{٢٤}$ = ٧٨٠٠ (١+٠,٠١)^{٢٤} = ٩٩٠٣,٩٣ جنيه (٧)

ف$_{٢٤}$ = ٩٩٠٣,٩٣ - ٧٨٠٠ = ٢١٠٣,٩٣ جنيه (٨)

من (١) ، (٣) ، (٥) ، (٧) نجد أن جملة المبالغ التى يجب دفعها تساوى

حـ$_{٢}$ + حـ$_{٤}$ + حـ$_{٨}$ + حـ$_{٢٤}$ = ٣٠٢٥ + ٢١٠٦ + ٦٨٤٢,٨٥+٩٩٠٣,٩٣

= ٢١٨٧٧,٧٨ جنيه

كذلك من (٢) ، (٤) ، (٦) ، (٨) نجد أن مجموع الفوائد التى يجب دفعها تساوى

ف$_{٢}$ + ف$_{٤}$ + ف$_{٨}$ + ف$_{٢٤}$ = ٥٢٥ + ٤٠٦ + ٨٤٢,٨٥+٢١٠٣,٩٣

= ٣٨٧٧,٧٨ جنيه.

حل (٥-٦):

١- اذا فرضنا أن ن عدد الوحدات الزمنية حيث طول الوحدة ٦ شهور فإن:

حـ$_{ن}$ = م (١ + ع)^{ن} ←

$11016,05 = 5600 (1 + 0,07)^{ن} \leftarrow$

$(1 + 0,07)^{ن} = \frac{11016,05}{5600} = 1,9671518$

$\leftarrow$

ن لو (١ + ٠,٠٧) = لو (١,٩٦٧١٥١٨)

$(0,0293838)^{ن} = 0,293838 \leftarrow$

$ن = \frac{0,293838}{0,0293838} = 10$

وبما أن الوحدة الزمنية تساوى نصف سنه (٦ شهور) بالتالى فإن :

ن = ١٠ وحدات = $\frac{10}{2}$ = ٥ سنوات.

٢- المعدل الفعلى = ع" = $(1 + 0,07)^{2} - 1$

= ١,١٤٤٩ - ١ = ٠,١٤٤٩ = ١٤,٣٩% سنويا

حل (٥-٧):

١- ن = ٢ × ٤ = ٨

$حـ_{ن} = م (1 + ع)^{ن}$

$13685,69 = 10000 (1 + ع)^{8}$

$\leftarrow$

$(1 + ع)^{8} = 1,368569 \leftarrow$

$(1 + ع) = (1,368569)^{\frac{1}{8}} = (1,368569)^{0,125}$

= ١,٠٤ ←

ع = ١,٠٤ - ١ = ٠,٠٤ ←

معدل الفائدة الأسمى = ٠,٠٤ × ٤ = ٠,١٦ = ١٦%

٢- ع" = (١+ ع)^{هـ} - ١ = (١ + ٠,٠٤)^{٤} - ١

= ١,١٦٩٩ - ١ = ٠,١٦٩٩ = ١٦,٩٩%

حل (٥-٨):

معدل الفائدة الفعلى فى المشروع الأول:

ع"$_{١}$ = ٠,١ = ١٥% سنويا.

ومعدل الفائدة الفعلى فى المشروع الثانى:

$$ع''_{٢} = \left(١ + \frac{٠,١٤}{٤}\right)^{٤} - ١$$

= (١,٠٣٥)^{٤} - ١ = ١,١٤٧٥٢٣ - ١

= ٠,١٤٧٥٢٣ = ١٤,٧٥٢٣% سنويا

بما أن معدل الفائدة الفعلى فى المشروع الأول أكبر من معدل الفائدة الفعلى فى المشروع الثانى ، بالتالى يكون من الأفضل للشخص استثمار أمواله فى المشروع الأول.

٣٧٢

حل تمرينات (٦-٤) صفحة "٢٠٩"

حل (٦-٤):

د = ١٢٠ جنيه ، ل = $\frac{١}{١٢}$ ، ن = ٢ ، ك = ٢٤ ، ر = ١,٢%

١- اذا كان المبلغ يودع فى بداية الشهر، بالتالى فالدفعات دفعات فورية وبالتالى فإن جملة الدفعات اذا كانت:

الفائدة بسيطة = د ك [١ + $\frac{ع}{٢}$(ن+ل)]

$$= ١٢٠ \times ٢٤ \left[١ + \frac{٠,١٤٤}{٢}\left(٢ + \frac{١}{١٢}\right)\right]$$

= ٢٨٨٠ [١,١٥] = ٣٣١٢ جنيه

٢- اذا كانت الدفعات فورية وبفائدة مركبة فإن:

جملة الدفعات = د (١+ ر) $\text{حـ}_{\overline{ك}|ر}$

$$= ١٢٠ \,(١ + ٠,٠١٢)\, \text{حـ}_{\overline{٢٤}|٠,٠١٢}$$

$$= ١٢٠\,(١,٠١٢) \left[\frac{(١ + ٠,٠١٢)^{٢٤} - ١}{٠,٠١٢}\right]$$

= ١٢١,٤٤ [٢٧,٦٢٢٧٣] = ٣٣٥٤,٥١ جنيه

٣- اذا كان يودع المبلغ فى نهاية كل شهر بفائدة بسيطة، فإن الدفعات تكون دفعات عادية بفائدة بسيطة وبالتالى فإن:

جملة الدفعات = د ك [١ + $\frac{ع}{٢}$(ن- ل)]

$$= \text{١٢٠}\times\text{٢٤}\left[\text{١}+\frac{\text{٠,١٤٤}}{\text{٢}}\left(\text{٢}-\frac{\text{١}}{\text{١٢}}\right)\right]$$

$$= \text{٢٨٨٠}\left[\text{١}+\text{٠,١٣}\right] = \text{٣٢٧٧,٤٤}\ \text{جنيه}$$

٤- اذا كانت الدفعات عادية بفائدة مركبة فإن:

جملة الدفعات = د حـ $\overline{\text{ك}}|$ ر

$$= \text{د}\left[\frac{(\text{١}+\text{ك})^{\text{ك}}-\text{١}}{\text{ر}}\right]$$

$$= \text{١٢٠}\left[\frac{(\text{١}+\text{٠,٠١٢})^{\text{٢٤}}-\text{١}}{\text{٠,٠١٢}}\right] = \text{٣٣١٤,٧٣}\ \text{جنيه}$$

حـل (٦-٢):

بما أنه يودع فى نهاية كل ربع سنه، بالتالى فإن الدفعات دفعات عادية حيث:

جملة الدفعات = ٦٥٠٠٠، د= س ، ك = ٤×٤ = ١٦ ، ر = $\frac{\text{١٦}}{\text{٤}}$ =٤%

بما أن:

$$\text{جملة الدفعات} = \text{س}\left[\frac{(\text{١}+\text{ك})^{\text{ك}}-\text{١}}{\text{ر}}\right]$$

$$\text{٦٥٠٠٠} = \text{س}\left[\frac{(\text{١}+\text{٠,٠٤})^{\text{١٦}}-\text{١}}{\text{٠,٠٤}}\right] = \text{٢١,٨٢٤٥٣١٤} \leftarrow$$

$$\text{س} = \frac{\text{٦٥٠٠}}{\text{٢١,٨٢٤٥٣١١٤}} = \text{٢٩٧٨,٣٠}\ \text{جنيه}$$

٣٧٤

حـــل (٦-٣):

جملة الدفعات = ٣٠٠٠٠٠ ، ر = $\frac{٢٨\%}{٤}$ = ٧% ، ك =٤

وبما أن الدفعات عادية ←

$$\text{جملة الدفعات} = د \left[\frac{(١+ك)^{ك}-١}{ر}\right]$$

$$٣٠٠٠٠٠ = د \left[\frac{(١+٠,٠٧)^{٤}-١}{٠,٠٧}\right] = ٦٧٥٦٨,٣٥ \text{ جنيه}$$

حـــل (٦-٤):

ر = $\frac{٢٤}{١٢}$ = ٢% ، د = ١٥٠ ، ك = ١٢

$$\text{جملة الدفعات} = د \left[\frac{(١+ك)^{ك}-١}{ر}\right]$$

$$= ١٥٠ \left[\frac{(١+٠,٠٢)^{٤}-١}{٠,٠٢}\right] = ٢٠١١,٨١ \text{ جنيه}$$

حـــل (٦-٥):

١- اذا كانت الفائدة بسيطة فإن:

$$ع = \frac{٣٦\%}{١٢} = ٣\%$$

مبلغ دفعة الفوائد = د= ١٠٠٠٠٠ × $\frac{٣٦}{١٠٠}$ × $\frac{١}{١٢}$ = ٣٠٠٠

٣٧٥

جملة الدفعات اذا كانت الفائدة بسيطة = د ك [١ + $\frac{\text{ع}}{\text{٢}}$(ن - ل)]

= ٣٠٠٠ × ٤[١ + $\frac{\text{٠,٣٦}}{\text{٢}}$ (١- $\frac{\text{١}}{\text{١٢}}$)]

= ١٢٠٠٠ [١+٠,١٨ ($\frac{\text{١}}{\text{١٢}}$)]

= ٢٠٠٠ [١,١٦٥]

= ١٣٩٨٠ جنيه

٢- اذا كانت الفائدة مركبة فإن:

جملة المبلغ = م (١ + ع)$^{\text{ن}}$

= ١٠٠٠٠٠ (١ + ٠,٠٣)$^{\text{١٢}}$ = ١٤٢٥٧٦,٠٩ جنيه

جملة الفوائد = الجملة - المبلغ

= ١٤٢٥٧٦,٠٩ - ١٠٠٠٠٠ = ٤٢٥٧٦,٠٩ جنيه

حـــل (٦-٦):

ر = ٢٤% ، ك = ٧ ، وبما أن:

جملة الدفعات = د $\left[\frac{\text{(١+ك)}^{\text{ك}}\text{-١}}{\text{ر}}\right]$

١٨٠٠٠٠ = د $\left[\frac{\text{(١+ ٠,٢٤)}^{\text{٧}}\text{-١}}{\text{٠,٢٤}}\right]$

= د (٤٢,٣٦٠٨٩٨٧) ←

٣٧٦

$$\text{د} = \frac{١٨٠٠٠٠٠}{٤٢,٣٦٠٨٩٨٧} = ٤٢٤٩,٢٠٢ \text{ جنيه}$$

حـــل (٦-٧):

١- اذا كانت الدفعات عادية فإن:

القيمة الحالية = د هـ$_{\text{ك}\rceil \text{ر}}$

$$= ٢٥٠ \left[\frac{١-(١+٠,١٥)^{-٥}}{٠,١٥}\right] = ٨٣٨,٠٣٩ \text{ جنيه}$$

٢- اذا كانت الدفعات فورية فإن:

القيمة الحالية للدفعات = د (١ + ر) هـ$_{\text{ك}\rceil \text{ر}}$

$$= ٢٥٠ \,(١ + ٠,١٥) \left[\frac{١-(١+٠,١٥)^{-٥}}{٠,١٥}\right]$$

= ٩٦٣,٧٤٥ جنيه

٣- اذا كانت الدفعات مؤجلة لمدة تساوى ت حيث ت = ٣ سنوات فإن:

القيمة الحالية = د [هـ$_{\text{ك+ت}\rceil \text{ر}}$ - هـ$_{\text{ت}\rceil \text{ر}}$]

$$= \text{د} \left\{\left[\frac{١-(١+\text{ر})^{-(\text{ك}+\text{ت})}}{\text{ر}}\right] - \left[\frac{١-(١+\text{ر})^{\text{ت}}}{\text{ر}}\right]\right\}$$

$$= ٢٥٠ \left\{\left[\frac{١-(١+٠,١٥)^{-٨}}{٠,١٥}\right] - \left[\frac{١-(١+٠,١٥)^{-٣}}{٠,١٥}\right]\right\}$$

= ٢٥٠ { [٤,٤٨٧٣٢ - ٢,٢٨٣٢٣] = ٥٥١,٠٢٢٥جنيه

حـل (٦-٨):

١- اذا كانت الدفعات عادية متوقفة فإن:

جملة الدفعات المتوقفة = د [حـ ك+ن┐ر - حـ ن┐ر]

٣٥٠٠٠٠ = د [حـ ٥+٢┐٠,١٤ - حـ ٢┐٠,١٤]

$$= د \left\{\left[\frac{(١+٠,١٤)^{٧}-١}{٠,١٤}\right]-\left[\frac{(١+٠,١٤)^{٢}-١}{٠,١٤}\right]\right\}$$

= د { ١٠,٧٣٠٤٩١٣٧ - ٢,١٤}

= ٨,٥٩٠٤٩١٣٧ د ←

$$= \frac{٣٥٠٠٠٠}{٨,٥٩٠٤٩١٣٧} = ٤٠٧٤٢,٧٢٢ \text{ جنيه}$$

٢- إذا كانت الدفعات المتوقفة فورية فإن:

جملة الدفعات الفورية المتوقفة = د [حـ ك+ن+١┐ر - حـ ن+١┐ر]

$$٣٥٠٠٠٠ = د \left\{\left[\frac{(١+٠,١٤)^{٨}-١}{٠,١٤}\right]-\left[\frac{(١+٠,١٤)^{٣}-١}{٠,١٤}\right]\right\}$$

= د { ١٣,٣٢٧٦٠١٦ - ٣,٤٣٩٦ }

= ٩,٧٩٣١٦٠١٦ د ←

$$د = \frac{٣٥٠٠٠٠}{٩,٧٩٣١٦٠١٦٧} = ٣٥٧٣٩,٢٢٩٧ \text{ جنيه}$$

حـل (٦-٩):

$$د = ٤٥٠ \text{ ، } ك = ٤ \times ٢ = ٨ \text{ ، } ن = ٢ \times ٢ = ٤ \text{ ، } ر = \frac{١٨}{٢} = ٩\%$$

القيمة الحالية للدفعات المؤجلة = د [حـ ك+ن⌐ر - حـ ن⌐ر]

$$= ٤٥٠ \left\{ \left[\frac{١ - (١ + ٠,٠٩)^{-١٢}}{٠,٠٩}\right] - \left[\frac{١ - (١ + ٠,٠٩)^{-٤}}{٠,٠٩}\right] \right\}$$

= ٤٥٠ { ٧,١٦٠٧٢٥٢٧٧ - ٣,٢٣٩٧١٩٨٧٧ }

= ٤٥٠ (٣,٩٢١٠٠٥٤) = ١٧٦٤,٤٥٢ جنيه

٣٧٩

حل تمرينات (٧-٤) صفحة "٢٣٣"

حـــل (٧-١):

١- $\text{حـ} = \text{م}(١ + \text{ع ن}) = ١٢٠٠٠ \left(١ + \frac{٢٤}{١٠٠} \times \frac{٨}{١٢}\right) = ١٢٠٠٠(١,١٦٧)$

= ١٣٩٢٠ جنيه

وبالتالى جملة الفوائد فى هذه الحالة = ١٣٩٢٠ - ١٢٠٠٠ = ١٩٢٠ جنيه

٢- جملة المبلغ الذى يجب دفعة فى نهاية المدة = $\text{م}(١ + \text{ر})^{\text{ك}}$

$= ١٢٠٠٠(١+٠.٠٢)^{٨}$

= ١٤٠٥٩,٩١٣ جنيه

وبالتالى مجموع الفوائد فى هذه الحالة

= ١٤٠٥٩,٩١٣ - ١٢٠٠٠ = ٢٠٥٩,٩١٣ جنيه

حـــل (٧-٢):

١- م = ١٢٠٠٠ ، ك = ٨ ، ر = $\frac{٠,٢٤}{١٢}$ = ٠,٠٢

وبما أن الأقساط تدفع فى نهاية كل فترة ، اذا الأقساط اقساط عادية (الفترة فى هذه الحالة تساوى شهر).

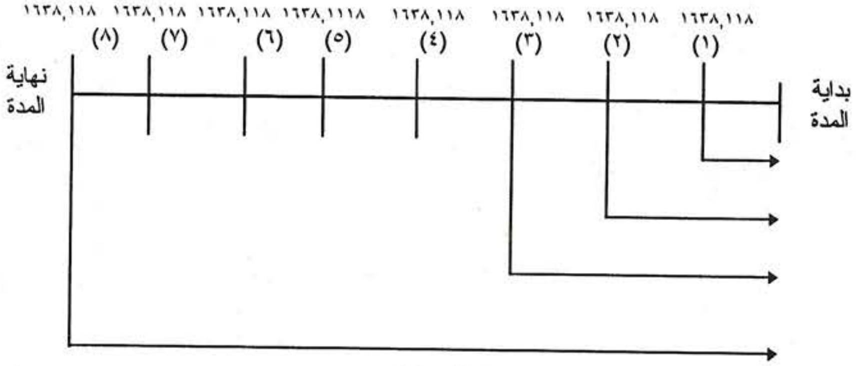
فإذا فرضنا أن مبلغ القسط يساوى س بالتالى فإن:

$$\text{س} = \text{م} \times \frac{١}{\text{هـ}_{\overline{\text{ك}}|\text{ر}}}$$

$$= ١٢٠٠٠ \times \frac{١}{\text{هـ}\;٠,٠٢٣٨} = ١٢٠٠٠ \times \frac{١}{٧,٣٢٥٤٨١٤٤}$$

= ١٦٣٨,١١٨ جنيه

والشكل التالى يوضح الأقساط :



شكل (١)

٢- ولتكوين جدول حساب الاستهلاك القرض نتبع الخطوات التالية:

أولا : الفترة الاولى :

١- الرصيد فى بداية الفترة = ١٢٠٠٠ جنيه

٢- الفائدة المستحقة = $١٢٠٠٠ \times \frac{٢}{١٠٠} \times ١ = ٢٤٠$ جنيه

٣- المستهلك من اصل المبلغ = ١٦٣٨,١١١٨ - ٢٤٠

= ١٣٩٨,١١٨ جنيه

٤- الرصيد فى نهاية الفترة= ١٢٠٠٠- ١٣٩٨,١١٨=١٠٦٠١,٨٨٢جنيه

ثانيا: الفترة الثانية:

١- الرصيد فى بداية الفترة = ١٠٦٠١,٨٨٢ جنيه

٢- الفائدة المستحقة = ١٠٦٠١,٨٨٢ × $\frac{٢}{١٠٠}$ ×١=٢١٢,٠٣٨ جنيه

٣- المستهلك من اصل المبلغ=١٦٣٨,١١٨-٢١٢,٠٣٨=١٤٢٦,٠٨٠ج

٤- الرصيد فى نهاية الفترة=١٠٦٠١,٨٨٢-١٤٢٦,٠٨٠=٩١٧٥,٨٠٢ج

ثالثا: الفترة الثالثة:

١- الرصيد فى بداية الفترة = ٩١٧٥,٨٠٢ جنيه

٢- الفائدة المستحقة= ٩١٧٥,٨٠٢× $\frac{٢}{١٠٠}$ ×١=١٨٣,٥١٦ جنيه

٣- المستهلك من الأصل=١٦٣٨,١١١٨-١٨٣,٥١٦=١٤٥٤,٦٠٢جنيه

٤- الرصيد فى نهاية الفترة= ٩١٧٥,٨٠٢-١٤٥٤,٦٠٢=٧٧٢١,٢٠٠ج

رابعا: الفترة الرابعة:

١- الرصيد فى بداية الفترة = ٧٧٢١,٢٠٠ جنيه

٢- الفائدة المستحقة = ٧٧٢١,٢٠٠× $\frac{٢}{١٠٠}$ ×١=١٥٤,٤٢٤ جنيه

٣- المستهلك من الأصل=١٦٣٨,١١٨-١٥٤,٤٢٤=١٤٨٣,٦٩٤جنيه

٤- الرصيد فى نهاية الفترة=٧٧٢١,٢٠٠-١٤٨٣,٦٩٤

= ٦٢٣٧,٥٠٦ جنيه

خامسا: الفترة الخامسة:

١- الرصيد فى بداية الفترة = ٦٢٣٧,٥٠٦ جنيه

٢- الفائدة المستحقة = ٦٢٣٧,٥٠٦× $\frac{٢}{١٠٠}$ ×١=١٢٤,٧٥٠ جنيه

٣- المستهلك من الأصل= ١٦٣٨,١١٨-١٢٤,٧٥٠=١٥١٣,٣٦٨جنيه

٤- الرصيد فى نهاية الفترة = ٦٢٣٧,٥٠٦ - ١٥١٣,٣٦٨

= ٤٧٢٤,١٣٨ جنيه

سادسا: الفترة السادسة:

١- الرصيد فى بداية الفترة = ٤٧٢٤,١٣٨ جنيه

٢- الفائدة المستحقة = ٤٧٢٤,١٣٨× $\frac{٢}{١٠٠}$ ×٩٤,٤٨٣ جنيه

٣- المستهلك من الأصل ١٦٣٨,١١٨-٩٤,٤٨٣=١٥٤٣,٦٣٥ جنيه

٤- الرصيد فى نهاية الفترة =٤٧٢٤,١٣٨ - ١٥٤٣,٦٣٥

= ٣١٨٠,٥٠٣ جنيه

سابعا: الفترة السابعة:

١- الرصيد فى بداية الفترة = ٣١٨٠,٥٠٣ جنيه

٢- الفائدة المستحقة= ٣١٨٠,٥٠٣× $\frac{٢}{١٠٠}$ ×١=٦٣,٦١٠جنيه

٣- المستهلك من الأصل=١٦٣٨,١١٨-٦٣,٦١٠=١٥٧٤,٥٠٨ جنيه

٤- الرصيد فى نهاية الفترة = ٣١٨٠,٥٠٣ - ١٥٧٤,٥٠٨

= ١٦٠٥,٩٩٥ جنيه

ثامنا: الفترة الثامنة:

١- الرصيد فى بداية الفترة = ١٦٠٥,٩٩٥ جنيه ≃ ١٠٦٦

٤٨٢

٢- الفائدة المستحقة= ١٦٠٥,٩٩٥ × $\frac{٢}{١٠٠}$ × ١= ٣٢,١٢٠ جنيه

٣- المستهلك من الأصل= ١٦٣٨,١١٨-٣٢,١٢٠ ~ ١٦٠٦ جنيه

٤- الرصيد فى نهاية الفترة = ١٦٠٦ - ١٦٠٦ = صفر

والجدول التالى يلخص الخطوات السابقة:

جدول (١)

حساب استهلاك القرض

الفترة الزمنية	رصيد القرض أول الفترة		الفائدة المستحقة		مبلغ القسط المتساوى		المستهلك من أصل القرض		رصيد القرض آخر الفترة	
	مليم	جنية	مليم	جنيه	مليم	جنية	مليم	جنية	مليم	جنية
١	-	١٢٠٠٠	-	٢٤٠	١١٨	١٦٣٨	١١٨	١٣٩٨	٨٨٢	١٠٦٠١
٢	٨٨٢	١٠٦٠١	٠٣٨	٢١٢	١١٨	١٦٣٨	٠٨٠	١٤٢٦	٨٠٢	٩١٧٥
٣	٨٠٣	٩١٧٥	٥١٦	١٨٣	١١٨	١٦٣٨	٦٠٢	١٤٥٤	٢٠٠	٧٧٢١
٤	٢٠٠	٧٧٢١	٤٢٤	١٥٤	١١٨	١٦٣٨	٦٩٢	١٤٨٣	٥٠٦	٦٢٣٧
٥	٥٠٦	٦٢٣٧	٧٥٠	١٢٤	١١٨	١٦٣٨	٣٦٨	١٥١٣	١٣٨	٤٧٢٤
٦	١٣٨	٤٧٢٤	٤٨٣	٩٤	١١٨	١٦٣٨	٦٣٥	١٥٤٣	٥٠٣	٣١٨٠
٧	٥٠٣	٣١٨٠	٦١٠	٦٣	١١٨	١٦٣٨	٥٠٨	١٥٧٤	٩٩٥	١٦٠٥
٨	-	١٠٦٦	١٢٠	٣٢	١١٨	١٦٣٨	-	١٦٠٦	-	-
المجموع			٩٤١	١١٠٤	٩٤٤	١٣١٠٤	-	١٢٠٠٠		

٣٨٥

حـــل (٧-٣):

م=٢٥٠٠٠٠ ، ك = ٥×٢=١٠ ، ع = $\frac{٣٦}{٢}$ =١٨%

١- مبلغ الدفعة الواحدة للفائدة = المبلغ × معدل الفائدة × المدة

= ٢٥٠٠٠٠ × $\frac{١٨}{١٠٠}$ × ١ = ٤٥٠٠٠ جنيه

جملة الفوائد = مبلغ الدفعة × عدد الدفعات

= ٤٥٠٠٠ × ١٠ = ٤٥٠٠٠٠ جنيه

٢- جملة الفوائد المركبة = م (١ + ر)^{ك} - م

= م [(١+ر)^{ك} -١]

= ٢٥٠٠٠٠ [(١+٠,١٨)^{١٠} -١]

= ٢٥٠٠٠٠ [٤,٢٣٣٨٣٥٥٥٤]

= ١٠٥٨٤٥٨,٨٩ جنيه

حـــل (٧-٤):

م=١٨٥٠٠ جنيه ، ع = ١٦% ، ل= $\frac{١}{٤}$ سنة ، ن = $\frac{٦}{٤}$ سنه، ك= ٦

بما أن الأقساط تدفع فى نهاية الفترة فإن:

م (١+ع × ن) = ك س [١ + $\frac{ع}{٢}$ (ن - ل)]

١٨٥٠٠ (١ + $\frac{٦}{١٠٠}$ × $\frac{٦}{٤}$) = ٦ × س $\left[١ + \frac{٠,١٦}{٢}\left(\frac{٦}{٤} - \frac{١}{٤}\right)\right]$

٣٨٦

$$١٨٥٠٠\ (١,٢٤) = ٦س\ [١+٠,٠٨\ (\frac{٥}{٤})]$$

$$٢٢٩٤٠ = ٦\ س\ (١,١٠) = ٦,٦٠\ س \leftarrow$$

$$س\ \frac{٢٢٩٤٠}{٦,٦} = ٣٤٧٥,٧٥٨\ جنيه$$

فائدة القرض = مبلغ القرض × معدل الفائدة × مدة القرض

$$= ١٨٥٠٠ \times \frac{١٦}{١٠٠} \times \frac{٦}{٤} = ٤٤٤٠\ جنيه$$

والجدول التالى يوضح استهلاك القرض.

جدول (٢)

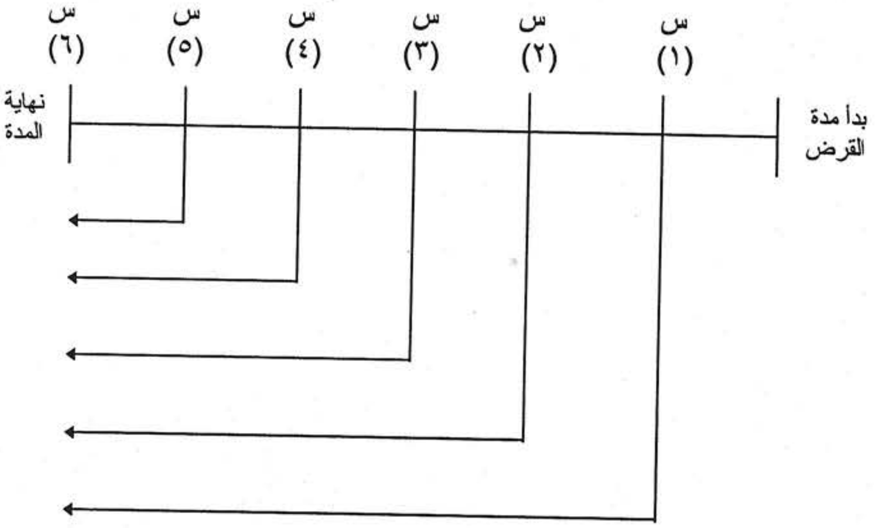
حساب استهلاك القرض

المبلغ		البيان	المبلغ		البيان
مليم	جنيه		مليم	جنيه	
-	١٨٥٠٠	اصل القرض	٧٥٨	٣٤٧٥	القسط الاول
-	٤٤٤٠	فائدة القرض لمدة عام ونصف	١٥٢	٦٩٥	فائدة القسط الاول لمدة ١٥ شهر
			٧٥٨	٣٤٧٥	القسط الثانى
			١٢١	٥٥٦	فائدة القسط الثانى لمدة ١٢ شهر
			٧٥٨	٣٤٧٥	القسط الثالث
			٠٩١	٤١٧	فائدة القسط الثالث لمدة ٩ شهور
			٧٥٨	٣٤٧٥	القسط الرابع
			٠٦١	٢٧٨	فائدة القسط الرابع لمدة ٦ شهور
			٧٥٨	٣٤٧٥	القسط الخامس
			٠٣٠	١٣٩	فائدة القسط الخامس لمدة ٣ شهور
			٧٥٨	٣٤٧٥	القسط السادس
			-	-	فائدة القسط
-	٢٢٩٤٠	الجملة	-	٢٢٩٤٠	الجملة

حـــل (٧-٥):

$م = ١٨٥٠٠$ ، $ر = \frac{٠,١٦}{٤} = ٠,٠٤$ ، $ك = ٦$ ، مبلغ القسط = س

والشكل التالى يوضح الأقساط:



شكل (٢)

وبما أن الأقساط تدفع فى نهاية فترة القسط بالتالى فإن:

$$س = م \times \frac{١}{هـ_{\overline{ك}|ر}} = ١٨٥٠٠ \times \frac{١}{هـ_{\overline{٦}|٠,٠٤}}$$

$$= ١٨٥٠٠ \times \frac{١}{٥,٢٤٢١٣٦٨٥٥}$$

= ٣٥٢٩,٠٩٥١٩٧ جنيه

مجموع الأقساط = ٣٥٢٩,٠٩٥١٩٧ × ٦ = ٢١١٧٤,٥٧١١٨

٣٨٨

وبالتالى فإن:

مجموع الفوائد = مجموع الأقساط - أصل القرض

= ٢١١٧٤,٥٧١١٨ - ١٨٥٠٠

= ٢٦٧٤,٥٧١٢ جنيه

٢- ولتكوين جدول استهلاك القرض نتبع الخطوات التالية:

أولا : بالنسبة للفترة الزمنية الاولى (ربع السنه الاولى) يكون:

١- رصيد أول الفترة = ١٨٥٠٠ جنيه

٢- الفائدة على الرصيد لمدة الفترة الاولى= ١٨٥٠٠ × $\frac{٤}{١٠٠}$ ×١

= ٧٤٠ جنيه

٣- المستهلك من اصل القرض = القسط - الفائدة

= ٢٧٨٩,٠٩٥٢ جنيه

٤- رصيد القرض فى نهاية الفترة الاولى = ١٨٥٠٠-٢٧٨٩,٠٩٥٢

= ١٥٧١٠,٩٠٤٨

ثانيا: بالنسبة للفترة الثانية يكون:

١- رصيد أول الفترة = ١٥٧١٠,٩٠٤٨ جنيه

٢- الفائدة على الرصيد = ١٥٧١٠,٩٠٤٨× $\frac{٤}{١٠٠}$ ×٦=٦٢٨,٤٣٦٢ جنيه

٣- المستهلك من اصل القرض= ٣٥٢٩,٠٩٥٢ - ٦٢٨,٤٣٦٢

= ٢٩٠٠,٦٥٩٠

٤- رصيد القرض فى نهاية الفترة الثانية= ١٥٧١٠,٩٠٤٨ - ٢٩٠٠,٦٥٩٠
= ١٢٨١٠,٢٤٥٨

ثالثا: بالنسبة للفترة الثالثة يكون :

١- رصيد أول الفترة = ١٢٨١٠,٢٤٨٥ جنيه

٢- الفائدة على الرصيد ١٢٨١٠,٢٤٥٨× ٤/١٠٠ ×١=٥١٢,٤٠٩٨

٣- المستهلك من اصل القرض = ٣٥٢٩,٠٩٥٢-٥١٢,٤٠٩٨
= ٣٠١٦,٦٨٥٤ جنيه

٤- رصيد القرض فى نهاية الفترة الثالثة = ١٢٨١٠,٢٤٥٨-٣٠١٦,٦٨٥٤
= ٩٧٩٣,٥٦٠٤ جنيه

رابعا: بالنسبة للفترة الرابعة يكون :

١- رصيد أول الفترة = ٩٧٩٣,٥٦٠٤ جنيه

٢- الفائدة على الرصيد = ٩٧٩٣,٥٦٠٤ × ٤/١٠٠ ×١=٣٩١,٧٤٢٤ جنيه

٣- المستهلك من اصل القرض= ٣٥٢٩,٠٩٥٢-٣٩١,٧٤٢٤
= ٣١٣٧,٣٥٢٨ جنيه

٤- رصيد القرض فى نهاية الفترة الرابعة= ٩٧٩٣,٥٦٠٤-٣١٣٧,٣٥٢٨
= ٦٦٥٦,٢٠٧٦ جنيه

خامسا: بالنسبة للفترة الخامسة يكون :

١- رصيد أول الفترة = ٦٦٥٦,٢٠٦٧ جنيه

٣٩٠

٢- الفائدة على الرصيد = ٦٦٥٦,٢٠٧٦ × ٤/١٠٠ × ١ = ٢٦٦,٢٤٨٣ جنيه

٣- المستهلك من اصل القرض = ٣٥٢٩,٠٩٥٢-٢٦٦,٢٤٨٣

= ٣٢٦٢,٨٣٦٩ جنيه

٤- الرصيد فى نهاية الفترة الخامسة=٦٦٥٦,٢٠٧٦-١٢٦٢,٨٤٦٩

= ٣٣٩٣,٣٦١ جنيه

سادسا: بالنسبة للفترة السادسة (الأخيرة) يكون:

١- رصيد أول الفترة = ٣٣٩٣,٣٦١

٢- الفائدة على الرصيد= ٣٢٦٢,٨٤٦٩ × ٤/١٠٠ × ١ = ١٣٥,٧٣٤

٣- المستهلك من اصل القرض = ٣٥٢٩,٠٩٥٢-١٣٥.٧٣٤

= ٣٣٩٣,٣٦١

٤- الرصيد فى نهاية الفترة السادسة=٣٣٩٣,٣٦١-٣٣٩٣,٣٦١

= ٠

والجدول التالى يلخص الخطوات السابقة.

١٥٨

جدول (٣)

حساب استهلاك القرض

الفترة الزمنية	رصيد القرض أول الفترة		الفائدة المستحقة		مبلغ القسط المتساوى		المستهلك من أصل القرض		رصيد القرض آخر الفترة	
	مليم	جنية	مليم	جنيه	مليم	جنية	مليم	جنية	مليم	جنية
١	-	١٨٥٠٠	-	٧٤٠	٠٩٥٢	٣٥٢٩	٠٩٥٢	٢٧٨٩	٩٠٤٨	١٥٧١٠
٢	٩٠٤٨	١٥٧١٠	٤٣٦٢	٦٢٨	٠٩٥٢	٣٥٢٩	٦٥٩٠	٢٩٠٠	٢٤٥٨	١٢٨١٠
٣	٢٤٥٨	١٢٨١٠	٤٠٩٨	٥١٢	٠٩٥٢	٣٥٢٩	٦٨٥٤	٣٠١٦	٥٦٠٤	٩٧٩٣
٤	٥٦٠٤	٩٧٩٣	٧٤٢٤	٣٩١	٠٩٥٢	٣٥٢٩	٣٥٢٨	٣١٣٧	٢٠٧٦	٦٦٥٦
٥	٢٠٧٦	٦٦٥٦	٢٤٨٣	٢٦٦	٠٩٥٢	٣٥٢٩	٨٤٦٩	٣٢٦٢	٣٦١	٣٣٩٣
٦	٣٦١	٣٣٩٣	٧٣٤	١٣٥	٠٩٥٢	٣٥٢٩	٣٦١	٣٣٩٣	-	-
المجموع			٣٥٠٦	٢٦٦٩	٥٧١٢	٢١١٧٤	-	١٨٥٠٠		

٢٩٠

حـــل (٧-٦):

س = ٢٥٠٠ جنيه ، ر = $\frac{\text{٢٥}}{\text{٤}}$ = ٦,٢٥% ، ك = ٤

١- بما أن الأقساط تدفع فى نهاية كل ربع سنة، بالتالى فإن:

$$\text{س} = \text{م} \times \frac{\text{١}}{\text{هـ}_{\text{٤} \rceil \text{٠,٠٦٢٥}}} \leftarrow$$

$$\text{م} = \text{س هـ}_{\text{٤} \rceil \text{٠,٠٦٢٥}} = \text{٢٥٠٠} \times \text{٣,٤٤٥٣٦١٠٤٦}$$

= ٨٦١٣,٤٠٣ جنيه

اجمالى الأقساط = ٢٥٠٠ × ٤ = ١٠٠٠٠ جنيه

جملة الفوائد = ١٠٠٠٠ - ٨٦١٣,٤٠٣ = ١٣٨٦,٥٩٧ جنيه

ولتكوين جدول استهلاك القرض نتبع الخطوات التالية:

أولا: بالنسبة للفترة الاولى:

١- الرصيد فى بداية الفترة = ٨٦١٣,٤٠٣ جنيه

٢- الفائدة على الرصيد فى بداية الفترة= ٨٦١٣,٤٠٣ × $\frac{\text{٦,٢٥}}{\text{١٠٠}}$ × ١

= ٥٣٨,٣٣٨ جنيه

٣- المستهلك من الرصيد = ٢٥٠٠ - ٥٣٨,٣٣٨ = ١٩٦١,٦٦٢ جنيه

٤- الرصيد فى نهاية الفترة = ٨٦١٣,٤٠٣ - ١٩٦١,٦٦٢

= ٦٦٥١,٧٤١ جنيه

ثانيا: بالنسبة للفترة الثانية:

١- الرصيد فى بداية الفترة = ٦٦٥١,٧٤١ جنيه

٢٩٣

٢- الفائدة على الرصيد = ٦٦٥١,٧٤١ × $\frac{٦,٢٥}{١٠٠}$ × ١ = ٤١٥,٧٣٤ جنيه

٣- المستهلك من الرصيد = ٢٥٠٠-٤١٥,٧٣٤=٢٠٨٤,٢٦٦ جنيه

٤- الرصيد فى نهاية الفترة = ٦٦٥١,٧٤١-٢٠٨٤,٢٦٦

= ٤٥٦٧,٤٧٥ جنيه

ثالثا: بالنسبة للفترة الثالثة:

١- الرصيد فى بداية الفترة = ٤٥٦٧,٤٧٥ جنيه

٢- الفائدة على الرصيد = ٤٥٦٧,٤٧٥ × $\frac{٦,٢٥}{١٠٠}$ × ١=٢٨٥,٤٦٧ جنيه

٣- المستهلك من الرصيد = ٢٥٠٠-٢٨٥,٤٦٧=٢٢١٤,٥٣٣ جنيه

٤- الرصيد فى نهاية الفترة =٤٥٦٧,٤٧٥-٢٢١٤,٥٣٣=٢٣٥٢,٩٤٢جنيه

رابعا: بالنسبة للفترة الرابعة (الاخيرة):

١- الرصيد فى بداية الفترة = ٢٣٥٢,٩٤٢ جنيه

٢- الفائدة على الرصيد = ٢٣٥٢,٩٤٢ × $\frac{٦,٢٥}{١٠٠}$ × ١=١٤٧,٠٥٩ جنيه

٣- المستهلك من الرصيد = ٢٥٠٠ - ١٤٧,٠٥٩ = ٢٣٥٢,٩٤١ جنيه

٤- الرصيد فى نهاية الفترة = ٢٣٥٢,٩٣ - ٢٣٥٢,٩٤ = صفر

والجدول التالى يلخص الخطوات السابقة.

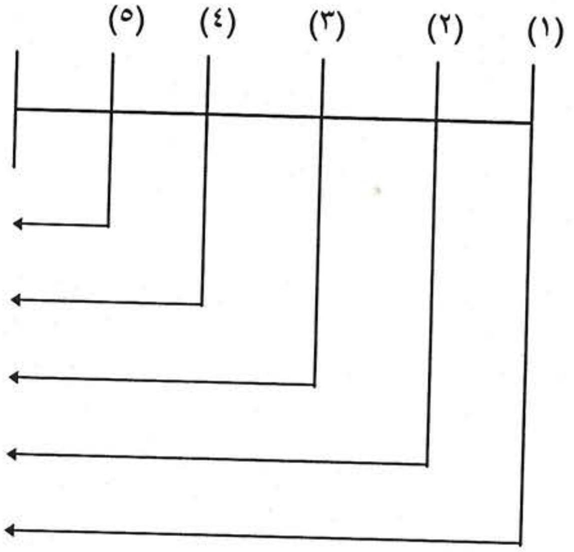
جدول (٤)
حساب استهلاك القرض

الفترة الزمنية	رصيد القرض أول الفترة		الفائدة المستحقة		مبلغ القسط المتساوى		المستهلك من أصل القرض		رصيد القرض آخر الفترة	
	مليم	جنية	مليم	جنيه	مليم	جنية	مليم	جنية	مليم	جنية
١	٤٠٣	٨٦١٣	٣٣٨	٥٣٨	-	٢٥٠٠	٦٦٢	١٩٦١	٧٤١	٦٦٥١
٢	٧٤١	٦٦٥١	٧٣٤	٤١٥	-	٢٥٠٠	٢٦٦	٢٠٨٤	٤٧٥	٤٥٦٧
٣	٤٧٥	٤٥٦٧	٤٦٧	٢٨٥	-	٢٥٠٠	٥٣٢	٢٢١٤	٩٤٢	٢٣٥٢
٤	٩٣٢	٢٣٥٢	٠٥٩	١٤٧	-	٢٥٠٠	٩٤١	٢٣٥٢	-	-
المجموع			٥٩٨	١٣٨٦	-	١٠٠٠٠	٤٠٢	٨٦١٣		

حــل (٧-٧):

م = ٢٥٠٠ ، ر = $\frac{٢٤}{١٢}$ = ٢% ، ك = ٥

وبما أن الأقساط تدفع فى بداية الفترة كما هو موضح بالشكل التالى:



شكل (٣)

فإن:

$$\text{س} = \text{م} \times \frac{١}{\text{هـ}_{\overline{\text{ك}}|\text{ر}}} \times \frac{١}{(١+\text{ر})}$$

$$= ٢٥٠٠ \times (٠,٢١٢١٥٨٣٩٤) \times \frac{١}{(١+٠,٠٢)}$$

= ٥١٩,٩٩٦١ جنيه

٣٩٦

وبالتالى فإن:

جملة الاقساط = ٥١٩,٩٩٦١ × ٥ = ٢٥٩٩,٩٨ جنيه

الفائدة = ٢٥٩٩,٩٨ - ٢٥٠٠ = ٩٩,٩٨ جنيه

ولتكوين حساب الاستهلاك للقرض نتبع الخطوات التالية:

أولا: بالنسبة للفترة الاولى:

١- الرصيد فى بداية الفترة = ٢٥٠٠ جنيه

٢- الفائدة على الرصيد أول الفترة = صفر

٣- المستهلك من اصل القرض = القسط = ٥١٩,٩٩٦١ جنيه

٤- الرصيد أخر الفترة = ٢٥٠٠ - ٥١٩,٩٩٦١ = ١٩٨٠,٠٠٣٩ جنيه

ثانيا: بالنسبة للفترة الثانية:

١- الرصيد فى بداية الفترة = ١٩٨٠,٠٠٣٩ جنيه

٢- الفائدة على الرصيد اول الفترة = $١٩٨٠,٠٠٣٩ \times \frac{٢}{١٠٠} \times ١$

= ٣٩,٦ جنيه

٣- المستهلك من الرصيد = ٥١٩,٩٩٦١ - ٣٩,٦ = ٤٨٠,٣٩٦ جنيه

٤- الرصيد فى آخر الفترة = ١٩٨٠,٠٠٣٩ - ٤٨٠,٣٩٦

= ١٤٩٩,٦٠٧٩ جنيه

ثالثا: بالنسبة للفترة الثالثة :

١- الرصيد أول الفترة = ١٤٩٩,٦٠٧٩ جنيه

٢- الفائدة على الرصيد = ٠,٦٠٧٩ × $\frac{٢}{١٠٠}$ ×١ = ١٩,٩٩٢٢ جنيه

٣- المستهلك من الرصيد= ٥١٩,٩٩٦١-٢٩,٩٩٢٢ = ٤٩٠,٠٠٣٩جنيه

٤- الرصيد فى آخر الفترة= ١٤٩٩,٦٠٧٩-٤٩٠,٠٠٣٩

= ١٠٠٩,٦٠٤ جنيه

رابعا: بالنسبة للفترة الرابعة:

١- الرصيد أول الفترة = ١٠٠٩,٦٠٤ جنيه

٢- الفائدة على الرصيد = ١٠٠٩,٦٠٤× $\frac{٢}{١٠٠}$ ×١=٢٠,١٩٢٠٨ جنيه

٣- المستهلك من الرصيد = ٥١٩,٩٩٦١ - ٢٠,١٩٢٠٨

= ٤٩٩,٨٠٤ جنيه

٤- الرصيد آخر الفترة= ١٠٠٩,٦٠٤ - ٤٩٩,٨٠٤ =٥٠٩,٨٠٠٠جنيه

خامسا: بالنسبة للفترة الخامسة:

١- الرصيد أول الفترة = ٥٠٩,٨٠٠ جنيه

٢- الفائدة على الرصيد= ٥٠٩,٨٠٠ × $\frac{٢}{١٠٠}$ ×١=١٠.١٩٦ جنيه

٣- المستهلك من الرصيد= ٥١٩,٩٩٦١-١٠,١٩٦ = ٥٠٩,٨٠٠١ جنيه

٤- الرصيد آخر الفترة = ٥٠٩,٨٠٠ - ٥٠٩,٨٠٠١ = صفر

والجدول التالى يلخص الخطوات السابقة.

٣٩٨

جدول (٥)

حساب استهلاك القرض

الفترة الزمنية	رصيد القرض أول الفترة		الفائدة المستحقة		مبلغ القسط المتساوى		المستهلك من أصل القرض		رصيد القرض آخر الفترة	
	مليم	جنية	مليم	جنيه	مليم	جنية	مليم	جنية	مليم	جنية
١	-	٢٥٠٠	-	-	٩٩٦١	٥١٩	٩٩٦١	٥١٩	٠٠٣٩	١٩٨٠
٢	٠٠٣٩	١٩٨٠	٦٠٠٠	٣٩	٩٩٦١	٥١٩	٣٩٦	٤٨٠	٦٠٧٩	١٤٩٩
٣	٦٠٧٩	١٤٩٩	٩٩٢٢	٢٩	٩٩٦١	٥١٩	٠٠٣٩	٤٩٠	٦٠٤	١٠٠٩
٤	٦٠٤	١٠٠٩	١٩٢٠٨	٢٠	٩٩٦١	٥١٩	٨٠٤	٤٩٩	٨٠٠	٥٠٩
٥	٨٠٠	٥٠٩	١٩٦	١٠	٩٩٦١	٥١٩	٨٠٠١	٥٠٩	-	-
المجموع			٩٨٠	٩٩	٩٨٠	٢٥٩٩	-	٢٥٠٠		-

قائمة المراجـع

قائمة المراجـع

١- د. طلبة السيد زين الدين (١٩٩٤): " الرياضة المالية - دراسـة تحليليـة وتطبيقية للأساليب الرياضية للاستثمار والتوظيف المالى" - مكتبة عين شمس - القاهرة
٢- د. عفاف الدش (١٩٩٩): "رياضيات الأعمـال" - جـهاز نشـر وتوزيـع الكتاب - جامعة حلوان - القاهرة.
٣- د. عفـاف الـدش (١٩٩٤): "الرياضيـات وصناعـة القـرارات" - مكتبـة عين شمس - شارع القصر العينى بالقاهرة.
٤- د. عبـدالله توفيـق الـهلباوى (١٩٩٨): "رياضيـات الاسـتثمار" - مكتبـة عين شمس - القاهرة.
٥- د. فتحـى محمـد علـى ، داود سـليمان المدنـــى وآخــرون (١٩٩٩): "الرياضة المالية والتأمين" - كليـة التجـارة - جامعـة عيـن شمس - القاهرة.

6. Cissell R., Cissell H.; and Flaspohler D. (1990): "Mathematics of Finance - Eighth Edition, Houghton Mifflin Company, New Jersey.
7. David M., Petr Z., Robert L. (1996): "Mathematics of Finance" McGraw-Hill Book Company, Sydney.
8. Frank Ayres, JR. (1963): "Schaum's outline series theory and problems of mathematics of finance" McGraw-Hill Book Company, London.
9. Shoa, S. and Shoa, L. (1990): "Mathematics for Management and Finance" South-Western, West Chicago, IL.